NOUVEAUX MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

ANNÉE MDCCLXXVI.

AVEC L'HISTOIRE POUR LA MÊME ANNÉE.



A BERLIN,

Imprimé chez GEORGE JACQUES DECKER, Imprimeur du Roi.

MDCCLXXIX.


Deutsche Akademie
der Wissenschaften
zu Berlin
Bibliothek

HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.



HISTOIRE
DE L'ACADÉMIE.

MDCCLXXVI.

ASSEMBLÉES PUBLIQUES.

L'Aſſemblée publique deſtinée à célébrer l'anniverſaire de la naiſſance du Roi, s'eſt tenue le Jeudi 25 Janvier.

M. le Conſeiller Privé *Formey*, Sécretaire perpétuel, a fait l'ouverture de la ſéance en ces termes.

Des trois Éloges que je devrois vous lire, MESSIEURS, *il y en a deux qui concernent des perſonnes particulierement attachées au* ROI, *& qui ont joui pendant pluſieurs années de l'honneur de l'approcher. Cela me rappelle une réflexion que j'ai déjà eu d'autres occaſions de faire, c'eſt que cette Tête ſacrée, à côté de laquelle on en a vu tomber tant d'autres, ſoit dans les champs de Mars, ſoit dans la vie privée, nous eſt toujours conſervée par un bienfait de la Providence dont nous ne ſaurions ſentir trop vivement le prix. Puiſſé-je, ou du moins puiſſe celui qui parlera lorſque je ſerai condamné au ſilence, avoir pendant longtems l'occaſion de répéter la même obſervation! Puiſſent les juſtes allarmes que nous ont fait éprouver, il y a peu de temps, les atteintes qu'a eſſuyées la ſanté qui nous eſt la plus précieuſe, être entierement & pour longtemps calmées!*

J'ai dit d'entrée, MESSIEURS, *que j'aurois trois Éloges à vous lire; mais je me bornerai à deux. Les recherches que j'ai faites ſur la vie de*

Charles Louis, *Baron* DE PÖLLNITZ, *premier Chambellan du Roi, Honoraire de l'Académie, mort le 23 Juin 1775, dans sa 86 année, ne m'ont rien fourni de satisfaisant & de suffisant pour la composition d'un Éloge. Il s'est assez fait connoître, tant par ses Mémoires qui sont agréablement écrits & qui lui avoient donné une sorte de réputation, que par les situations différentes où nous l'avons vu pendant sa longue carriere. Il m'a paru superflu de rassembler ces traits épars, qui n'intéressent en rien l'Académie ni les Lettres, & dont il seroit d'ailleurs assez difficile de former un Tout, propre à figurer dans nos Fastes académiques, & digne d'être transmis à la postérité. Quoiqu'il soit permis de prendre le mot d'éloge dans une certaine latitude, je ne crois pas qu'il faille le dénaturer.*

Le Sécretaire perpétuel lut ensuite les Éloges de M. le Colonel *Quintus Icilius*, & de Mr. le Docteur *Heinius*.

M. *Bitaubé* lut le troisieme Chant d'une nouvelle traduction de l'Iliade à laquelle il travaille.

M. le Professeur *Walter* termina la séance par un Mémoire Allemand, contenant l'*histoire d'une femme qui, pendant vingt-deux ans, a porté dans le bas-ventre un enfant durci.*

* * *

L'Assemblée publique pour l'anniversaire de l'avénement de S. M. au Thrône, s'est tenue le Jeudi 6 Juin. Le Sécretaire perpétuel a prononcé d'abord le Discours suivant.

MESSIEURS,

Cette Loi de la Nature qu'on exprime en disant que Rien ne se fait par saut, *est non seulement incontestable; mais elle doit être prise dans le sens le plus universel, & appliquée à toutes sortes de développemens & d'altérations, de productions & de destructions. Tous les phénomenes de l'Histoire & de la Politique n'y sont pas moins assujettis que ceux de la Physique. Il est vrai que quiconque ne sait pas approfondir les objets dont ses regards sont frappés, trouve une source d'illusion dans la rapidité de certains événemens, qui sem-*

blent n'avoir point été amenés & préparés. Mais ces événemens n'en ont pas moins eu des cauſes ſubordonnées les unes aux autres, avec la plus exacte régularité, depuis la plus éloignée juſqu'à la plus prochaine. Alexandre, *avec une poignée de Macédoniens, détruiſit la puiſſance du grand Roi, & conquit le Monde alors connu, parce que les Grecs s'étoient inſenſiblement aguerris, & les Perſes amollis au point d'amener la poſſibilité d'une révolution que les Républiques de Sparte, d'Athenes, Thebes, n'auroient jamais exécutée, & dans laquelle* Alexandre *même auroit échoué, s'il avoit été contemporain de* Cyrus; *comme* Charles XII *a vu évanouir la gloire & la terreur de ſes armes, pour avoir cru qu'il étoit dans le cas d'*Alexandre, *&* Pierre le Grand *dans celui de* Darius.

Les irruptions des Barbares qui ont enfin porté le coup mortel à l'Empire d'Occident, ont eu pour cauſes de leurs ſuccès tous les principes d'affoibliſſement & de décadence qui minoient depuis longtems cet Empire, & qui rendoient facile ſous Auguſtule *ce qui auroit été impoſſible ſous* Auguſte, *ſous* Veſpaſien, *ſous* Trajan *& ſous les* Antonins. *Mais ce n'eſt qu'à l'œil du ſcrutateur que ces germes & leurs accroiſſemens ſe manifeſtent: & nous en avons tout récemment la démonſtration dans l'Ouvrage vraiement analytique dont un de nos dignes Confreres* (*) *a commencé la publication.*

Il ne faudra pas autant de pénétration & de profondeur aux Hiſtoriens philoſophes du ſiecle prochain pour réſoudre le probleme de la formation de ce Coloſſe, qui offre aujourd'hui à l'Europe étonnée une Monarchie née avec le ſiecle, & comptée à juſte titre parmi les grandes Puiſſances avant la fin du même ſiecle. Il y a ſans doute une grande accélération dans cette marche; mais la progreſſion & la gradation n'en ſont pas moins obſervables. D'abord il a fallu préciſément un ſiecle pour acheminer celui qui commence à l'avénement du Roi au Thrône, objet de cette ſolemnité. FRÉDÉRIC GUILLAUME, *dit* le grand Électeur, *parvint à la Régence en 1640, &* FÉDÉRIC, *dont le nom ſe ſoutiendra toujours ſans épithetes, a pris les rênes de ſon État en 1740. Or qu'ont fait ſes trois prédéceſſeurs?*

(*) M. le Profeſſeur *Weguelin.*

L'Électeur a commencé par réunir les débris de ses domaines qui étoient dans le plus grand délabrement. Il a mis l'ordre dans l'administration, & la discipline dans les Troupes, auxquelles il a en même tems donné l'exemple de la plus héroïque valeur. Il a revendiqué les possessions aliénées; il en a aquis & conquis de nouvelles; & dans l'espace d'environ un demi-siecle il a fait d'un pays dévasté un Électorat florissant.

Son Fils, d'un caractere plus foible, a trouvé dans cette foiblesse même des motifs & des moyens d'augmenter, sinon sa puissance réelle, au moins sa puissance titulaire. C'est un pas immense que celui qui conduit à la Royauté; & il a su le faire, pour en obtenir les honneurs auxquels seuls il aspiroit. Cependant il n'en a pas moins posé les fondemens les plus solides de l'aggrandissement de ses successeurs. Si la redoutable Maison d'Autriche avoit pu prévoir, ou seulement entrevoir, que cette Couronne dont elle ornoit la tête d'un Prince qui ne pouvoit lui donner alors le moindre ombrage, mettroit son Petit-fils en état de lui enlever de vastes Provinces, elle n'auroit assurément pas fait une concession aussi funeste pour elle.

Le Roi FRÉDÉRIC GUILLAUME, *laissant-là tout le faste de la dignité introduite dans sa Maison, s'est montré Roi dans tout ce qui constitue les prérogatives & la réalité de ce rang supreme. Veillant également à toutes les parties de l'administration, il a surtout porté le bon état de ses finances & la force de son armée à un point qui inspiroit plus d'admiration que de crainte, parce qu'on savoit qu'il n'amassoit que pour conserver, & qu'il n'étoit pas moins ménager de ses troupes que de ses trésors.*

Voilà comment se sont passées les cent années préparatoires aux trente-six que le Regne sous lequel nous avons le bonheur de vivre, vient d'accomplir. Pendant tout ce tems le passé étoit gros de l'avenir: cette conception est parvenue à terme; & vous en voyez le fruit. Il a fallu sans doute des circonstances impossibles à prévoir, & comprises dans le seul plan de la Providence, pour empêcher le Royaume nouveau-né de périr dans quelqu'une des crises de son enfance. Si l'Empereur CHARLES VI *n'étoit pas mort, la Guerre de Silésie n'auroit pas été entreprise: & cette Guerre est, pour ainsi dire, le premier terme de la série des événemens de ce Regne. Si l'Impératrice*

trice ÉLIZABETH *avoit vécu, cette ſérie couroit grand riſque d'être rompue. Mais, par la plus heureuſe combinaiſon de conjonctures auſſi imprévues que favorables, & d'efforts ſupérieurs à tout ce qui a jamais exiſté dans ce genre, on a vu une Monarchie prête à ſe diſſiper en éclats, redevenir en un clin-d'œil un des Corps politiques les mieux liés & les plus nerveux.*

Tel eſt l'aſpect de cette année MDCCLXXVI. *Quel eſt celui de l'avenir? Quels embryons s'organiſent actuellement dans les flancs de la Politique? Comment s'opérera leur accroiſſement? Quelle réunion, quelle diviſion d'intérêts peut-on prévoir? Et quels en ſeront les réſultats? Qu'arrivera-t-il d'ici à l'an MDCCCXL, qui terminera le ſecond Siecle de cette intéreſſante Hiſtoire. J'oſerois être garant des événemens ſi la vie & le Regne de* FÉDÉRIC *pouvoient s'étendre jusqu'à ce terme. Mais, quoiqu'il ſoit permis & même naturel de former des vœux, il ne faut pas qu'ils dégénerent en chimeres, & s'étendent hors de la ſphere des poſſibles. J'aime mieux tirer les plus favorables augures du ſang qui coule dans les veines des Princes Pruſſiens: nés dans la pourpre, ils en ſoutiendront l'éclat; élevés à l'école du plus grand Maître, ils en ſuivront fidèlement les traces, & aſſocieront un jour leurs lauriers aux ſiens.*

Le Sécretaire perpétuel, continuant ſes fonctions, rapporta que la Claſſe de Belles-Lettres, à qui appartenoit le droit de donner le Prix de cette année, l'avoit adjugé au Mémoire Allemand qui avoit pour Deviſe: *Rector omnium vim, quoque intelligendi, quam ipſe dedit & regit & adjuvat.* Surquoi le billet cacheté ayant été ouvert, on y a trouvé le nom de M. *Jules Fréderic de Keſſenbrinck*, premier Préſident de la Régence de Stettin, décédé quelque tems auparavant.

La Claſſe de Philoſophie ſpéculative avoit renvoyé à cette année le Prix qu'elle auroit dû adjuger l'année paſſée. Le Mémoire Allemand ayant pour Deviſe: *Noſce te ipſum*, a été couronné; & après l'ouverture du billet cacheté, on y a trouvé le nom de M. *Jean Auguſte Eberhard*, Paſteur à Charlottembourg.

Le Sécretaire a ensuite indiqué les Mémoires qui ont obtenu l'*accessit* pour le même Prix, aussi bien que ce qui concerne les Questions pour les Prix des années prochaines. Voyez le Programme suivant.

Le Sécretaire a enfin lu l'Éloge de M. le Recteur *Kuster*.

M. le Directeur *Merian* a terminé la séance par la lecture d'un troisieme Mémoire: *De l'influence des Sciences sur la Poésie.*

* * *

ASSEMBLÉE PUBLIQUE EXTRAORDINAIRE.

S. A. I. Monseigneur le Grand-Duc de Russie étant venu rendre visite à S. M. fit son entrée à Berlin, le Dimanche 21 Juillet. Le Mercredi suivant, 24, l'Académie eut ordre de s'assembler à son occasion. Ce Prince s'y rendit vers les cinq heures du soir, conduit par S. A. R. Monseigneur le Prince HENRI, frere du Roi, & accompagné d'une suite nombreuse de Généraux & d'autres personnes de distinction. Les Directeurs & le Sécretaire allerent le recevoir à la descente du Carosse; & il fut reçu à l'entrée de la Sale par S. A. R. Monseigneur le Prince de Prusse, & par S. A. S. Mgr. le Prince FRÉDÉRIC DE BRUNSWICK, Membre honoraire de l'Académie. On distinguoit parmi les Seigneurs Russes le Maréchal Comte *de Romanzow*. Après que les Princes se furent assis, & que les Académiciens eurent pris leur place, le Sécretaire perpétuel adressa à S. A. Impériale le Discours suivant.

MONSEIGNEUR,

Si nos yeux sont éblouis dans ce moment, ce n'est pas de voir dans l'enceinte de ce Sanctuaire des Muses l'Héritier d'un des premiers Thrônes de l'Univers, & d'un Thrône qui acquiert tous les jours un nouveau degré de splendeur: nos regards percent fort au delà de ce premier éclat qui les affecte, & pénetrent, pour ainsi dire, à travers cette atmosphere de grandeur qui VOUS *environne; c'est l'homme bien plus que le Prince, que nous admirons, que nous vénérons, que nous recevons avec les plus vifs transports de joie, & à qui l'entrée de nos cœurs est bien plus ouverte encore que celle de ce lieu.*

Oui, MONSEIGNEUR, dépouillé de toute grandeur, V. A. I. demeureroit digne de nos hommages, par l'excellence de ſon caractere, par la nobleſſe de ſes ſentimens, par ce fond d'humanité qui change les Princes en Divinités, & leur mérite des autels ſur lesquels fume l'ençens le plus pur. Recevez-le, MONSEIGNEUR, cet encens; il ne reſſemble en rien à celui de l'adulation: nous ne voulons point qu'il porte à VOTRE tête pour l'étourdir; c'eſt à VOTRE cœur qu'il doit parvenir pour y entretenir le feu céleſte dont VOS yeux dardent les étincelles. Recevez en même tems nos vœux. Que le puiſſant génie de PIERRE le Grand *guide tous VOS pas, & VOUS faſſe conduire un jour au plus haut point de perfection les grandes entrepriſes de ce Rival de Prométhée, de ce Monarque Créateur! Que l'immortelle* CATHERINE, *à qui VOUS devez avec le jour tout ce qui peut donner du prix à l'exiſtence, VOUS transmette, après avoir rempli le cours de ſes hautes deſtinées, avec cet Empire qu'elle a éclairé, embelli, aggrandi, je dirois preſque vivifié, cette ſageſſe, cette grandeur d'ame, cet amour de ſes peuples, cet aſſemblage en un mot de Vertus, toujours rare, mais plus rare encore ſur le Thrône, qui perpétueront à jamais ſa mémoire avec celle des Trajan, des Titus, & des Antonin.*

Après de ſi grands exemples domeſtiques, je ne crains point, MONSEIGNEUR, de VOUS en propoſer d'autres qui agiſſent déjà puiſſamment ſur VOUS, & qui ont fait naître à V. A. I. le déſir de viſiter ces contrées pour conſidérer de près un ROI *dont l'éloge ſeroit ſuperflu, puiſque VOUS l'avez vu, & que VOUS avez reçu dans ſes bras les témoignages de la plus vive tendreſſe. Je me perſuade que, jusqu'à la fin de ſa carriere, V. A. I. ſe félicitera de pouvoir dire: „J'ai contemplé* FÉDÉRIC; *je conſerve „dans mon ſein l'effuſion de ſa grande ame; j'ai ſaiſi l'empreinte de ſon ca„ractere plus qu'humain & je fais gloire d'en offrir l'expreſſion."*

Déjà, MONSEIGNEUR, VOUS aviez tiré les plus précieux avantages de VOS liaiſons intimes avec le magnanime HENRI: *& jamais en effet V. A. I. ne pouvoit puiſer dans un plus riche tréſor, aller plus droit à la ſource du beau & du grand. Quelle union, MESSEIGNEURS, que la Vôtre! quelle eſt délicieuſe pour des ames d'une trempe auſſi épurée! quels*

gages certains de la félicité de ces peuples, dont les noms ont la plus grande conformité, & dont les sentimens en auront désormais encore plus! O la ravissante perspective pour nos neveux que celle des glorieux Regnes de PAUL *& de* FRÉDÉRIC GUILLAUME, *tous deux nés pour le bonheur de la génération prochaine, tous deux unis par les liens qu'ils forment & qu'ils serrent si étroitement dans ces mémorables conjonctures, & entre lesquels il n'y aura jamais d'autre rivalité que celle de se surpasser en bienfaisance, & de ramener à l'envi le beau siecle d'Astrée.*

Puisse, MONSEIGNEUR, *le grand & florissant Empire qui* VOUS *est réservé, reposer toujours sur des colonnes aussi solides que le sont celles qui le soutiennent aujourd'hui! Puissiez-*VOUS *voir toujours à la tête de* VOS *Conseils des Ministres, à la tête de* VOS *armées des Généraux, également favorisés de Minerve & de Mars! Puisse, (car enfin je cede à l'enthousiasme où me jette la vue du Grand* ROMANZOW,) *puisse ce Héros être longtems encore l'Ange tutelaire de la Russie! Après avoir porté la terreur de ses armes au delà du Danube, il fait briller sur les rives de la Sprée les attraits non moins victorieux de ces qualités qui le rendent encore plus aimable que respectable. Il faudroit évoquer les manes d'Homere & de Virgile pour célébrer celui qui à la valeur d'Achille associe les vertus d'Énée.*

Après ce Discours L.L. A.A. I.I. R.R. & S.S. se leverent, & Monseigneur le Prince de Brunswick présenta l'un après l'autre à S. A. I. tous les Académiciens, en les lui nommant. Ce Prince honora chacun d'eux du salut le plus gracieux. Ainsi finit cette Assemblée que l'Académie regardera toujours comme une des Époques les plus glorieuses pour elle.

* * *

On a vu dans l'Histoire de l'année précédente, p. 10 & 11, que S. E. M. le Ministre d'État *Waitz*, Baron *d'Eschen*, avoit été mis au rang des Honoraires, conformément aux ordres du Roi, contenus dans une Lettre de M. *de Catt* à l'Académie, en date du 23 Juin, 1775.

Ce Miniſtre, également reſpectable par ſon âge & par ſes connoiſſances, vint prendre poſſeſſion de ce nouveau grade dans l'Aſſemblée du 28 Mars, 1775, & fit lire par M. le Conſeiller *Gerhard* un Diſcours en Allemand, dont voici la traduction.

Dès le renouvellement de cette honorable Académie des Sciences, j'eus le bonheur de remporter le Prix ſur la premiere Queſtion qu'elle propoſa, & qui concernoit la cauſe & les effets de l'Électricité.

Le Roi notre gracieux Souverain ayant jugé à propos de m'appeller à ſon ſervice en qualité de Miniſtre d'État & de Directeur en chef du Département des Mines, Sa Majeſté a donné ordre à cette illuſtre Académie de me mettre au nombre de ſes Membres honoraires.

Je me crois obligé à mettre les témoignages publics de ma vive reconnoiſſance aux pieds de ce grand Monarque; & de faire part à l'Académie d'un Mémoire ſuccint ſur les prérogatives de l'acier & du fer: ſujet analogue à mes fonctions actuelles. Je prie en même tems cette Compagnie de concourir avec moi, d'après l'expérience qu'elle poſſede déjà ou celle qu'elle peut encore acquérir, à mettre dans un plus grand jour la préparation de ce métal dont l'uſage eſt auſſi indiſpenſable qu'avantageux.

L'homme eſt cette Créature qui, par la ſupériorité de ſon intelligence & au moyen des armes d'emprunt qu'elle s'eſt procurées, a trouvé le moyen de dompter les animaux les plus féroces & les plus redoutables, ſans ſe laiſſer effrayer par leur rage, ni vaincre par les efforts de leurs dents, de leurs griffes, & de tous ces membres dont la vigueur naturelle l'emporte de beaucoup ſur celle dont la Nature l'a doué. Non ſeulement il ſait ſe préſerver de leurs atteintes, mais il les attaque, les terraſſe & les tue.

Les mains & les pieds qui ſervent à l'homme dans ces combats, ſont bien foibles, bien fragiles & couverts d'une peau bien facile à déchirer. S'il étoit obligé d'aller chercher bien loin les armes qui ſuppléent à cette foibleſſe, ſi leur préparation ne pouvoit s'exécuter que dans les contrées les plus reculées, il ne ſeroit jamais en ſureté, & deviendroit infailliblement la victime de ces cruels ennemis.

Le fer & l'acier ſont les matieres qu'il emploie pour la défenſe & pour l'attaque; entre ſes mains elles deviennent meurtrieres, & lui ſervent à détruire les animaux dont la férocité eſt indomptable, ou a ſoumettre ceux qui peuvent être apprivoiſés & rendus obéiſſans.

Ce ſont encore les mêmes moyens qui mettent l'homme, malgré ſa foibleſſe naturelle, en état de renverſer des tours & des châteaux, de faire éclater des rochers & de s'emparer de tout ce qui ne lui réſiſte pas avec des armes ſemblabes.

La Navigation auroit-elle atteint le degré de perfection auquel elle eſt parvenue, & ſeroit-elle capable de réunir les deux Hémiſpheres, ſi le fer n'avoit fourni aux Marins les divers uſages dont il eſt ſuſceptible, en imprimant d'abord de la terreur aux peuples les plus éloignés, juſqu'à ce que s'étant raſſurés ils ſe ſont rapprochés des Européens, & ont contracté avec eux les liaiſons du commerce le plus lucratif, qui ſubſiſtent encore.

La ſage Providence a répandu le fer & l'acier autour des demeures de l'homme; il ſe trouve preſque dans toute l'étendue de la ſurface de notre Globe, en ſorte qu'il n'en coûte ni beaucoup de tems, ni beaucoup de peine pour le trouver. Il ſeroit difficile de rencontrer un terrein de quelques milles qui ſoit dépourvu de fer.

Il exiſte à la vérité de vaſtes contrées qui ſont couvertes de marais, de tourbes & d'autres matieres limonneuſes. L'homme n'auroit jamais conjecturé que dans ces matieres il y avoit une quantité conſidérable du métal qu'il emploie à tant d'uſages. Mais la Providence ne s'eſt point démentie ici; elle a en quelque ſorte mis partout du fer ſous les pieds de l'homme.

Pour me borner au petit diſtrict des États Pruſſiens qui eſt confié à ma direction, on tire annuellement pluſieurs milliers de quintaux de fer de ſemblables contrées marécageuſes, & l'on s'en ſert pour la fonte des canons, des bombes & des boulets, & pour toutes ſortes d'armures: ce qui contribue beaucoup à l'accroiſſement des forces militaires de notre glorieux Monarque.

Ceux d'entre les Savans qui ſe ſont attachés à étudier la marche de la Nature, ont ici une infinité de problemes à réſoudre, pour expliquer comment il peut y avoir à quelques pouces de profondeur dans la terre, des dépôts inépuiſables de fer, qui repoſent ſur le pur ſable, & qui ſemblent y être parvenus en perçant de bas en haut; puiſque cette matiere ferrugineuſe entoure les cornes de cerf & d'autres animaux, ou diverſes pierres qui ſont répandues ſur ce ſable, & que s'étant formée en miniere compacte, elle loge dans ſon ſein les matieres étrangeres ſuſdites. Et bien que la croute de terre ſupérieure n'aille gueres qu'à quelques pouces, ou tout au plus à quelques pieds, il eſt cependant très probable que ces dépôts dureront juſqu'à la fin du monde, & que peut-être ils ſe renouvellent de tems en tems.

Ces idées ne ſe ſeroient pas préſentées à l'eſprit, ſi l'on n'avoit pas obſervé que de nouvelles parties étrangeres s'aſſocioient à ces pierres ferrugineuſes, & leur procuroient un accroiſſement ultérieur.

Ce ſeroit ici le lieu de rechercher la nature de l'ambre qui ſe trouve ſouvent au milieu des pierres ſuſdites. Son origine donne lieu à bien des recherches; il eſt difficile de déterminer exactement comment il eſt produit, & s'il ſe trouve naturellement lié avec le fer, comme le ſont communément la plûpart des produits terreſtres, & même des plantes.

Au moyen de cette connoiſſance on ſe frayeroit une route pour découvrir comment cette eſpece de fer pourroit être conduite, avec le moins de peine poſſible, à une plus grande perfection, qui liât ſes parties, leur donnant la conſiſtance & la réſiſtance néceſſaires pour être fondues & forgées: ce qui ne peut s'exécuter que par la ſéparation des parties étrangeres, qui répugnent à la nature du fer.

Je ferai ce qui dépendra de moi pour étendre ces vues, & j'invite ceux d'entre Meſſieurs les Membres de l'Académie qui ont là-deſſus des lumieres fondées ſur l'expérience, à les rapporter au même but.

Combien le fer & l'acier n'ont-ils pas opéré de prodiges ſous les auſpices de notre invincible Monarque! Il eſt certainement le ſeul dont on ſoit fondé à dire:

*Quod ſit nullius ævi exemplum, omnis
autem ævi miraculum immortale.*

Le Sécretaire perpétuel répondit en Latin; & voici la teenur de ſa réponſe.

On ne ſauroit être cenſé vivre qu'autant qu'on fait un bon uſage de la vie. Mais les mortels qui ſavent en faire cet uſage, ſont bien rares. De là vient que, dans tous les ſiecles & parmi toutes les Nations, on a eu le plus haut degré d'eſtime pour ces Perſonnages diſtingués, qui, ſans perdre un ſeul jour, ont rendu les plus grands ſervices, tant aux Sciences & aux Lettres qu'à l'État. Si quelqu'un a jamais mérité de ſemblables éloges, c'eſt ſans contredit l'illuſtre Savant & l'Excellent Citoyen que nos yeux contemplent dans ce moment, & pour lequel nous ſommes pénétrés de la plus profonde vénération. J'adreſſerois à VOTRE EXCELLENCE même tout ce que j'aurois à dire ſur un ſujet auſſi abondant, ſi je n'étois arrêté par la modeſtie qui couronne toutes Ses vertus. Je me borne donc à Lui témoigner en préſence de cette illuſtre Aſſemblée, dans ce Sanctuaire des Muſes, combien Sa préſence depuis longtems déſirée nous remplit de ſatisfaction, & à quel point cette ſatisfaction vient d'être augmentée pour la lecture du Mémoire que nous avons entendu. Puiſſe ce plaiſir ſe renouveller ſouvent! Après nous avoir appartenu depuis trente & un ans, par la victoire que Vous remportâtes ſur la premiere Queſtion propoſée par l'Académie, notre auguſte Protecteur a voulu encore ſerrer les liens qui nous uniſſoient; & nous jouiſſons véritablement du bonheur de Vous

posséder. Qu'il dure encore une longue suite d'années, pour le bien de l'État & de l'Académie!

Ces vœux n'ont pas été exaucés. Cet illustre Vieillard, accablé par les années, consumé par les travaux, termina sa carriere le 7 Novembre de la même année. Son Éloge paroîtra dans le Volume suivant.

* * *

L'Académie a perdu dans le cours de l'année un des Membres ordinaires de la Classe de Physique, M. *Charles Philippe Brandes*, Docteur en Médecine, Professeur ordinaire de Chimie au College Royal de Médecine & de Chirurgie, décédé le 19 Mai, dans sa 56 année.

Le 20 Juin, l'Académie reçut les ordres du Roi, en vertu desquels M. *Pein*, Proviseur de l'Académie Royale, succédoit à M. *Brandes* comme Professeur de Chimie, & M. *François Charles Achard* étoit aggrégé à l'Académie en qualité de Membre ordinaire de la Classe de Physique.

Le 27 Juin, M. *Achard* fit son Discours de réception en ces termes.

MESSIEURS,

Si jamais j'ai ressenti combien il est difficile, je dirai même impossible, de dépeindre les sentimens du cœur, c'est aujourd'hui, dans ce moment de ma vie, où par la grace du plus grand des Rois, j'ose pour la premiere fois me trouver dans cette illustre Assemblée.

Pénétré d'une reconnoissance que vos bontés m'inspirent, & qui n'est pas susceptible d'accroissement, je souhaiterois de pouvoir vous montrer mon cœur, & Vous en présenter un fidele tableau; mais pour réussir, il me faudroit le don de l'éloquence, que la Nature me refusa, & que Vous possédez. Dans le tems où commençant mes études, trop foible encore pour ne pas m'égarer, je ne marchois qu'à pas chancelans, Vous eûtes, MESSIEURS, la bonté d'accélérer ma marche en me dirigeant; & si j'ai eu le bonheur de faire quelques pas dans la carriere que j'ai choisie, c'est à Vous, mes illustres Guides, que j'en ai toute l'obligation. C'est à Vous, MESSIEURS LES DIRECTEURS, que je m'adresse ici, & surtout à ce célebre Chymiste, à ce

Scrutateur de la Nature, aux yeux perçans duquel elle eſt forcée de dévoiler les ſecrets les plus cachés, dès qu'il juge à propos de l'interroger: aurois-je encore beſoin de le nommer, & pourroit-on méconnoître à ce tableau l'immortel MARGGRAF? C'eſt à lui que je m'adreſſe d'une maniere plus particuliere. Que d'obligations ne lui ai-je pas? Et combien n'eſt-il pas flatteur pour moi d'oſer dire qu'il m'honore de ſa bienveillance?

Le titre d'Académicien, glorieux par lui-même, le devient encore plus pour moi, le recevant des mains d'un Roi protecteur des Sciences & des Arts, d'un Roi Philoſophe, en un mot de FRÉDÉRIC LE GRAND. *Il ne me reſte, MESSIEURS, qu'à Vous aſſurer que je ferai tous mes efforts par un redoublement de zele & par le travail le plus aſſidu, pour me rendre digne de l'approbation dont Vous avez bien voulu m'honorer.*

Le Sécretaire perpétuel répondit en ces termes:

Vous entrez à l'Académie, MONSIEUR, ſous les plus heureux auſpices. Vous portez un nom qui nous eſt cher depuis longtems; & tout annonce que Vous le ſoutiendrez dignement. Vos premiers pas ont été guidés par l'amour des Sciences, mais par cet amour né d'un penchant inſurmontable, qui eſt la preuve aſſurée du talent, & le préſage infaillible du ſuccès. Il eſt bien glorieux pour Vous, MONSIEUR, de voir réunis en Votre faveur le ſuffrage des Juges les plus compétens, & le choix d'un Monarque appréciateur & rémunérateur de tous les genres de mérite. De pareils encouragemens ne peuvent que donner un nouveau degré de force à l'ardeur qui Vous enflamme; modérez-la cependant, & joignez au ſoin d'orner Votre ame, celui de conſerver ſon domicile, afin qu'au plaiſir de Vous acquérir, dont nous jouiſſons aujourd'hui, puiſſe ſuccéder celui de Vous poſſéder longtemps.

* * *

Dans l'Aſſemblée du 4 Juillet, le Sécretaire perpétuel lut une Lettre du Roi, en conſéquence de laquelle l'Académie mit au nombre de ſes Membres ordinaires dans la Claſſe de Philoſophie expérimentale, Mr. le Conſeil-

ler de Cour *Joachim Frédéric Henckel*, Profeſſeur de Chirurgie, qui vint prendre ſéance le Jeudi 11, & prononça le Diſcours ſuivant.

MESSIEURS,

SA MAJESTÉ *notre très auguſte Souverain a bien voulu m'aggréger à ſes Académiciens, & me faire recevoir Membre ordinaire de l'Académie très illuſtre. Cet effet de ſa clémence ne ſauroit que m'être des plus glorieux, & faire naître en moi les ſentimens de la plus vive reconnoiſſance. Auſſi ferai-je tous mes efforts pour m'en rendre digne, en quelque façon, par les vœux ardens que je ne ceſſerai de faire pour la conſervation des jours précieux de ce grand Monarque, & par un zele redoublé dans les fonctions de ma charge.*

M'adreſſant enſuite à Vous, MESSIEURS, avec un très profond reſpect, je me vois arrêté dans le déſir que j'aurois de faire Votre éloge, par le peu de force que je me ſens de m'en acquitter dignement. Abandonnant ainſi malgré moi ce deſſein, je prendrai à tâche de Vous imiter autant qu'il me ſera poſſible, & de ſuivre, quoiqu'à pas lents, le chemin que Vous avez frayé. La ſeule grace que je Vous demande, MESSIEURS, en entrant dans votre illuſtre Corps, c'eſt de m'accorder Votre amitié, que je m'efforcerai de gagner. Car c'eſt de Votre faveur que j'attens le ſoutien de ma foibleſſe.

Vous n'ignorez pas, MESSIEURS, que la Science de la Médecine eſt une des plus vaſtes; & il ſeroit ſuperflu de vous dire à combien de difficultés ſa pratique eſt ſujette, par l'obſcurité qui y regne encore. Convenez, MESSIEURS, que bien ſouvent il faut s'en tenir encore à de ſimples hypotheſes, faute d'une lumiere plus claire. Ce n'eſt que par une théorie profonde & par une multiplicité d'expériences, que l'on parvient à porter un jugement exact ſur l'état des maladies, & à donner des ſecours efficaces aux malades. Et peut-on y parvenir ſans être doué de génie, & ſans ſe donner des peines infatigables pour réuſſir à guérir les malades ſouffrans? Il faut en un mot ſavoir la Médecine interne, externe, ou la Chirurgie médicale & manuelle. Cette derniere Science ſeule eſt devenue de nos jours ſi vaſte, que l'on pourroit bien dire à celui qui veut la combiner avec les autres Sciences & la mettre en pratique ſans avoir tous les talens naturels & acquis: Ex quovis ligno non fit Mercurius.

Ces génies si rares à trouver sont cependant d'une nécessité indispensable dans les Armées du Roi. Je sais par une expérience qui ne sauroit me tromper, combien il m'en a coûté pour parvenir à former de bons Chirurgiens-Majors. Ce n'est qu'à force de travailler jour & nuit, & en sacrifiant ma santé, que je suis parvenu à obtenir jusqu'à un certain degré ce but principal de ma charge. Car l'on exige à juste titre d'un Chirurgien-Major accompli, qu'il soit également au fait de la Thérapie externe & interne, parce que c'est sur lui que repose le soin des malades, de quelque nature que soit leur mal.

Mais qu'est-il besoin, MESSIEURS, *de Vous faire ce détail, à Vous qui connoissez la vaste région des Sciences? Je me tais donc en le soumettant à Vos lumieres, & en me recommandant à l'honneur de Votre bienveillance.*

Le Sécretaire perpétuel répondit en ces termes.

Entre les diverses devises que les Académies peuvent prendre, il n'y en a gueres qui leur convienne mieux que le mot: Vis unita fortior. *Des Savans, isolés & renfermés dans leur Cabinet, peuvent à la vérité acquérir des connoissances distinguées & enrichir le Public d'Ouvrages importans. Cependant, s'ils avoient vécu dans les liaisons que mettent les Académies entre leurs Membres, ils auroient pu encore étendre ces connoissances & perfectionner ces Ouvrages. L'assemblage de tels Savans produit des effets qu'on pourroit comparer à ceux du Miroir d'*Archimede.

C'est sans doute pour nous acheminer de plus en plus vers cet état que notre Auguste Protecteur accorde l'entrée de l'Académie à ceux qu'il en juge dignes. Nous n'appellerons jamais de ses jugemens, non seulement à cause de l'obéissance que nous lui devons, mais par l'entiere confiance que nous avons dans ses lumieres. Venez donc, MONSIEUR, *jouir au milieu de nous du titre d'Académicien que ce sage Monarque Vous confere & de toutes les prérogatives qui y sont attachées. Vous avez une réputation fondée sur des Ouvrages estimables, & sur une pratique que les succès recommandent. Ces*

Ouvrages & cette pratique ſuppoſent que Vous avez une théorie, que Vous partez de principes qui guident également Votre plume & Votre main. En voilà aſſez pour Vous aſſocier à nos travaux. Les principes de nos connoiſſances ſont tous dans une liaiſon, qui, lors-même qu'elle paroît éloignée, ne laiſſe pas de ſe rapprocher & de ſe reſſerrer à meſure qu'on développe ces principes, qu'on les ſubordonne à ceux dont ils dépendent, & qu'on parvient à déterminer leur place dans cette théorie univerſelle, qui eſt la véritable ENCYCLOPÉDIE.

* * *

Dans l'Aſſemblée du 12 Septembre, le Sécretaire perpétuel lut une Lettre de S. M. qui ordonnoit à l'Académie de recevoir au nombre de ſes Membres honoraires S. E. M. le Baron *de Zedlitz*, Miniſtre d'État & de Juſtice: à quoi l'Académie s'eſt conformée avec autant de reſpect que de ſatisfaction.

Le 7 Novembre M. *de Zedlitz* vint prendre ſéance, & lut le Diſcours ſuivant.

MESSIEURS,

Je ne croirois pas mériter l'honneur que j'ai de parler aujourd'hui au milieu de vous, & d'être admis dans votre illuſtre Corps, ſi je me bornois à des remercimens d'uſage, & à des complimens que l'on prononce d'ordinaire ſans rien ſentir, & que l'on n'écoute jamais ſans que la modeſtie en ſouffre.

Je me flatte d'obtenir bien plus ſurement vos ſuffrages, en traitant un ſujet digne du but que doivent ſe propoſer des Sociétés ſavantes.

Les différens devoirs de ma vocation ne me laiſſerent jamais aſſez de loiſir pour me livrer à de profondes ſpéculations. Mes études & mes occupations ont toujours été dirigées vers une vie purement active. Mais il eſt un point où le Citoyen, l'Homme d'État & le Savant ſe rencontrent, & où ils doivent réunir leurs lumieres, pour contribuer de concert au bien de la Société en général & à celui de chaque particulier. L'expérience apprend à l'Homme d'État, quels ſont les beſoins de l'humanité; d'après la ſituation des affaires il fait des projets, & le Savant les examine de ſang froid.

C'eſt donc à vous, Meſſieurs, à prononcer ſur ce que je vais vous propoſer. Vous ſavez que ma vocation, d'accord avec mon goût, fait de tout ce qui tient à la ſcience de l'éducation, mon objet favori.

Il y a longtems que je me suis fait ces questions:

> Les sentimens du Cosmopolite & ceux du Patriote sont-ils en opposition? La liberté, la félicité générale & la vertu reçoivent-elles quelqu'atteinte des devoirs que l'État exige du Citoyen? ou ces devoirs peuvent-ils se concilier avec elles? L'homme tient principalement de l'éducation tout ce qu'il est; y a-t-il donc des ressorts que l'Instituteur doive, ou laisser agir, ou arrêter?

Tel est, Messieurs, le sujet dont je vais vous entretenir. La Patrie & la Postérité vous devront de la reconnoissance, si vous rectifiez mes opinions; & je ferai gloire de profiter de vos conseils.

Le vif attachement aux loix, aux mœurs, aux constitutions, aux avantages & à la gloire de la Société dans laquelle on vit, est ce que nous appellons *Patriotisme.* Ce sentiment est une espece subordonnée de celui de l'amour en général, c'est donc une passion. Cette passion, comme toutes les autres, doit son origine à l'instinct, souvent au préjugé ou à la persuasion, rarement à la conviction.

Elle peut, comme l'amour, devenir la source des plus grandes vertus, de l'obéissance, de l'activité, de l'oubli de soi-même; la source du bonheur & du contentement le plus pur. Mais elle peut devenir aussi le principe des vices les plus affreux, de l'intolérance, de la cruauté.

> Faut-il exciter cette passion, l'entretenir, l'encourager? Peut-on le faire sans dépouiller le particulier, pour l'amour des avantages très bornés d'une seule société, du droit précieux de sentir, de penser, & d'agir comme citoyen du monde?

Cette question mérite bien d'être discutée.

Il n'est pas difficile d'y répondre. Le Patriotisme doit être traité comme toute autre passion.

Étouffer une passion, ou l'endormir, c'est couper un nerf, ou le nouer; l'animer jusqu'au fanatisme, c'est exciter une fievre convulsive.

Je voudrois trouver le milieu entre ces deux extrêmes.

J'ai déjà dit que le Patriotisme naît de plusieurs sources. Il n'appartient point au but que je me propose de les examiner toutes. Si le Patriotisme doit son existence au préjugé ou à la conviction, tout ce que tentera l'Instituteur pour lui donner une certaine direction, sera superflu ou sans effet.

Voici donc à quoi se réduit la question que je traite:

> Faut-il commencer de bonne heure à exciter, par des instructions, le sentiment du Partiotisme?

Je ne prétends point parler ici de chaque espece de Patriotisme. En général, il existe par tout où il y a une Société. On le trouve dans les cloîtres, dans les corps des métiers, dans les associations mêmes des brigands. Pris dans un sens particulier, il existe à Geneve, à Berlin, à Constantinople. Partout il a ses principes, ses regles,

ſes impulſions, qui ſe modifient ſelon la diverſité des objets qui l'inſpirent. Je me borne à parler *du Patriotiſme louable; tel qu'il doit ſe trouver dans un État monarchique.*

Après ces reſtrictions je crois mon ſujet ſuffiſamment déterminé:

Eſt-il *poſſible*, & ſeroit-il *utile* d'enſeigner ou d'inſpirer le Patriotiſme dans les écoles d'un État monarchique?

Des eſprits vifs ont élevé la queſtion bizarre, s'il pouvoit y avoir des Patriotes dans une Monarchie, & ils ont beaucoup déraiſonné ſur ce ſujet.

Ils ont puiſé dans les écrits des Grecs & des Romains l'idée qu'ils ſe ſont faite du Patriote.

Séduits par les anciens Orateurs, ils ont conſtamment regardé le Patriotiſme comme une vertu héroïque, (à laquelle certaines circonſtances peuvent l'élever, & dont il prend plus d'une fois le vernis,) mais ils ne l'ont point enviſagé comme une paſſion, ce qu'il eſt cependant toujours.

Ils ont enfin confondu la Monarchie avec le Deſpotiſme.

J'ai dit, il y a un moment, que le Patriotiſme eſt une idée relative ſuivant la diverſité des ſociétés qu'il a pour objet; il en eſt de lui comme de toutes les vertus humaines dès qu'on les conſidere hors de l'individu dans lequel elles ſe trouvent.

Le Jéſuite qui à la Chine s'habille en Mandarin & canoniſe *Confucius*, le Miſſionnaire qui dans le Grœnland ſe nourrit de mouſſe pendant un long hyver, *Timoléon*, qui malgré le caractere le plus doux fait aſſaſſiner ſon frere coupable de tyrannie, *Régulus*, qui endure la mort la plus cruelle pour ne pas démentir la fermeté d'un vrai Romain; le Pacha qui baiſe le cordon qui va l'étrangler, le voleur de grands chemins qui, pour faire honneur à ſa bande, rend la bourſe & fait l'aumône au voyageur indigent qu'il ſe préparoit à dépouiller, *Codrus*, dont on a ſi ſouvent & ſi abuſivement répété le mot, ce ſont là autant de Patriotes relativement à leur ſiecle, à leurs mœurs, aux intérêts de leur ſociété; mais ſeroient-ce de bons Patriotes dans un État monarchique de notre ſiecle? Non aſſurément.

Quel eſt donc l'eſprit du vrai Patriotiſme dans une Monarchie? quels ſont ſes reſſorts, ſes bornes, ſes effets?

Le reſſort qui dans la Monarchie met le citoyen en activité, c'eſt l'*honneur*, dit *Monteſquieu*.

Si ce grand homme n'avoit pas ſervilement emprunté cette idée des Anciens, qui d'après leurs principes, leurs préjugés, & la chaleur de leurs ſentimens, penſoient & ſentoient tout autrement que nous ne pouvons & ne devons penſer & ſentir, quelle que ſoit la conſtitution politique dans laquelle nous vivons, il n'auroit pas confondu l'honneur avec le *préjugé qui prend la place de la vertu*, avec ce *phantome dont la nature eſt de demander les préférences & des diſtinctions.* (*)

Ce n'eſt point cet amour-propre baſſement intéreſſé qui ne ſonge qu'à ſoi, c'eſt la vraie vertu, la vertu réelle, qui fait agir le citoyen dans la Monarchie.

(*) Eſprit des Loix, L. 3. Ch. 6. 7. L. 4. Ch. 2.

Le Patriote guerrier me servira d'exemple & de preuve.

De quelle gloire ne jouissoit point le guerrier Grec & Romain lorsque, chargé de dépouilles & la poitrine couverte de blessures, il revenoit des combats, ou qu'il suivoit le char de triomphe de son concitoyen, ou lorsqu'étendu sur son bouclier on le portoit au bucher! La patrie ne l'honoroit pas moins que le chef sous lequel il avoit combattu. Des couronnes, des acclamations, des inscriptions, des sacrifices funebres étoient le prix de sa valeur.

Mais dans l'État monarchique de combien peu de distinctions & d'honneurs jouit le guerrier qui, sans nom, va combattre sous les ordres d'un chef, fait peut-être des choses dignes de l'immortalité, & qui, à peine apperçu, tombe expirant sur le champ de bataille & meurt confondu dans la foule! S'il n'étoit animé par la reconnoissance qu'il doit au Monarque dont la vigilance l'a fait vivre en sureté dans sa chaumiere, animé par une habitude d'obéissance contractée de bonne heure; exposeroit-il sa vie pour le service de l'État, dans des occasions où ce qu'il fera ne sera pas même apperçu, où il trouvera sa perte au lieu de trouver des récompenses?

Que la *vertu* soit donc le guide du Patriote que je peins & que je voudrois voir se former. Il n'est point de passion avec laquelle la vertu ne puisse s'allier, parce que la vertu a besoin d'être animée du feu de la passion; mais c'est à la vertu à diriger la passion dans ses progrès, à la gouverner & à la moderer.

Ainsi la conductrice de *Télémaque* oublie son austérité & partage la joie de son éleve au festin du vertueux *Nestor* (*); mais elle précipite du haut des dangereux rochers de *Calypso* le jeune homme imprudent.

La passion guidée par la vertu ne donnera jamais dans l'excès, elle demeurera toujours fort eloignée de ce degré qui n'est qu'un état peu naturel, une vraie maladie de l'entendement ou de l'organisation, bien souvent l'un & l'autre, où l'homme ébloui ressemble au Somnambule qui ne voit que la ligne où il marche, sans appercevoir d'un côté les dangers qui le menacent, ni de l'autre le chemin qu'il pourroit suivre avec assurance.

Il est des occasions, même dans les Monarchies, où cette maladie dont je parle peut être salutaire, où la ruine de l'État est immanquable sans le succès heureux d'une action hardie, où la Patrie ne peut être arrachée à sa perte sans l'oubli de tous les périls & de toutes les relations.

Mais je ne m'occupe ici que des devoirs & des besoins généraux des citoyens, & non de ces cas qui sont des exceptions à la regle.

Dans la situation tranquille des affaires d'une Monarchie bien constituée, le Patriotisme ne peut être qu'une passion douce.

Le Républicain, qui ne sacrifiant qu'une petite partie de sa liberté naturelle, se réserve les droits les plus importans, celui d'une propriété sans bornes & de la défense de soi-même, est immédiatement intéressé à tout ce qui intéresse l'État.

(*) Odyssée L. 3.

Mais le citoyen d'un État Monarchique attend de celui auquel il a remis une partie de sa liberté & de ses droits, la sureté de sa vie, de sa famille, de sa fortune. Il se repose tranquillement sur celui qui ira au devant des dangers qu'il peut craindre, ou qui saura les détourner. Il n'a autre chose à faire que de ne pas mettre obstacle à l'activité de son protecteur. Il considere les événemens qui arrivent dans l'État, comme le cultivateur considere un orage qui approche. Il voit avec inquiétude le nuage effrayant passer au dessus des possessions de son voisin; mais il se confie en celui qui dirige la foudre, & ce n'est que lorsqu'il voit la flamme ravager la contrée où des ordres supérieurs & la certitude d'être utile l'appellent à prêter son secours, qu'il se hâte d'employer toutes ses forces pour arrêter le torrent de l'infortune.

Confiance dans son Souverain & ses représentans, reconnoissance pour la sureté dont il le fait jouir, obéissance libre à ses ordres, soumission au sort que lui procurent les loix & les arrangemens publics, activité dans la sphere où il est placé, voilà, si je ne me trompe, les sentimens qui dans un État monarchique caractérisent le vrai Patriote.

Et c'est dans cette disposition tranquille d'esprit que le Patriote, tel que je me le représente, doit puiser une mesure de bonheur & de vertu que le Républicain ne trouvera point dans son fougueux enthousiasme.

C'est donc pour le Souverain une affaire très sérieuse de chercher à rendre commune cette façon de penser, aussi avantageuse pour lui que pour ses sujets; & l'art de l'inspirer est sans doute une étude digne du Sage.

Mais, dira-t-on, seroit-il nécessaire de travailler à l'inspirer aux sujets? & ne suffit-il point que le Souverain gouverne l'État conformément à sa constitution? l'habitude rendra naturellement leur situation supportable aux sujets & insensiblement elle leur deviendra agréable; la force du gouvernement leur ôtera, avec l'envie, le pouvoir de nuire à l'État par les saillies d'un vain enthousiasme. Le Souverain sera obéi, & les sujets seront heureux sans qu'on ait besoin de tant de moyens préparatoires.

Mais ce seroit là, Messieurs, une maxime abominable, digne du Vizir d'un despote Asiatique. Malheureusement on la débite souvent dans des États monarchiques. Nous qui vivons sous un astre plus propice, pourrions-nous ne la pas abhorrer autant qu'elle mérite de l'être?

Un bon Prince veut régner sur des hommes qui lui obéissent par affection & qui le servent par reconnoissance, & non point sur des êtres qui végetent dans l'inaction, endormis dans l'habitude de la servitude; non point sur de vils esclaves, qui avec le moindre emploi possible de leurs facultés, cherchent à conserver leur misérable existence & à éviter les supplices dont les menace la tyrannie.

Dans ce sanctuaire de la vérité nous ne devons pas la dissimuler; présentons donc les choses sous leur véritable point de vue.

Comment pensent & agissent la plupart des citoyens des États monarchiques? leur caractere n'est-il point indifférence pour le bien public, indolence dans tout ce qui ne les intéresse pas immédiatement? ne sont-ils pas malheureusement les originaux des portraits

traits satiriques que tracent les républicains modernes, ou soi-disant tels, lorsqu'ils nous racontent le reve de leur liberté.

Il n'est donné qu'à un petit nombre d'esprits éclairés, de tirer de leur propre fonds & de combiner les idées de subordination & de liberté, de devoir & de bonheur, de passion & de vertu. N'appartiendroit-il pas à l'ami de l'humanité de répandre parmi les hommes ordinaires, par la voie de l'instruction, des idées & des sentimens que des ames privilégiées ne tiennent que des mains de la Nature?

Il est donc incontestable que le Patriotisme doit être inspiré, enseigné aux Citoyens.

Mais de quelle maniere faut-il s'y prendre? c'est ce qui nous reste à examiner.

Quiconque est assez sage pour s'étudier lui-même, avouera que ses inclinations, ses idées, ses défauts ainsi que ses bonnes qualités dérivent des premieres impressions qu'il a reçues. Une passion nourrie avec complaisance, un ressort négligé, un seul principe faux, suffisent pour imprimer à l'enfant d'une maniere indélébile le caractere qu'il aura étant homme.

Fort éloignés encore de cette époque que Mr. *Basedow* désire, où les peres & meres seront, ce qu'ils doivent être, les premiers & les meilleurs Instituteurs de leurs enfans; nous sommes réduits à recourir à un Instituteur étranger; c'est à lui qu'il faut s'en rapporter du soin d'élever d'honnêtes & d'heureux citoyens, du soin d'épier en quelque sorte le germe des vertus & des vices au moment où il se montre, en un mot du soin de former de bons patriotes.

Je regarde le Patriotisme comme une passion; or il est bien décidé que les passions naissent avec nous, qu'elles nous animent avant même que nous puissions nous en appercevoir, qu'elles dégénerent sans que nous le sentions, & qu'elles nous portent souvent à des actions dont nous n'entrevoyons pas toujours la moralité. La disposition au Patriotisme, de même que chacune de nos passions, ces présens de la Nature si nécessaires & en même tems si dangereux, doit être un des premiers objets dont s'occupera le Pédagogue.

Mais que fera-t-il pour remplir cet objet important? Le Capucin dira: *exterminez les passions;* le Physicien: *animez-les;* le Philosophe: *réglez-les.*

L'Instituteur éclairé méprisant les conseils insensés des ignorans qui dans leurs cellules ou dans leur galetas se figurent un monde qui n'existe point, combinera les observations & les principes du Philosophe & du Physicien & trouvera ainsi la route qu'il doit suivre pour former dès leur jeunesse les hommes au Patriotisme.

Le Patriotisme selon mes idées doit être enseigné comme la Religion. Le gouvernement monarchique est une copie en miniature du gouvernement du monde. La ressemblance sera d'autant plus exacte que le Souverain saura, si j'ose m'exprimer ainsi, se servir avec plus d'habileté du Pantographe.

Un plan fixe, formé par un Être supérieur, exécuté par des pouvoirs subalternes sagement combinés & mus avec régularité, tendant d'après des loix universelles au bien

de l'Ensemble, voilà l'empire de la Providence. Appliquons ce que je viens de dire à un Etat, ce sera le gouvernement monarchique.

Celui qui enseigne la Religion & celui qui enseigne le Patriotisme ont les mêmes devoirs à remplir. L'un & l'autre, par des instructions intéressantes, doit exciter le sentiment de la bienveillance & l'élever jusqu'à la pratique de la vertu.

Leurs instructions sont si utiles, si salutaires, si simples, qu'elles conviennent à chaque âge, à chaque état, qu'elles peuvent s'allier avec toutes les Sciences.

Les deux Instituteurs doivent se prêter des secours mutuels. Heureux si le Ministre de la religion, qu'il soit Prêtre, Rabbin ou Iman, fraye le chemin à l'Instituteur patriote! Il n'est point de Patriotisme sans Religion. Celui qui croit à la Providence, qui se résigne avec soumission à ses directions, sera certainement un excellent Citoyen.

Le Ministre de la Religion dans ses instructions a un grand avantage. Tous ses élèves sont pour lui de niveau relativement au rang. L'héritier du thrône & l'habitant des chaumieres sont à ses yeux des freres, parce qu'ils sont hommes, sujets aux mêmes besoins, tenus aux mêmes devoirs & autorisés aux mêmes espérances. L'Instituteur n'a qu'un motif à développer, qu'un seul ressort à tendre. Il n'en est pas de même de l'Instituteur patriote. Dans la société politique les citoyens sont placés sur différens degrés. Dans chaque condition il faut une façon de penser particuliere, il faut d'autres talens. Si l'Instituteur vouloit se servir de la même méthode avec tous ses éleves, il sapperoit les fondemens du gouvernement monarchique, il détruiroit l'esprit de subordination.

L'instruction que l'on doit donner à la jeunesse pour lui inspirer le Patriotisme est de deux sortes; l'une générale, l'autre particuliere. Celle-là pour tous les citoyens indistinctement; celle-ci relative aux différentes classes auxquelles ils appartiennent.

L'instruction générale commence dès les premieres années, finit au moment où le jeune homme se détermine sur le choix d'une vocation & travaille à se rendre propre à tenir sa place dans la classe à laquelle il appartiendra.

Le Ministre de la Religion doit avoir prévenu & instruit son éleve du mélange de bien & de mal qui l'attend à son entrée dans le monde; il doit lui avoir fait sentir combien il a besoin du secours d'autrui pour n'être pas infiniment malheureux. Il aura ainsi fait éclore dans son ame des germes de l'amour & de la reconnoissance pour son pere & sa mere, ainsi que pour cet Être supreme sans lequel son pere ne pourroit être ni son bienfaiteur, ni son guide. De cette maniere l'enfant acquiert insensiblement les dispositions heureuses du contentement d'esprit, de la résignation & de la tranquillité dans les divers événemens de la vie, il prend des sentimens d'une bienveillance universelle, avant même qu'il puisse encore s'en rendre raison. Il est vrai que ces sentimens de bienveillance sont en quelque sorte nés avec nous, c'est une espece d'instinct; mais tout sentiment qui soutiendra un jour l'examen de la réflexion, doit être porté & fortifié dans notre ame avant même que nous soyons capables de réfléchir.

Préparé de cette maniere & nourri des principes de la Religion, le jeune éleve portera dans la Société dont il sera membre les mêmes dispositions; il sera résigné, satisfait de son sort, capable d'attachement & de reconnoissance.

Le but & les bornes de ce Mémoire ne me permettent point d'entrer dans tous les détails de la méthode qu'il faudroit suivre pour inspirer au jeune citoyen les sentimens du Patriotisme. Il suffira d'en donner une esquisse.

Dans toute instruction morale il y a deux choses à observer:

1) Elle doit être dirigée de maniere que, partant des premieres relations individuelles de l'éleve, elle embrasse successivement toutes celles qui l'attendent, ou qu'il aura à remplir.

2) Il faut en second lieu qu'elle soit combinée avec la pratique.

Celui qui enseigne le Patriotisme ne doit jamais perdre ces deux objets de vue. Parmi les devoirs auxquels l'homme est tenu envers ses semblables, ceux qui ont pour objet ses parens, ses amis, ses domestiques sont les premiers qu'il a à remplir. L'Instituteur dans ses instructions suivra cette marche & portera dabord son éleve à l'observation de ces premiers devoirs; il lui sera aisé ensuite de donner analogiquement une idée préliminaire du Souverain, des citoyens, des sujets. Les enfans qui voient & observent plus qu'on ne le croit, remarqueront en cent occasions que leur pere est obligé à faire des choses, à supporter des peines & des travaux, qu'il se trouve dans des liaisons, qui ne tiennent pas immédiatement à ses relations avec sa famille. L'Instituteur profitera de ces observations qu'il verra faire à l'enfant. Le cœur de l'éleve une fois préparé à la bienveillance, il sera aisé d'exciter le premier sentiment de gratitude & d'obéissance envers le Souverain, de bienfaisance, de support, de justice envers ses égaux & ses inférieurs. Ce sentiment sera encore obscur, mais il n'est pas besoin qu'il soit d'abord autre chose.

Il seroit superflu de donner ici des exemples. La route que j'indique est si droite, si unie, que le moindre Régent d'école ne peut s'en écarter à moins qu'il ne le veuille bien.

Je ne saurois me dispenser de faire ici l'éloge de Mr. *Basedow* & des planches qu'il a fait graver pour son Manuel élémentaire. Le public ne tire assurément point de ces planches tout le parti qu'il en pourroit tirer; elles devroient être le premier manuel de tous les Instituteurs; elles forment une véritable galerie de tableaux, bien propres à donner aux enfans des idées intuitives, même relativement à la branche de l'éducation dont je parle.

Au lieu de ce grand nombre d'expériences & de raisonnemens qu'il faut pour donner à la jeunesse les idées de la sureté & de l'aisance que l'on trouve dans la société civile, celles de l'utilité qui résulte de l'activité & des travaux des citoyens, celles du Souverain, de la justice distributive, des différentes formes de Gouvernement, l'Instituteur trouvera dans ces planches le moyen de donner à ses éleves toutes ces idées à la fois (*); remar-

(*) Tab. 24. 30. 31. 32. 33. 34. 47. &c.

quons encore que ces tableaux ont tant d'expression qu'il ne faut qu'une légere portion de bon sens pour les expliquer.

Mais cette excellente collection a pour bien des gens un défaut; elle est très chere, & bien des familles sont trop peu aisées pour l'acquérir. En attendant que quelque Philantrope fasse pour l'éducation des Citoyens ce que *Canstein* a fait pour l'Église protestante, il faudra nous contenter de l'instruction orale, qui, bien que plus difficile que l'autre, n'est cependant pas moins sure.

L'Instituteur ne rempliroit sa tâche qu'à demi, s'il n'accoûtumoit ses éleves à la pratique des vertus qu'on exige des Citoyens. Il ne suffit pas que l'esprit admire ces vertus, que le cœur les approuve; l'habitude doit rendre aisée la résignation qu'elles exigent, & l'organisation même y doit être adaptée.

Hercule n'eût jamais triomphé d'*Antée*, s'il ne se fût exercé de bonne heure à étouffer des serpens.

Que l'Instituteur exerce donc continuellement ses éleves au support, à la subordination, à la résignation, à l'obéissance. Un des premiers & des plus violens désirs de l'ame, c'est celui de l'indépendance, de la liberté de s'étendre, de s'aggrandir. Ce désir peut devenir très pernicieux dans un monde où il n'y a que des êtres bornés; il est donc très nécessaire de le réprimer de bonne heure & lorsque le cœur se plie encore sans peine à chaque situation.

Les peres & les meres feront ici cause commune avec l'Instituteur. L'enfant doit s'accoûtumer à obéir exactement aux ordres qu'il reçoit, sans qu'on lui en allegue de raison, sans qu'on lui promette de récompense, ou qu'on le menace de châtimens; il doit apprendre à se passer de certains avantages, de certains plaisirs, aussitôt que ses maitres jugeront à propos de l'en priver. Les principes de la subordination doivent être appliqués même aux jeux de l'enfance. Quand l'enfant, jouant avec ses camarades, manque d'obéir au supérieur qu'il s'est choisi ou qu'il a reconnu tel sur le conseil des parens, il mérite punition; il en mérite s'il contrevient à quelque loi du jeu, & c'est aux parens & aux maitres à ne pas négliger de faire observer la loi.

Ne soyez pas surpris, Messieurs, que je m'arrête ici à des choses que l'on pourroit traiter de puérilités. Pour former des hommes il faut les diriger dès le premier moment où ils déploient leur activité. C'est alors que leurs inclinations se développent, & c'est le point où il faut commencer à leur donner la direction convenable.

Mais tant de séverité ne révoltera-t-elle pas les enfans? n'abattra-t-elle pas leur ame? N'en craignons rien, si l'on a su leur inspirer de la confiance & de l'affection pour leurs supérieurs.

Que ces supérieurs se gardent seulement de toute injustice. Le despote est un monstre odieux dans l'école, comme il l'est partout ailleurs. L'enfant doit sans doute obéir sans hésiter, sans raisonner; mais malheur à l'Instituteur dans lequel les enfans auront découvert la plus légere ombre d'injustice; tout sera perdu!

Je n'ai parlé jusqu'ici que de la préparation du sol où doit *croître* le Patriotisme. Voyons à présent comment il doit être cultivé.

Il n'y a presque aucune école où l'on ne donne une *légere* teinture de la Géographie & de l'Histoire; c'est dans ces leçons que le maître pourra faire connoître à ses écoliers, de la maniere la plus simple, les différentes formes de gouvernement. Quoique sujet d'une Monarchie, il sera, sans craindre de pécher contre le devoir de citoyen, l'éloge de la richesse de la Hollande, de la *législation* de Venise, de la sureté de la Suisse; car pourquoi cacher ce qu'il y a de bon & de louable chez les autres peuples? Nous n'avons point à rougir, en comparant notre gouvernement avec le leur; pour former de bons sujets nous ne voulons point élever des ignorans; ce seroit suivre les maximes pitoyables des couvens: Que le jeune homme apprenne à connoître le monde, qu'il examine, qu'il compare; il n'en deviendra que meilleur citoyen.

Ne croyez pas, Messieurs, que je prétende établir dans chaque école une chaire de Politique. Quelques traits frappans suffiront pour convaincre l'écolier, que dans les Républiques on trouve aussi souvent l'oppression que la liberté dans les Monarchies, & que c'est des circonstances dans lesquelles se trouvent les peuples, que dépend leur bonheur.

Quelque lecture suffira pour fournir au moindre Régent de college un bon nombre d'exemples; & il ne seroit pas impossible de pourvoir à cet égard jusqu'aux écoles de la campagne, de livres élémentaires.

Il importe extrémement de convaincre les jeunes gens par l'Histoire, que dans les Monarchies le citoyen jouit de plus de sureté qu'il n'en peut attendre dans les Républiques. Dans celles-ci les secours, l'appui dont il a besoin, dépendent en grande partie de la bonne volonté de ses concitoyens; il n'y sauroit jamais compter bien surement, & dans plus d'une occasion il court risque de se voir abandonné.

Il ne courra point ce risque dans un État monarchique. L'appui dont il a besoin ne sauroit lui manquer, parce que c'est un devoir indispensable de tout homme en place, de le secourir sans aucun égard personnel.

C'est au Moraliste à achever ce qu'auront commencé l'Historien & le Géographe. Le tems où les sentimens confus de l'enfance commencent à s'éclaircir & à faire éclore les idées qui serviront de base à des principes réfléchis, est encore l'époque où se forment les illusions les plus dangereuses. L'Instituteur ne sauroit donc user de trop grandes précautions pour empêcher que la pensée de la sureté dont jouira le citoyen ne dégénere en léthargie & en engourdissement, que le sentiment du contentement & de la tranquillité d'esprit ne devienne indifférence envers ses semblables, & qu'une bassesse stupide ne soit l'effet de l'habitude, de l'obéissance.

Cet ouvrage n'est pas difficile. Celui qui enseigne la Morale à la jeunesse est ordinairement le même qui enseigne la Religion; il saura donc bien éviter les écueils dont je viens de parler. La bonne méthode est assez connue & le sera davantage, depuis que les Souverains commencent à envisager l'éducation comme une affaire d'État.

Que l'Instituteur suive donc cette bonne méthode. Ce qu'il dira à ses éleves des relations où l'homme se trouve avec l'Etre supreme, s'applique, proportion gardée, au Souverain. Le Maître d'école de village sera donc, quant à l'essentiel, autant que le Gouverneur des Princes.

Si les regles que je viens de donner sont exactement observées, la vertu du Patriotisme naîtra dans le cœur du jeune homme, & il ne faudra que du ressort pour la rendre active dans les différentes classes des citoyens. Ce ressort ne sera ni trop tendu, ni trop lâche; les facultés de l'ame sont analogues aux forces méchaniques.

Il me reste à indiquer les diverses classes des sujets, suivant lesquelles les instructions particulieres doivent naturellement différer. Je compte trois classes de Citoyens.

La premiere, celle du peuple; elle est composée des habitans de la campagne & de cette foule qui n'est propre & qui ne se destine qu'aux travaux manuels.

La seconde, celle des bourgeois civilisés; j'y comprens les hommes à talens, les Artistes, les Savans, & ceux que d'autres qualités font admettre aux emplois.

La troisieme, celle des Gens de qualité.

Il faut pour chacune de ces classes une instruction particuliere, relative aux devoirs qu'elles supposent. Il s'agit d'indiquer exactement le terme où finit l'instruction générale, & où l'instruction particuliere commence.

Le fils du villageois est parvenu à ce terme, quand il a achevé son petit cours d'études dans son école, & qu'il doit prendre la charrue ou le marteau.

Les enfans des dernieres classes sont au même terme, quand ils commençent leurs études dans les colleges.

Je viens de dire, qu'il faut des instructions particulieres au villageois quand il a quitté l'école. Qu'on ne s'imagine point que j'aye dit une chose absurde. Il est incontestable qu'il faut continuer l'instruction à cette classe d'hommes, que le tyran voudroit abrutir & dont le cosmopolite enthousiaste voudroit faire des Philosophes. Il y a de la cruauté des deux côtés; le tyran blesse les droits de l'humanité, le cosmopolite enthousiaste empoisonne les sources du bonheur pour une grande partie de ses semblables. Pourquoi donner à des gens grossiers, des connoissances dont ils abuseront, qui leur inspireront le désir de changer leur situation contre une autre, dans laquelle ils seroient déplacés? pourquoi porter dans leur cœur des sentimens qui leur rendront leur état insupportable?

Agissons donc avec eux en vrais amis des hommes. Après leur avoir donné, aussi complettement qu'il est possible, cette instruction générale dont j'ai parlé, qu'on leur inculque qu'ils sont destinés à obéir; qu'en leur faisant pratiquer leurs devoirs, on les leur rende aussi aisés & aussi méchaniques que l'on pourra. Des spéculations savantes détruiroient chez eux cette activité qui, avec l'habitude d'une obéissance entiere, est le ressort des vertus de cette classe. Et voici la tâche des Ministres de la Religion. Je sais,

& je sais par expérience tout le mal que peuvent faire les Ecclésiastiques: mais je sais aussi & j'ai vu tout le bien qu'ils peuvent faire, surtout à la campagne. Un Pasteur gagne sans peine la confiance de la multitude. Il lui parle non seulement en public, mais encore dans ces occasions où le cœur est bien disposé à prendre de bonnes résolutions. En tout tems il peut entrer dans la chaumiere de ses paroissiens; ils l'appellent toutes les fois qu'il leur arrive quelque événement domestique tant soit peu remarquable pour eux, il est leur convive dans leurs repas solemnels. Que de bien ne pourra-t-il pas faire par ses exhortations, ses consolations & surtout par ses exemples! Si une fois on devient plus attentif au choix de ces hommes dont l'emploi est si respectable, leur utilité ne poutra manquer de se montrer dans tout son jour.

Il y a une grande différence de la premiere classe de citoyens, à la seconde dont je vais m'occuper actuellement. Celle-là doit à l'État la main-d'œuvre; celle-ci lui doit des talens. Les citoyens qui composent la premiere, ont pour leur lot l'obéissance; on exige des autres de la réflexion. Ceux-là seroient éblouis par trop de lumieres; ceux-ci ne sauroient être trop éclairés. Cette classe mérite donc la plus grande attention. Elle nous fournit les hommes qui un jour instruiront leurs concitoyens de toute l'étendue de leurs devoirs; c'est dans cette classe que le Souverain prend les sujets qui dans les Tribunaux ou dans d'autres places qu'on leur confiera, participeront au gouvernement de l'État; c'est de cette classe enfin, que sortent ceux qui formeront ou épureront le goût de la nation.

Il est donc de la derniere importance de veiller sur leur éducation, & c'est principalement au Philosophe-moraliste que je confierois ce soin. Il ne suffira point qu'il leur explique la différence qui se trouve entre la liberté & la licence, qu'il rectifie les impressions que pourra faire sur eux la description du siecle d'or de la Grece & de Rome; il ne suffira pas même qu'il les encourage à l'activité. Suivant moi, le Philosophe-moraliste doit observer encore ces regles essentielles: Qu'il excite & anime dans ses éleves le désir de se rendre *utiles*: Qu'il leur fasse sentir vivement la différence qu'il y a entre la gloire & l'utilité: qu'il leur apprenne que le mérite ne s'apprécie que d'après le bien que l'on fait.

Guillaume Beukels, qui nous a appris l'art de conserver les harengs, a mieux mérité de sa patrie que l'Auteur de la Henriade.

Le *Ventilateur* de *Hales* & le *Conducteur* de *Franklin* valent plus que des Bibliotheques entieres de pieces dramatiques.

Lorriot, qui a retrouvé le secret du ciment des Anciens, a rendu des services plus réels aux hommes que *Fléchier* & *Thomas*.

Le Philosophe fera voir aux jeunes gens que ce seroit tomber dans la folie de *Don Quichotte* que de prétendre remédier à chaque mal; qu'il s'agit surtout, avant d'y obvier, de bien examiner les suites qu'aura le remede qu'on y appliquera, suites quelquefois plus pernicieuses que le mal même. Il les garantira de la démangeaison de faire des projets, & leur montrera que tout projet dont l'exécution, avantageuse pour une cer-

taine claſſe de citoyens, eſt à charge à un plus grand nombre, eſt eſſentiellement mauvais. Les Méchaniciens, qui de nos jours ont imaginé en Angleterre une machine pour faire des rubans, & en Hollande un métier à bas, étoient aſſurément des gens très habiles; mais en exécutant les modeles qu'ils préſenterent, on auroit rendu des milliers de mains inutiles; auſſi furent-ils très mal accueillis, & l'on n'héſita pas à condamner à l'oubli les fruits de leurs génies.

Tels étoient encore pluſieurs des projets que le Docteur *Becher* inventa & dont il nous fait l'énumération dans ſes *ſages folies*, ou ſa *folle ſageſſe.* (*) Le métier qu'il avoit imaginé, & ſur lequel deux perſonnes pouvoient faire cent aunes de drap dans une journée, ſon *Filutorium*, qui en ſimplicité ſurpaſſoit même celui de *Bologne*, prouvoient certainement les talens de l'inventeur. Mais, certes, ces inventions ne lui gagnerent jamais ce degré d'eſtime que l'Allemagne, & ſurtout l'Autriche, lui doit pour y avoir introduit l'uſage des pommes de terre.

Je ne crains point, en ſuivant de ſemblables principes, d'ôter à l'État des hommes diſtingués dans ces arts qui ne ſervent qu'à l'amuſement. Je les eſtime trop pour les bannir, & je ſuis bien convaincu qu'on n'étouffera jamais le génie. Vous avez beau prêcher à l'homme à talens l'obligation de ſe rendre utile; il ne quittera point le pinceau, ou le cizeau, ou l'archet. Mais ayez ſoin qu'il ſoit bien inſtruit; & il ne ſe ſervira de ſes talens que pour animer ſes concitoyens à des actions nobles & généreuſes.

Il ne me reſte que quelques mots à dire de la troiſieme claſſe. La plus grande partie des choſes que j'ai dites de la ſeconde s'appliquent naturellement ici. Même activité, même déſir de ſe rendre utile, même balance pour apprécier le mérite.

De tous les citoyens d'un État monarchique ce ſont les Nobles qui ont les devoirs les plus difficiles à remplir. Les places les plus éminentes dans le civil ainſi que dans les armées ſont pour eux. Il leur faut donc un aiguillon de plus. Cet aiguillon c'eſt l'honneur, qui animera leur courage juſqu'au mépris de la vie. C'eſt l'honneur qui leur inſpirera de la fermeté dans les circonſtances les plus critiques. Le devoir de l'Inſtituteur c'eſt d'inſpirer & d'entretenir ce ſentiment de l'honneur. Il montrera dans l'Hiſtoire à ſes éleves les grands exploits de leurs aïeux & les animera à ſuivre leurs exemples; il les inſtruira de l'hiſtoire de leur patrie & leur en rendra chers les intérêts; il les remplira ſurtout d'amour envers le Souverain. Car malheur au pays dont le Souverain n'eſt pas plus aimé de ſes Généraux & de ſes Miniſtres, qu'il ne peut l'être de ceux de ſes ſujets que leur état éloigne davantage de ſa perſonne! L'Inſtituteur n'aura garde d'oublier de préſerver ſon éleve de tout mépris pour les autres claſſes de citoyens & de lui faire comprendre, combien dans un Etat réglé chaque claſſe de ſujets contribue au bien général, & qu'il faut ſouvent plus de fermeté & de courage pour remplir ſes devoirs dans des emplois obſcurs, que dans ceux où l'on eſt ſûr que la renommée publiera tout le bien que l'on aura fait.

Telle

(*) C'eſt le titre d'un livre de ce Savant.

Telle eſt, Meſſieurs, la méthode d'après laquelle je ſouhaiterois que l'on formât les Patriotes dans les États monarchiques. Cette méthode a peut-être ſes difficultés dans plus d'une monarchie; chez nous elle eſt preſque ſuperflue. Dans un pays dont le Souverain donne lui-même le premier l'exemple de l'activité & de la bienveillance, on n'a qu'à étudier ſon hiſtoire, à l'enſeigner aux citoyens & à leur dire:

Tel eſt, o Pruſſiens, votre auguſte modele,
Soutenez comme lui votre gloire nouvelle,
Et ſans vous arrêter à vos premiers travaux,
Sachez prouver au monde
Qu'une vertu féconde
En produit de nouveaux. (*)

Toute inſtruction devient inutile, s'il en faut d'avantage pour inſpirer le Patriotiſme.

Le Sécretaire perpétuel répondit en ces termes:

Il en eſt, ce me ſemble, du Corps Politique comme du corps humain, des États comme des hommes. L'éducation phyſique précede l'éducation morale; elle la prépare & en aſſure le ſuccès. L'une & l'autre concourent à procurer à l'individu la plus grande ſomme de biens à laquelle il puiſſe raiſonnablement aſpirer.

Un État qui ne ſeroit compoſé que de Citoyens ſains de corps & d'eſprit, ſeroit le meilleur poſſible. Ce n'eſt qu'une ſpéculation: on ne ſauroit ſe promettre de la réaliſer: mais on peut & on doit même y tendre conſtamment.

De toutes les circonſtances propres à faciliter la réuſſite de cette entrepriſe capitale, la plus favorable ſeroit celle où, ſous les auſpices d'un Monarque plus grand par ſes lumieres & ſes vertus que par ſes combats & ſes triomphes, des Miniſtres philoſophes, ſecondés par des Savans philoſophes, débarraſſeroient toutes les anciennes routes des épines dont elles ſont ſemées, & conduiroient par la voie la plus courte, auſſi bien que la plus ſûre, au Sanctuaire de la Vérité & de la Vertu.

En dire davantage, ce ſeroit faire tort à la pénétration de ceux qui m'écoutent.

(*) Poëſies diverſes, Ode aux Pruſſiens.

* * *

L'Académie s'est conformée aux ordres du Roi en date du 18 Janvier & du 11 Juillet, en aggrégeant au nombre de ses Membres externes M. l'Abbé *Spallanzani*, demeurant à Pavie, & M. l'Abbé *Toaldo*, Professeur d'Astronomie à Padoue.

PRIX

proposés par l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres pour l'Année 1778.

L'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres, dans son Assemblée du 6 Juin 1776, a adjugé le Prix de la Classe de Belles-Lettres qui concernoit la Question suivante:

Quelle a été, relativement aux denrées, la valeur des Monnoies depuis Constantin le Grand jusqu'au partage de l'Empire à la mort de Théodose? Et quelle a été l'influence réciproque entre les variations qu'a subies cette valeur, & les changemens arrivés dans l'état politique & économique de l'Empire?

Ce prix a été remporté par feu Mr. *Jules Frédéric de Keffenbrinck*, premier Président de la Régence de Stettin. Son Mémoire étoit en Allemand & avoit pour Devise: *Rector omnium vim quoque intelligendi, quam ipse dedit, & regit & adjuvat.* La Classe de Belles-Lettres, en le couronnant, auroit souhaité de voir la troisieme partie plus généralisée & plus développée.

La Classe de Philosophie spéculative avoit différé jusqu'à l'année 1776 l'adjudication du Prix *sur l'examen des deux facultés primitives de l'ame, celle de connoître & celle de sentir.* Le Mémoire Allemand, qui a remporté ce Prix, avoit pour Devise, *Nosce te ipsum;* & il étoit de Mr. *Jean Auguste Eberhard,* Pasteur à Charlottenbourg.

L'*accessit* a été accordé 1°. à la Piece françoise, intitulée *Recherches sur la faculté de sentir & sur celle de connoître,* ayant pour Devise: *Sin, has-ne possim Naturæ accedere partes*: Virg. Georg. 2°. A la Dissertation Allemande qui a pour Devise un passage Grec de Platon; Οὐδὲ γὰρ &c. 3°. Au Mémoire Allemand, qui a pour Devise: *Est quodam prodire tenus &c.*

La Claſſe de Philoſophie Expérimentale a propoſé pour l'année 1777 la Queſtion ſuivante:

Il eſt connu que les angles ſous leſquels les rameaux des arteres ſortent de leurs troncs ſont différens, & que cette différence eſt relative à celle qui ſe trouve entre les viſceres.

Cela poſé, on demande;

Quelle eſt la grandeur déterminée de ces angles, préférablement requiſe pour chaque eſpece de ſécrétions? Comment on peut le mieux parvenir, au moyen des expériences, à fixer cette détermination? Et quelles ſont les modifications dans la viteſſe & dans la circulation du ſang qui en réſultent?

On invite les Savans de tout pays, excepté les Membres ordinaires de l'Académie, à travailler ſur cette Queſtion. Le Prix, qui conſiſte en une Médaille d'or du poids de cinquante Ducats, ſera donné à celui qui, au jugement de l'Académie, aura le mieux réuſſi. Les Pieces, écrites d'un caractere liſible, ſeront adreſſées à Mr. le Conſeiller Privé *Formey*, Sécretaire perpétuel de l'Académie.

Le terme pour les recevoir eſt fixé juſqu'au 1. de Janvier 1777; après quoi on n'en recevra abſolument aucune, quelque raiſon de retardement qui puiſſe être alléguée en ſa faveur.

On prie les Auteurs de ne point ſe nommer, mais de mettre ſimplement une Deviſe, à laquelle ils joindront un Billet cacheté, qui contiendra, avec la Deviſe, leur nom & leur demeure.

Le Jugement de l'Académie ſera déclaré dans l'Aſſemblée publique du 31 de Mai 1777.

L'Académie devoit adjuger, dans ſon Aſſemblée du 2 Juin 1774, le Prix de Mathématique qui concernoit la Queſtion ſuivante:

Il s'agit *de perfectionner les méthodes qu'on emploie pour calculer les orbites des Cometes d'après les obſervations; de donner ſurtout les formules générales & rigoureuſes qui renferment la ſolution du probleme où il s'agit de déterminer l'orbite parabolique d'une Comete par le moyen de trois obſervations, & d'en faire voir l'uſage pour réſoudre ce probleme de la maniere la plus ſimple & la plus exacte.*

Quoique l'Académie ait trouvé dans quelques-unes des Pieces qui lui ont été envoyées, beaucoup de travail & des vues analytiques très profondes; cependant, comme il lui a paru que les Auteurs de ces Pieces n'avoient pas rempli le but principal de la Queſtion, lequel eſt de procurer aux Aſtronomes des moyens faciles & directs de calculer les orbites des Cometes d'après les obſervations, elle a jugé à propos de remettre ce Prix & de le renvoyer même à l'année 1778, ſoit afin de donner par ce délai plus de tems aux Savans qui voudront s'occuper de ces recherches, ſoit pour rendre le Prix double, & en quelque maniere plus proportionné à l'importance & à la difficulté de la Queſtion. Les Pieces ſeront reçues juſqu'au 1 Janvier 1778; & le Prix conſiſtera en une médaille de cent Ducats.

Feu Monsieur le Conseiller Privé & Directeur de la Classe de Philosophie expérimentale *Eller*, ayant fondé un Prix qui doit être principalement relatif aux matieres d'Agriculture & de Jardinage, & pour lequel on a déjà proposé une Question *sur la transplantation*, sur laquelle on n'a rien reçu de satisfaisant, en voici une nouvelle:

Les Plantes tirant principalement leur nourriture des racines, la maniere de les cultiver & de les élever dépend en grande partie des différences entre ces racines, c'est à dire, de leur grosseur, de leur forme, de leur structure, de leur nombre, & de la maniere dont leurs rameaux & leurs fibres s'étendent, comme aussi de la constitution de l'écorce, plus ou moins épaisse & dure: sur quoi l'on demande;

Comment l'on pourroit, d'une maniere circonstanciée, réduire les plantes en classes relativement aux objets susdits? Et ce qui en résulteroit de déterminé par rapport à la culture des plantes en général, & de celles de chacune de ces classes en particulier?

Les Pieces seront admises au concours jusqu'au 1 Janvier 1777, & le Prix sera adjugé dans l'Assemblée publique du 31 Mai suivant.

HISTOIRE NATURELLE.

SUR LA LUMIERE ET LES COULEURS.

Mr. *Wilson*, Membre de la Société Royale de Londres, a écrit à l'Académie une Lettre en Anglois, dont voici la traduction.

A l'Académie Royale des Sciences de Berlin.

„Je demande très humblement la permission de communiquer à cette „savante Société une découverte que j'ai faite en Physique. Elle concerne „quelques *propriétés premieres de la lumiere* qui n'avoient point encore été „apperçues par d'autres, autant que j'ai pu apprendre.

„Mais avant que je détaille les faits sur lesquels cette découverte est „fondée, il sera à propos de prévenir que je publiai à Londres il y a environ „neuf mois quelques expériences & observations sur les phosphores & sur „leurs *couleurs prismatiques*, que je trouvai qu'on pouvoit obtenir de toutes

„les différentes ſubſtances, ſans en excepter les métaux, en conſéquence du „phlogiſtique qu'ils contiennent. En effet on parvient par la force du feu à „rendre le phlogiſtique de ces ſubſtances, ou une partie du moins de ce „phlogiſtique, capable de s'unir avec les coquilles d'huitres qu'on a fait paſſer „préalablement par une calcination partielle. De grands morceaux, ou des „coquilles entieres ainſi préparées, produiſent des couleurs priſmatiques extré„mement brillantes dans l'obſcurité, après qu'on les a expoſées à la lumiere „ſeulement pendant quelques ſecondes. On peut auſſi par un procédé par„ticulier faire en-ſorte que les mêmes coquilles ou d'autres montrent ſeulement „la couleur rouge, & preſque en quelque endroit de la coquille que ce ſoit.

„Ce fut avec une de ces coquilles dont je viens de parler que je fis la „découverte que j'ai annoncée.

„Je plaçai un priſme de telle façon auprès d'un petit trou rond par le„quel un rayon du Soleil entroit dans une chambre obſcure, que l'image „ſe trouva projettée par la réfraction, ſur le côté oppoſé de la chambre; „j'interceptai enſuite une partie des différens rayons colorés, tantôt les uns, „tantôt les autres, ſuivant que la nature de l'expérience l'exigeoit.

„Quand je ne permettois qu'aux rayons rouges de paſſer par un trou „fait dans le plan qui les interceptoit, on expoſoit pendant quelques ſecon„des les parties rubrifiques du phoſphore aux rayons rompus rouges; après „quoi on fermoit promtement le trou par lequel la lumiere du Soleil étoit „entrée; & dans ce cas le phoſphore faiſoit voir une lumiere rouge très „foible ou pâle.

„Quand les rayons rompus jaunes avoient été employés, l'apparence „rouge du phoſphore ſe trouvoit un peu renverſée.

„Employoit-on uniquement des rayons rompus verds, le rouge „phoſphorique ſe trouvoit de *pluſieurs degrés* plus éclatant & plus renforcé „que celui qui avoit été mis en action par les rayons rompus rouges.

„Avec des rayons rompus bleus la lumiere rouge du phoſphore étoit en„core plus forte & plus vive qu'avec les rayons verds.

„Enfin, avec les rayons violets ſeulement, la lumiere phoſphorique rouge „étoit la plus haute & la plus éclatante de toutes.

„Quelque étranges que ces effets puiſſent paroître dans le rapport que „je viens d'en donner, ils ſont très exactement vrais.

„Mais outre cela j'ai remarqué que les rayons rouges ainſi que les jaunes „ont une faculté d'affoiblir conſidérablement le rouge phoſphorique excité „par les rayons violets; & cette obſervation m'a conduit à examiner l'effet „des rayons verds, bleus & violets, réunis au moyen d'une lentille: les „rayons rouges excités par ces rayons mêlés, ſurpaſſerent même le rouge „excité par le grand jour.

„J'ai fait pareillement des obſervations ſur les autres couleurs phoſphori-„ques, excepté le pourpre, ſavoir le jaune, le verd & le bleu, après les avoir „expoſées ſéparément à chaque eſpece de rayons rompus; & j'ai trouvé que „chacune de ces couleurs eſt pareillement affectée diverſement par les diffé-„rens rayons rompus.

„J'ai remarqué auſſi que la *lumiere* produite par le *fluide électrique* excite „les couleurs dans les coquilles avec tout au moins autant de vivacité que le „grand jour peut en produire dans les mêmes coquilles: j'en fus convaincu „en comparant enſemble dans l'obſcurité les différentes expériences. Ce „fut en chargeant un carreau bien enduit ſur environ cinq pieds en ſurface „que je produiſis la lumiere par le fluide électrique; & les coquilles n'étoient „point placées dans la circonférence d'où le fluide émanoit, mais très près „de l'endroit où ſe faiſoit l'exploſion.

„J'ai évité dans ce rapport d'entrer dans une deſcription circonſtanciée „de mes expériences, craignant de fatiguer."

Le 6 Nov. 1775.

Great Ruſſelſtreet, Bloomsbury. *London.* — *B. Wilſon*, D. L. S. R. &c.

Cette Lettre ayant circulé parmi les Membres de la Claſſe de Philoſo-phie expérimentale, feu M. *Lambert* ſe contenta d'exprimer ſon avis en ces termes.

„Les expériences de Mr. *Wilſon* préſentent des phénomenes qui tôt ou „tard pourront contribuer, ſinon à établir la vraie théorie de la lumiere, au „moins à renverſer de fauſſes hypotheſes."

M. le Directeur *Marggraf* opina en ces termes.

„J'ai prouvé dans mon Mémoire sur les pierres qui deviennent phospho-„riques par la calcination, que les terres calcaires dissoutes dans des acides, „& précipitées par l'acide vitriolique, (qui les change sur le champ en sélé-„nite,) prennent non seulement la propriété de luire dans l'obscurité, après „qu'elles ont été exposées à la lumiere; mais encore que ces pierres phospho-„riques répandent une lumiere dont la couleur varie, suivant les circonstan-„ces de la calcination; suivant les substances auxquelles la terre calcaire a „été unie avant d'avoir été changée en sélénite; suivant le métal dont est „formée la grille du fourneau, ou enfin suivant qu'on a fondu ou calciné tel „ou tel métal dans le fourneau qui sert pour la calcination de la pierre „phosphorique.

„Il y a cependant une différence essentielle entre mes expériences & „celles de Mr. *Wilson*; je n'ai fait usage que de terres calcaires parfaitement „saturées avec l'acide vitriolique; tandis que l'Auteur ne fit qu'imprégner la „surface de certains endroits des coquilles avec des solutions métalliques; ou „bien les calcina après les avoir couvertes de métaux en limaille, de chaux „métalliques, de sels neutres ou d'autres substances.

„N'ayant pas eu occasion de répéter les expériences de M. *Wilson*, sui-„vant la méthode qu'il indique dans son Mémoire, je ne peux pas en dire „mon sentiment."

Le 11 Janvier 1776. *Marggraf.*

„Mr. *Marggraf* a ajoûté de vive voix qu'il étoit à souhaiter que l'Auteur „n'eût pas évité comme il a fait d'entrer dans des détails, & que particuliere-„ment il eût exposé ce procédé particulier par lequel les parties phosphori-„ques des coquilles deviennent rubrifiques &c."

Bernoulli.

Les observations de Mr. *Beguelin* sont plus étendues: & nous les rapporterons dans leur entier.

„Les expériences de Mr. *Wilson* sont d'autant plus singulieres, que leur „résultat semble être directement opposé non seulement aux observations de

„*Newton*, mais encore à la nature même & aux proprietés connues de la „lumiere.

„I°. Mr. *Newton* a observé que tous les corps colorés prenoient une „couleur plus vive lorsqu'on y faisoit tomber les rayons de la même couleur „interceptés au delà du prisme. Mr. *Wilson* au contraire a trouvé que les „rayons rouges, tombant sur un phosphore qui ne renvoie que des rayons „rouges, y excitoient un rouge plus foible que celui qu'y excitoient les „rayons jaunes, verds, ou bleus.

„II°. La route même que tiennent les divers rayons séparés dans le „prisme, semble prouver que ceux qui excitent les couleurs les plus claires, „c. à d. les rouges & les jaunes, ont plus de force & d'activité que les bleus „& les violets. Il paroît donc que les rayons rouges & jaunes devoient af- „fecter plus vivement le phosphore de Mr. *Wilson*, & par conséquent pro- „duire plus d'effet sur lui, que ne pourroient faire les rayons bleus & les „violets. Ce qui est précisément le contraire de ce que l'expérience a fait „voir à Mr. *Wilson*.

„III°. On tient enfin pour démontré, depuis les découvertes de *Newton*, „que la couleur de chaque espece de rayon est immuable. Ainsi le „phosphore ne recevant que des rayons bleus, ou violets, devroit ou ne „point donner de lumiere, ou renvoyer une couleur bleue, ou violette. „Cependant c'est justement dans ce cas que le phosphore a donné la couleur „rouge la plus vive.

„Malgré ces difficultés il ne m'est pas permis de douter de l'expérience „de Mr. *Wilson*; elle n'étoit ni compliquée, ni délicate, & les yeux sont „des juges bien compétens du degré d'intensité de la lumiere phosphorique. „Ce que j'ai d'abord fait, c'est de ranger cette expérience dans la nombreuse „classe des faits qui sont vrais, mais que je ne puis expliquer.

„Après y avoir néanmoins un peu réfléchi, j'ai cru pouvoir tenter à cet „égard une méthode qui m'a réussi dans d'autres occasions, où deux cas „qui sembloient les mêmes donnoient des résultats différens: c'est de faire „une revue exacte de ce en quoi les deux cas peuvent différer, & d'examiner „si l'une ou l'autre des différences peut occasionner la diversité du résultat.

„Dans

„Dans l'expérience de *Newton* c'étoit uo corps rouge exposé aux rayons „rouges; dans celle de Mr. *Wilſon* c'eſt un phoſphore qui eſt expoſé à ces „mêmes rayons. La diverſité du réſultat oe peut dooc procéder que de la „différence qu'il y a entre un phoſphore, & un corps réfléchiſſant. Or „celui-ci réfléchit la lumiere de deſſus ſa ſurface, & à l'inſtant même de „l'incidence; le phoſphore au contraire s'imbibe de rayons, il les retieot „pendant quelque tems entre ſes pores; & ne les laiſſe échapper que ſucceſ-„ſivement.

„Mais on ſait par les expériences de *Newton* que la marche des rayons „rouges eſt plus roide que celle des rayons bleus & violets; & que ceux-ci „commencent à ſe réfléchir ſous des incidences où les rayons clairs conti-„nuent leur route dans le milieu refringent. Il eſt donc aſſez vraiſemblable „que lorſque Mr. *Wilſon* a expoſé ſon phoſphore aux rayons rouges iſolés, „ceux-ci ont pénétré ſi profondément dans la coquille calcinée que la plu-„part n'ont pû s'en dégager; qu'au contraire les rayons bleus & violets moins „roides, & plus réflexibles, étant mis à la même épreuve, n'auront pénétré „qu'à une très petite profondeur, & qu'ils ont par conſéquent pû ſe déga-„ger de cette mince croute & plus aiſément, & en plus grande quantité.

„Il n'eſt pas beſoin de dire que cette explication s'applique également „aux rayons intermédiaires, & qu'elle leve ainſi la premiere & la ſeconde „des difficultés que j'ai indiquées.

„Mais je ne dois pas diſſimuler qu'elle ne ſatisfait point à la troiſieme. „Je ne crois même pas qu'il ſoit poſſible de concilier l'expérience de Mr. „*Wilſon* avec la théorie de l'immutabilité des rayons. Cette théorie dès „ſon origine avoit été ſuſpecte à *Mariotte*, ſes expériences la détruiſoient; „mais l'autorité du grand *Newton*, & des expériences poſtérieures firent dé-„cider que *Mariotte* avoit été maladroit. Depuis ce tems-là tous les Phy-„ſiciens ont adopté l'immutabilité des couleurs priſmatiques, ſoit par con-„viction propre, ſoit ſur la parole des premiers, ou pour ne pas être accuſés „de maladreſſe. J'avoue que l'expérience ſur laquelle cette théorie eſt „fondée m'a toujours paru trop délicate, & trop peu ſure pour la croire déci-„ſive; & j'ai prouvé dans nos Mémoires qu'uoe expérience bien plus aiſée

„du même genre, & répétée avec beaucoup de ſolennité par Mr. *Deſaguliers*, étoit parfaitement illuſoire, puiſque ſi elle étoit concluante, je prouverois de la même maoiere l'oppoſé de ce qu'elle devoit prouver. J'ai „montré auſſi que la théorie de l'immutabilité des rayons étoit évidemment „fauſſe à l'égard des rayons verds. Peut-être les expériences de Mr. *Wilſon* „dooneroot-elles lieu d'examiner avec moins de préoccupation tous ces objets. La Phyſique s'enrichit toujours de quelques nouvelles découvertes, „par la reviſion des découvertes antérieures. Dans l'Optique de *Newton*, „la prodigieuſe force du milieu attirant, les accès de facile transmiſſion & „de réflexion, & diverſes autres propoſitions de ce genre, ſoot de nature à „n'être admiſes que ſous le bénéfice de reviſion.

„Mr. *Wilſon* rapporte encore d'autres expériences relatives au même „objet. En réuniſſant par une lentille les rayons verds, bleus & violets, „pour les faire tomber ſur le phoſphore, ces rayons mêlés exciterent un „rouge plus fort que celui du même phoſphore expoſé au grand jour, tandis que les rayoos rouges, & même les jaunes, affoiblirent beaucoup le „rouge phoſphorique excité par les rayons violets.

„L'uo de ces faits eſt une conſéquence néceſſaire de l'autre; car ſi des „cioq couleurs priſmatiques, la rouge & la jaune affoibliſſent la couleur „phoſphorique, il faut bien que les trois autres couleurs enſemble produiſent plus d'effet que le grand jour, qui n'eſt que l'aſſemblage des couleurs „priſmatiques.

„Mais s'il eſt aiſé de comprendre pourquoi les trois couleurs ſombres „réunies oot donné un rouge plus vif que ne donnoit le violet ſeul, il n'eſt „pas ſi facile d'expliquer comment l'additioo du rayon rouge ou du jaune a „pû affoiblir dans le phoſphore l'effet des rayons violets; à moins qu'on ne „conçoive que le mouvement rapide & violent des premiers a pu arrêter „l'émiſſion de ceux-ci, & en entraîner une partie dans l'intérieur du „phoſphore pour y reſter abſorbés.

„Mr. *Wilſon* ajoûte que les phoſphores qui renvoient une lumiere jaune, „verte & bleue, ayant été expoſés ſucceſſivement aux divers rayons priſmatiques, ont auſſi été différemment affectés par les diverſes couleurs priſma-

„tiques. Il feroit à fouhaiter que l'Auteur fe fût expliqué un peu plus en dé-„tail; & qu'il nous eût dit, 1°. fi dans tous ces phofphores les rayons rouges „ont produit le moins d'effet, & les violets l'effet le plus fenfible; 2°. fi la „couleur excitée dans le phofphore par chaque couleur prifmatique a toujours „été celle que le phofphore donne après avoir été expofé à la lumiere du „jour; bleue dans un phofphore, verte dans l'autre, & jaune dans le troi-„fieme. C'eft ce que je conclus des expreffions générales de l'Auteur.

„Je finis par obferver que toutes ces Expériences intéreffantes de Mr. „*Wilfon* paroiffent plus favorables au fyfteme de l'émanation de la lumiere, „qu'à celui de l'ondulation."

Le 21 Janvier 1776. *Beguelin.*

M. *Marggraf*, après avoir lu ces obfervations, marqua qu'il en avoit été très fatisfait, & qu'il y acquiefçoit pleinement.

M. *Wilfon* ayant enfuite envoyé à l'Académie fon Ouvrage intitulé: *A Series of Experiments on the fubject of a Phofphori, and thier prifmatic colours: in which are difcovered fome new properties of light.... The fecond Edition, with Additions.* London, 1776. petit *in* 4°. Mr. *Beguelin* a encore fourni les remarques fuivantes.

„Mr. *Wilfon*, fi je comprends bien fon livre, n'a pas fait fes Expérien-„ces avec des phofphores qui euffent la propriété de ne donner qu'une feule „couleur; ce que nous avions tous conclu de fa premiere Lettre. Il a fait „fes Expériences (& en particulier l'Expérience VII, p. 108, qui eft celle „qu'il a communiquée à l'Académie,) à l'aide d'une écaille d'huitre calcinée „qui comme phofphore donne toutes les couleurs prifmatiques; & la prépa-„ration de ce phofphore ne confifte (p. 70) qu'à mettre dans le feu quel-„ques écailles d'huitre & à les y laiffer un tems convenable de 10 minutes ou „plus jufqu'à trois heures, felon l'épaiffeur & la denfité des écailles: ces écail-„les ainfi calcinées & expofées enfuite au Soleil, préfentent dans la chambre „obfcure les diverfes couleurs prifmatiques; & l'obfervation de Mr. *Wilfon* „eft: que faifant tomber fur la partie de l'écaille qui donne par ex. le rouge, „les rayons rouges féparés par le prifme, le rouge phofphorique étoit moins

„vif que lorſqu'il faiſoit tomber ſur ce même endroit les rayons verds, „bleus &c.

Je n'ai rien à ajoûter à ce que j'ai déja dit au ſujet de cette Expérience.

„L'Expérience (IV, p. 102) prouve, ce me ſemble, évidemment que „les couleurs priſmatiques réſultent auſſi bien des rayons tranſmis à travers „un verre coloré, que des rayons ſolaires qui n'out que leur teiote „naturelle.

„Les Expériences (V & VI, p. 106 & 107) ſemblent dabord être „en contradiction avec l'Expérience principale VII. Dans ces premieres cha- „que rayon des couleurs homogenes, tombant ſur le phoſphore, n'y excite „que la couleur blanche, & noo, ni la couleur particuliere du rayon ſéparé „par le priſme, ni les couleurs priſmatiques que le phoſphore peut donner. „La raiſon de cette diverſité entre les Expériences (V. VI.) & l'Expérien- „ce VII. c'eſt que, dans les premieres, les rayons homogenes tombent ſur „toute l'écaille; & que dans la VIIᵉ. ils ne tombeot que ſut la partie de „l'écaille qui donne une ſeule des couleurs priſmatiques.

„Mr. *Wilſon*, dans la crainte de porter atteinte à la doctrine de l'im- „mutabilité des rayons colorés, (qui ne s'accorde cependant pas trop avec „l'Expérience IV. p. 102 & 103) explique l'obſervation de l'Expérience VII. „par la ſuppoſition que les rayons ſolaires quelconques ont le pouvoir d'allu- „mer une légere flamme dans les parties du phoſphore, & que cette flamme „a la couleur propre au phoſphote même, & non la couleur du rayon allu- „mant. Mais cette explication ne rend pas raiſon pourquoi les rayons les „plus foibles, tels que les bleus & les violets, excitent une plus forte flamme „que n'excitent les rayons rouges, ou les jauoes?"

Le 28 Mai 1778. *Beguelin.*

SUR UN CLOU DE CUIVRE
trouvé dans une carriere de pierres à chaux près du port de Nice en Provence.

PAR MR. SULZER.

Si les restes des corps marins que l'on trouve en terre & dans les pierres à des distances fort éloignées de la mer & fort au dessus de son niveau, excitent l'attention des Naturalistes comme des preuves incontestables d'étonnantes révolutions arrivées dans des tems fort reculés, je crois qu'un ouvrage de l'art trouvé entre deux couches de pierre ne mérite pas moins l'attention de ces Philosophes. C'est ce qui m'engage à donner en peu de mots l'histoire d'un clou de cuivre découvert avec des circonstances très remarquables dans la carriere que l'on exploire près du port de Nice.

Ayant séjourné l'hiver passé dans cette ville, le R. P. *Roffredi*, Théatin & Professeur de Mathématiques au College de Nice, me raconta un jour qu'on avoit trouvé quelque tems auparavant un clou de cuivre au milieu d'un bloc de pierre à chaux tiré de la carriere mentionnée. Frappé de la singularité de ce fait, je ne tardai pas à m'adresser à Mr. *Michaud*, Ingénieur Architecte préposé par le Roi de Sardaigne à l'exécution des ouvrages qu'on continue de faire pour la sureté & l'aggrandissement du port de Nice; car on m'avoit dit que cet Architecte étoit en possession de ce clou.

Mr. *Michaud* témoigna beaucoup de regrets de ne pouvoir satisfaire ma curiosité, vû que la piece en question s'étoit perdue. Cependant il me fit voir un dessin colorié qu'il en avoit tiré.

Ce dessin représentoit un clou long d'environ un pouce & demi, courbé du côté de la tête, considérablement rongé par la rouille & par conséquent couvert de verd de gris.

Ce clou tiré de la carriere dont je vais donner la description, étoit placé dans une couche très mince de terre grasse rougeâtre qui séparoit deux lits de pierre. Cette carriere est tout près du port. A la distance de 8 ou 10 toises des eaux du port s'éleve une petite colline, couverte en partie d'une terre où sont plantés depuis très longtems des oliviers. Cette colline fait

partie du pied de la montagne de *St. Alban* située à l'Est & distante de 3 à 400 pas d'un très vaste & très haut rocher sur lequel étoit bâti le château ou la forteresse de Nice entierement détruite aujourd'hui; en sorte que le port est entre ce rocher & le mont *St. Alban.*

Il y a plus de 25 ans que l'on travaille à l'exploitation de cette carriere, ce qui se fait en ôtant toujours les lits qui sont le plus élevés; & comme la quantité de pierres qu'on en tire annuellement est très considérable, on est assuré qu'on a ôté ou détruit un bon nombre de lits supérieurs à celui où existoit le clou. Mr. *Michaud* a certifié que, toutes les circonstances bien considérées, on doit être convaincu que ce clou n'est parvenu à l'endroit où il étoit ni par la fouille des terres pour découvrir la carriere, ni par les eaux de pluie; & tout concourt à persuader qu'il y séjournoit depuis une longue suite de siecles.

J'ajoûte à ce détail, comme une circonstance essentielle, que dans les terres qui couvroient la carriere on a rencontré quelques monnoies, mais dont le plus grand nombre a été détourné, ces ouvrages se faisant par des forçats. Cependant parmi celles qu'on a recueillies il y en a de trois siecles environ de date, & deux qui paroissent être des premiers Empereurs Romains, au commencement de l'Ere Chrétienne. Mr. *Michaud* m'a fait observer que cette colline étant la plus voisine de l'ancien château de Nice, c'est là qu'on a dressé les batteries dont il fut battu plus d'une fois dans des tems postérieurs à l'invention de l'Artillerie, & c'est à quoi probablement il faut attribuer la rencontre des monnoies des tems plus modernes.

Quoi qu'il en soit, les médailles romaines prouvent que les lits de pierre qui forment cette carriere, ont été couverts de terre depuis un nombre considérable de siecles.

Dans ces mêmes terres on a aussi trouvé de petites coquilles renfermées dans une terre verdâtre dont la consistence approchoit de celle de la pierre. Cette terre ou pierre verdâtre renferme aussi des substances étrangeres qui ressemblent à des vers pétrifiés. Ces pétrifications tiennent de l'agate & reçoivent un beau poli.

J'obſerve enfio que cette colline, dans ſon état d'intégrité, je veux dire, avant qu'on en eût ôté les terres & exploité les pierres, peut avoir eu la hauteur de 4 à 5 toiſes au deſſus du oiveau de la mer.

Daos le tems que je m'occupois à mettre par écrit les circonſtances de la découverte de ce clou, Mr. *Michaud* eut la complaiſance de m'envoyer un autre clou, auſſi de cuivre, trouvé tout nouvellement ſur la même côte, avec trois autres parfaitement ſemblables à celui-ci. A en juger par le deſſin du clou rouillé dont j'ai parlé, ces derniers étoieot de la même grandeur & de la même eſpece que celui-là. Ils reſſemblent tous parfaitement tant pour la forme que pour la grandeur à ces cloux de fer qu'on nomme à Berlio *ganze Schloſsnägel*, parce que les Serruriers s'eo ſervcot pour clouer ou attacher les ſerrures aux portes des chambres dans les maiſons. Ces quatre cloux ont été trouvés dans la terre, lorſqu'on la fouilloit, je ne ſais plus à quelle occaſion, au bord de la mer, tout près de l'ancien *Lazaret* abaodonoé aujourd'hui. Ce bâtimeot ou plutôt ces décombres ſont ſituées ſur le bord de la mer, qui en baigne une partie, & à l'Eſt du port, par conſéquent auſſi de la carriere décrite, à la diſtance d'environ 150 toiſes. Ces cloux, après avoir été lavés pour ôter la terre argilleuſe qui s'y étoit attachée, étoient comme abſolument neufs. On voit d'abord que celui-ci, que j'ai l'honneur de préſenter à l'Académie pour être dépoſé dans ſoo cabinet d'Hiſtoire naturelle, n'a point eſſuyé de coup de marteau, dont les traces ſeroient ſenſibles daos un métal auſſi mou que le cuivre. Sa pointe de même, telle que dans les cloux neufs, ne porte aucuoe marque qui iodique que la piece ait déja ſervi.

Je n'entreprends pas d'expliquer par quel accident ou par quelle révolution ces cloux oot été dépoſés aux endroits où on les a trouvés. J'obſerve ſeulement qu'en peſant bien toutes les circonſtances relatives à celui qui étoit entre deux lits de pierre, on peut conjecturer qu'il avoit une haute antiquité, & que ſoo origine remonte probablement aux tems où le fer étoit encore inconnu, ou très rare. La forme de ces cloux démontre qu'ils ont été fabriqués pour être employés daos le bois. Mais j'ai de la peine à croire que depuis que le fer eſt devenu commun on ait continué à faire des cloux

de cuivre pour attacher des planches. Or il y a près de trente ſiecles que le fer eſt commun en Europe. Il n'eſt donc pas abſurde de ſuppoſer que ces cloux ayent été jettés ſur les rivages de Nice par le naufrage de quelque vaiſſeau de Tyr ou d'une autre ville de l'ancienne Phénicie, dans un tems antérieur à l'époque de la guerre de Troie.

En partant de cette ſuppoſition on eſt frappé de la parfaite reſſemblance qu'ont ces cloux avec une des eſpeces qu'on fabrique encore aujourd'hui. Il n'y a qu'un très petit nombre de productions modernes des arts mécaniques qui reſſemblent entierement à celles des anciens. Quelques arts ſe ſont perfectionnés entre les mains des modernes; d'autres ſe trouvent conſidérablement déteriorés. L'art du Cloutier paroit être encore tel qu'il étoit dans des tems fort reculés. C'eſt parce que c'eſt un art dont les procédés ſont fort ſimples & qu'il n'étoit pas fort difficile d'y atteindre au point de la perfection.

HORLOGERIE.

Mr. *Truitte*, Citoyen de Geneve, Directeur de la Fabrique Royale d'Horlogerie établie dans cette ville par les ſoins paternels du Roi, a préſenté à l'Académie une montre à ſecondes & à équation, qui de plus indique

Le jour de la ſemaine, & la planete qui lui donne le nom.

Le quantieme du mois.

Le nom du mois, le nombre de jours qu'il a; & le ſigne dans lequel le Soleil entre durant le mois dont il eſt queſtion.

L'âge de la Lune.

La partie de la Lune qui eſt éclairée.

Les quatre points du jour, Aurore, Midi, Soir, & Minuit.

Enfin les éclipſes.

On

On o'a pas oublié les pouſſoirs & autres ſecours néceſſaires pour remettre la montre, ſi on avoit négligé de la mooter.

Pour faire marcher toutes ces pieces, il ſuffit de monter la montre à l'ordinaire.

L'Académie croit que cette mootre eſt la premiere qui réuoiſſe un ſi graod nombre de fonctions.

Après un mûr examen, elle a jugé

Que cette piece eſt d'une conſtructioo fort ſimple.

Que ſon mouvemeot eſt fort réglé pour une montre, do laquelle il ne faut pas attendre autant de juſteſſe que d'uoe pendule.

Que ſes fonctioos ſe foot exactement; ſurtout l'équation que cette montre indique avec plus de juſteſſe qu'oo ne peut raiſoooablemeot eſpérer d'une petite piece.

Elle a été pluſieurs fois expoſée à des mouvemens de cheval aſſez vifs; & on o'y a pas remarqué de dérangemeot ſenſible.

C'eſt pourquoi l''Académie approuve cetre piece, & peoſe que l'Artiſte qui l'a exécutée, & le Directeur de la Fabrique ſous les yeux duquel elle a été faite, méritent d'être encouragés.

à Berlin le 4 Juillet 1776.

de la Grange. *Lambert.* *Bernoulli.* *J. de Caſtillon.*

OUVRAGES IMPRIMÉS

OU MANUSCRITS, MACHINES ET INVENTIONS, PRÉSENTÉS A L'ACADÉMIE PENDANT LE COURS DE L'ANNÉE 1776.

Dans l'Assemblée du Jeudi 4 Janvier, le Sécretaire perpétuel a remis une Lettre de M. *Wilson*, de la Société Royale de Londres, contenant des Expériences sur la lumiere & les couleurs. M. *Bernoulli* s'est chargé d'en rendre compte.

— — — une Liste de Livres de Mathématique rares, avec les prix, envoyée par M. *de Murr*, Intendant de la Douane à Nuremberg.

— M. le Directeur *Merian* a lu le rapport fait à la réquisition du Grand Directoire par Mr. le Directeur *Marggraf*, au sujet d'une poudre destinée à augmenter la fertilité des campagnes.

— M. *Bernoulli* a présenté un Ouvrage de M. *Wiedeburg*, Professeur à Jena, *sur la formation des Planetes*, *des Cometes* &c. dont l'Auteur souhaite de savoir le sentiment de l'Académie. M. *Lambert* s'est chargé de l'examiner.

Le 11 Janvier, M. *Lambert* a rendu un compte avantageux de l'Ouvrage de M. *Wiedeburg*, en y joignant ses observations.

Le 15 Janvier, M. *Bernoulli* a rapporté la Lettre de M. *Wilson* avec la traduction qu'il en a faite en observant que l'examen de cette Lettre concernoit spécialement Mrs. *Marggraf* & *Beguelin*, qui seront priés de le faire.

— Le *Prospectus* de la nouvelle Édition des Oeuvres de *Newton* ayant été présenté à l'Académie, elle souscrira; & M. *Moulines* s'est chargé d'avoir soin de cette souscription.

— M. le Directeur *de la Grange* a lu une Lettre de M. *Messier*, & ensuite un Mémoire que cet Astronome a envoyé à l'Académie, & qui contient les *Observations des disparitions & réapparitions des anses de l'anneau de Saturne* en 1773 & 1774. Voyez les Mémoires.

Le 25 Janvier. Voyez ci-dessus le récit de l'Assemblée publique.

Le 1 Février, Mrs. *Marggraf* & *Beguelin* ayant fourni leurs rapports sur la Lettre de M. *Wilson*, ils ont été remis à M. *Lambert*.

Le 8 Février, M. *Lambert* a joint son rapport aux précédens; & d'après ces Pieces, le Sécretaire a été chargé de répondre à M. *Wilson*.

— Le Sécretaire a présenté une Lettre Latine de M. *Jérôme Bianchi*, par laquelle il notifie la mort de M. *Jean Bianchi* de Rimini, dit *Janus Plancus*, Membre externe de l'Académie.

— — — un Mémoire Allemand sur un Cas de Médecine, envoyé par M. le Docteur *Rehfeld*, de Prentzlow.

Le 22 Février, le Sécretaire a lu une Lettre du Roi, par laquelle S. M. ordonne à l'Académie de proposer un Prix sur la Question:

Si & comment on peut donner au sable la consistance suffisante pour en faire des colonnes, des statues, &c.?

Cette Lettre a été envoyée à M. le Directeur *Marggraf*, afin qu'il convoque la Classe de Physique, & rédige le Programme.

— — a présenté l'Ouvrage de Mr. le Colonel *Lorgna* sur les Séries, dédié à l'Académie, avec la Lettre dont l'Auteur l'a accompagné. Le Sécretaire le remerciera de la part de l'Académie.

— — — un Mſ. envoyé de Potsdam par le Sieur *Martini*, sur les grossesses & les accouchemens, en Allemand. M. le Professeur *Walter* s'est chargé de l'examiner.

Le 7 Mars, le Sécretaire a communiqué un Extrait de la *Correspondance littéraire secrete*, N°. 7. de Paris le 10 Février 1776, concernant ce que M. *de la Faye* a déjà exécuté par rapport à la transformation du sable en pierre.

— M. le Professeur *Borrelly* a lu ensuite un Mémoire imprimé, qui roule sur le ciment inventé par M. *Lorriot*.

Le 14 Mars, le Sécretaire a mis sur le bureau le Programme imprimé sur le secret de changer le sable en pierre.

Le 21 Mars, le Sécretaire a présenté un Mémoire mſ. en Allemand de M. *Fresenius* sur les propriétés de l'éther relativement au magnétisme, qu'il soumet au jugement de l'Académie. M. *Lambert* s'est chargé de l'examiner.

Le 28 Mars, M. *Lambert* a fait le rapport de l'Écrit de M. *Fresenius*, à qui le Sécretaire écrira en conséquence.

Le 18 Avril, le Sécretaire a présenté le Projet de Souscription pour la réimpression de la *Bibliotheque Orientale* de M. *d'Herbelot*. L'Académie souscrira pour un Exemplaire en grand papier.

— — — une Lettre Allemande d'un nommé *Kollnitz*, datée d'Emden, contenant des projets d'Alchymie qui n'ont paru mériter aucune attention.

— M. le Professeur *de Castillon* a présenté une Montre sur laquelle l'Horloger *Truite* demande l'approbation de l'Académie. On a nommé pour l'examiner Mrs. *de la Grange*, *Beguelin*, *de Castillon*, *Lambert* & *Bernoulli*.

Le 25 Avril, M. le Directeur *Merian* a présenté le Tome I. de l'*Introduction à l'Histoire universelle & diplomatique*, par M. le Professeur *Weguelin*.

— Le Sécretaire a remis divers Ouvages que M. l'Abbé *Fontana* envoie à l'Académie.

Le 2 Mai, M. le Professeur *Gleditsch* a présenté trois Suites de la *Conchyliologie* de Mr. le Docteur *Martini*.

— M. *Bernoulli* a présenté le troisieme Tome de son *Recueil pour les Astronomes*.

Le 9 Mai, le Sécretaire a présenté *les Loisirs d'une jeune Dame*, avec une Lettre de l'Auteur à l'Académie. Il a été chargé de l'en remercier.

Le 6 Juin. Voyez ci-dessus le récit de l'Assemblée publique.

Le 13 Juin, le Sécretaire a présenté une Brochure de M. le Docteur *Berger*, intitulée *Das System der Ewigkeit*.

— — — le Programme de la Société des Sciences de Harlem.

— — — une Lettre Latine, ſignée *Aletophilus*, où l'on indique une Queſtion pour l'un des Prix prochains; piece à mettre au rebut.

— — — la Lettre de remercîment de l'Abbé *Spallanzani*.

— M. *Bernoulli* a préſenté une Brochure de ſa façon, intitulée *Liſte des Aſtronomes*.

— M. *Beguelin* a communiqué une Lettre qu'il a reçue de M. *Paſquay*, Docteur en Médecine à Francfort ſur le Mein, offrant de correſpondre pour les Obſervations météorologiques. L'offre a été acceptée, & M. *Beguelin* lui répondra en conſéquence.

Le 27 Juin, le Sécretaire a préſenté le Tome I. des *Phyſicaliſche Chemiſche Abhandlungen* de M. *Erxleben*, Profeſſeur à Göttingen, que Mr. le Directeur *Marggraf* a reçu de ſa part pour l'Académie.

Le 4 Juillet, le Sécretaire a préſenté la ſuite de la Diſſertation de M. le Docteur *Berger*, intitulée *Das Syſtem der Ewigkeit*.

— M. le Profeſſeur *de Caſtillon* a lu le Rapport concernant la Montre de l'Horloger *Truite*. Voyez ci-deſſus p. 48.

Le 11 Juillet, le Sécretaire a préſenté une Diſſertation Allemande de M. le Conſeiller & Docteur *Schæffer* de Ratisbonne, ſur la Machine dite *Électrophore*.

Le 18 Juillet, le Sécretaire a préſenté une Diſſertation Italienne de M. l'Abé *Toaldo*, ſur la Météorologie appliquée à l'Agriculture.

— M. le Profeſſeur *de Caſtillon* a lu partie d'une Lettre de M. *de Villoiſon*, de l'Académie des Inſcriptions de Paris.

Le 24 Juillet, Aſſemblée publique à l'occaſion de S. A. I. Monſeigneur le Grand Duc PAUL PETROWITZ. Voyez ci-deſſus.

Le 22 Août, M. le Directeur *Sulzer* a lu un Mémoire concernant deux clous de cuivre trouvés dans une carriere à chaux près de Nice. Voyez ci-deſſus.

— — — un Extrait de ſon Journal météorologique tenu à Nice.

— Le Sécretaire a lu la Lettre de remercîment de M. l'Abbé *Toaldo*, accompagnée de l'Obſervation de la derniere Éclipſe de Lune du 30 Juillet.

— — a présenté le *Catéchiſme de l'Homme ſocial*, par M. l'Abbé *Du Val Pyrau*.

— — — une Lettre de M. le Baron *de Hupſch*, avec un Extrait de Gazette ſur la maladie des bêtes à corne.

— — — une Lettre (ridicule) du Chevalier *de Puſchenthal*, contenant divers ſecrets prétendus.

— — — une Quadrature du Cercle, en Allemand.

— M. *Bernoulli* a préſenté l'*Eſſai ſur les phénomenes relatifs aux diſparitions de l'anneau de Saturne*, par M. *Dionis du Séjour*, Conſeiller au Parlement & Membre de l'Académie des Sciences de Paris.

— — — les mois de *Janvier-Avril* du Journal de l'Abbé *Roſier*.

— M. le Directeur *Merian* a préſenté le *Plan de Réformation des études élémentaires*, par M. le Profeſſeur *Borrelly*.

Le 29 Août, M. le Directeur *Sulzer* a remis pour le Cabinet de l'Académie deux morceaux de dendrites trouvés près de Bade en Suiſſe.

Le 5 Septembre, le Sécretaire a lu une Lettre de M. l'Abbé *du Val-Pyrau*.

Le 19 Septembre, le Sécretaire a lu une Lettre de M. *de Lorthe* de Bourdeaux, accompagnée d'un Ouvrage de ſa façon, intitulé *Nouvelle vue ſur la proportion du côté d'un quarré parfait avec ſa diagonale*.

Le 26 Septembre, le Sécretaire a préſenté l'*Hiſtoire du Kamſchatka* & les *Nordiſche Nebenſtunden*, par M. *Scherer*, Penſionnaire de S. M. T. C. à Verſailles, qui les envoie à l'Académie: ce dont il ſera remercié.

Le 17 Octobre, M. le Profeſſeur *de Caſtillon* a communiqué quelques nouvelles de Phyſique & de Littérature contenues dans une Lettre qu'il a reçue de M. *de Magellan*.

Le 24 Octobre, le Sécretaire a préſenté un Réquiſitoire du Grand-Directoire concernant un remede envoyé de Magdebourg contre le mal épizootique, dont l'Académie eſt priée d'examiner le plutôt poſſible les parties conſtituantes. Mrs. *Marggraf*, *Gleditſch* & *F. C. Achard*, feront cet examen.

— — — la ſeconde Diſſertation de M. *Schæſſer* ſur l'*Électrophore*.

— — — les *Opuſcule fiſiche* de l'Abbé *Spallanzani*, & deux Ouvrages du Pere *Fontana*, envoyés à l'Académie.

— M. le Professeur *de Castillon* a remis le Tome LXV. Part. 2. des *Transactions Philosophiques*, & une Dissertation de M. *Pringle* sur l'attraction des montagnes.

Le 31 Octobre, M. le Directeur *Sulzer* a présenté des fragmens d'une pierre poreuse où se loge l'animal marin nommé *Datte.*

Le 7 Novembre, M. le Directeur *Merian* a présenté de la part de M. l'Abbé *Roman* le Poëme *de l'Inoculation.*

Le 15 Novembre, le Sécretaire a présenté la *Description des Monumens de tous les âges* &c. par Mr. l'Abbé Comte *de Lubersac*, & a lu sa Lettre à l'Académie. Il a été chargé de le remercier.

— — — une feuille imprimée, envoyée par M. *Wilson*, contenant une Lettre qu'il a reçue du P. *Beccaria* & sa réponse.

Le 21 Novembre, M. *Bernoulli* a présenté les deux Volumes de la traduction Allemande de *Strabon*, par M. *Penzel*, avec l'Exemplaire pour Sa Majesté, qu'il prie l'Académie de Lui envoyer. M. le Directeur *Merian* s'est chargé d'examiner cet Ouvrage & d'en faire rapport.

Le 28 Novembre, M. *Merian* ayant rendu un compte avantageux de la traduction susdite, le Sécretaire a été chargé de faire parvenir à Sa Majesté l'Exemplaire qui Lui est destiné.

Le 5 Décembre, le Sécretaire a lu la Lettre du Roi en réponse à l'envoi de l'Ouvrage de M. *Penzel.*

— M. le Directeur *Merian* a présenté le Tome I. de la nouvelle Traduction de l'Iliade par M. *Bitaubé.*

Le 12 Décembre, le Sécretaire a présenté le *Mémorial d'un Mondain* par M. le Comte *de Lamberg*, & a lu sa Lettre à l'Académie. Il a été chargé de le remercier.

— M. *Lambert* a lu un Mémoire concernant une Table d'Arithmétique projettée à Vienne.

ÉLOGE

DU COLONEL

QUINTUS ICILIUS.

CHARLES THÉOPHILE GUISCHARD, né à Magdebourg le 24 Septembre 1724, étoit le ſecond des fils de *Philippe Guiſchard*, Conſeiller de Cour & Syndic de la Colonie Palatine, & de *Henriette Steinhauſern*. Il montra de bonne heure des diſpoſitions qui engagerent à le faire étudier; & après avoir fini ſes Humanités à Magdebourg, il alla aux Univerſités de Halle, de Marpourg, de Herborn & de Leide, ſe deſtinant à la Théologie. Il avoit un penchant décidé pour la Littérature & un talent diſtingué pour l'étude des Langues. Après avoir acquis une connoiſſance peu commune du Latin & du Grec, il paſſa aux Langues Orientales, ayant pour maîtres dans l'Hébreu tant de la Bible que des Rabbins M. *Rau*, & dans l'Arabe le célebre *Albert Schultens*. Il cultiva auſſi la Poéſie Latine, & fit imprimer en Hollande divers morceaux de ce genre qui furent goûtés. Sa principale occupation conſiſtoit à faire des Obſervations ſur divers Auteurs Grecs & Latins, dont il ſe propoſoit de donner des Éditions. Il n'a jamais négligé depuis aucune des connoiſſances qu'il avoit alors acquiſes; & longtems après, vers la fin même de ſa carriere, il expliquoit non ſeulement à livre ouvert la Bible hébraïque, mais il en citoit de longs paſſages de mémoire. Ses vues tendoient principalement à obtenir une Chaire de Profeſſeur à Utrecht; & il prenoit une route très propre à l'y faire parvenir, lorſque tout à coup il ſe dégoûta, non des études, mais de l'état d'Homme de Lettres, & ſaiſi d'une ardeur martiale, il embraſſa la profeſſion des armes.

Le feu Stadhouder qui connoiſſoit ſes talens & les eſtimoit, lui donna un drapeau dans le Régiment de Saxe-Hildbourgshauſen qu'on levoit alors.

Guiſchard

Guiſchard fit la derniere campagne qui précéda la Paix d'Aix-la-Chapelle. Il fut enſuite enſuite Capitaine dans le Régiment de Bade-Dourlach; mais lorſque les Troupes Hollandoiſes furent réformées en 1756, il perdit ſa Compagnie, en conſervant la paye. Il avoit entrepris quelque tems auparavant le premier de ſes grands Ouvrages, qui a été le fondement de ſa réputation, & lui a frayé le chemin de la fortune. Ce ſont ſes *Mémoires militaires ſur les Grecs & les Romains.* Comme il étoit plus ſavant que verſé dans l'art d'écrire, il ne fit pas difficulté de profiter des conſeils d'un homme à qui l'on n'a pu conteſter le géoie & le ſtyle, mais qui a étrangement abuſé de ſes talens, c'eſt l'Ex-Capucin *Maubert*, qui revit le premier Tome de ſes Mémoires, & de là vient, comme on l'a entendu avouer à l'Auteur avec une franchiſe qui lui faiſoit honneur, la différeoce de ſtyle entre ce premier Volume & le ſecond.

Cet Ouvrage ſe diſtingue de tous ceux de ce genre qui l'avoient précédé, par un fond d'érudition véritablement originale. M. *Guiſchard* étant auſſi verſé & peut-être plus dans les langues mortes que dans ſa langue maternelle, puiſoit dans les ſources & conſultoit des Ouvrages que la plûpart des Lecteurs ne connoiſſent pas, ou ne connoiſſent que par des traductions imparfaites. Une mémoire prodigieuſe lui rappelloit à point nommé tout ce qu'il avoit lu d'analogue aux ſujets qu'il traitoit; & cette mémoire étoit auſſi active & auſſi fidele au milieu du tumulte de la Guerre que dans le ſilence du Cabinet. Cela le mit eo état d'appercevoir bien des inexactitudes & des bévues dans le grand Ouvrage du Chevalier *Folard*, à qui ces ſecours avoient manqué. Profitant du loiſir que lui laiſſoit le congé qu'on venoit de lui donner, il paſſa en Angleterre, pour mettre la derniere main à ſon Ouvrage; ce qu'il exécuta encore avant la fin de 1756. L'Édition s'en fit en deux Volumes *in quarto*, qu'il dédia au nouveau Stadthouder, GUILLAUME V. dans l'eſpérance de retrouver en lui le Protecteur doot la mort de ſon Séréniſſime Pere l'avoit privé. Il eut ſujet d'être content de l'accueil que le Public fit à ſon travail, & il a eu la ſatisfactioo d'en voir cinq Éditions tant en Fraoce qu'en Hollande.

Mais une approbation plus glorieuse lui étoit réservée & vint bientôt changer la face de ses destins. A son retour de Londres il étoit entré comme Volontaire dans l'Armée des Alliés, où il avoit eu le bonheur d'être goûté par S. A. S. Mgr. le Prince FERDINAND DE BRUNSWICK, qui écrivit au Roi des choses avantageuses sur son compte. Cela joint à la lecture de son Ouvrage fit naître à S. M. l'envie de le connoître: Elle lui ordonna de se rendre en Silésie, où il vint avec le plus grand empressement vers la fin de 1757, & fut aussitôt attaché à la suite du Monarque, qui prenoit plaisir à s'entretenir avec lui sur les Antiquités militaires. Ces conversations acheverent de découvrir toute la profondeur de ses connoissances dans ce genre, & ce fut à cette occasion, autant qu'on le sait, (d'autres disent à la suite de quelque manœuvre militaire (*),) que vint au Roi l'idée de changer son nom en celui de QUINTUS ICILIUS, comme pour ressusciter en sa personne cet ancien Tribun des Légions Romaines. Effectivement, depuis ce moment, le nom de *Guischard* a disparu, & la substitution de celui de *Quintus Icilius* fut notifiée à toute l'Armée, lorsqu'au Printems de 1759 le Bataillon franc de *du Verger* & le titre de Major furent accordés au nouveau Romain. Il fit en cette qualité les campagnes de 1759 & de 1760, s'acquittant avec intelligence & bravoure de toutes les expéditions dont il fut chargé: ce qui engagea le Roi, pendant son séjour à Leipzig, à le mettre à la tête d'un Régiment de trois Bataillons francs, & à le charger de lever encore sept autres Bataillons: commission dont il s'acquitta pleinement malgré les grandes difficultés dont elle étoit accompagnée. Il fit les campagnes de 1761 & de 1762 dans l'armée de S. A. R. Monseigneur le Prince HENRI.

A la Paix, le Régiment de *Quintus* fut congédié, le jour même de l'entrée du Roi à Berlin, & il y fut vivement sensible, parce que c'étoit un très beau Corps & qui lui étoit fort affectionné. Le Roi le retint auprès de

(*) Suivant cette derniere tradition, le Roi ayant demandé à *Guischard*, où il avoit pris l'idée de cette manœuvre, il répondit qu'elle avoit été autrefois exécutée par *Quintus Icilius*, dont tout de suite le Roi lui donna le nom.

lui à Pntsdam, & le fit Lieutenant-Colonel, en l'admettant au petit nombre de perſnnnes qu'il honore jnuroellement de ſa ſociété.

Quintus partagea depuis ce moment ſon tems entre ſes études & ſes devnirs. Il fnrma uoe Biblintheque & raſſembla un Cabinet d'Antiques & de Médailles, d'un bnn chnix & d'un prix cnnſidérable. Au milieu de ces tréſnrs littéraires, il en faiſnit un uſage perpétuel, abſorbé dans les recherches, & travaillant à uo oouvel Ouvrage, dnnt il a eu le plaiſir de voir l'impreſſino & le ſuccès. Ce ſnnt des *Mémoires critiques & hiſtoriques ſur pluſieurs points d'Antiquités militaires*, en 4 Vol. *in 8.* dont nn peut augurer qu'ils paſſeront à la pnſtérité, & acheverﻩnt de dooner à leur Auteur un raog diſtingué parmi ceux qui nnt le mieux traité ces matieres. Si tnutes les Guerres avnient été écrites avec la clarté, la préciſinn & la ſnlidité de jugement qui regnent dans le récit que *Quintus* a dnnoé de la campagne de *Jules-Céſar* en Afrique, & de celle du même grand hnmme en Eſpagne cnntre les Géoéraux de *Pompée*, il eſt certain que le métier de la Guerre aurnit été plutôt & mieux connu, & qu'on aurnit pu ſe paſſer de cette fnule d'Ouvrages didactiques dnnt les Tacticiens nnus ont inondés. De pareils récits, bien ſaiſis & bieo médités, l'empnrtent ſur rous les préceptes de l'Art.

Le onmbre des apprnbateurs o'empêcha pas, ou même fut peut-être cauſe qu'un Cenſeur fnrt véhémeot s'éleva & fit une critique peu modérée des Mémoires de *Quintus*. Ce qu'il y a de plus ſingulier c'eſt que le Chevalier de *Loo-Looz*, en écrivant cette Critique, crnynit *Quintus* défunr, & par conſéqueot hors d'état de lui répondre; mais, comme il éroit plein de vie, il a inſéré dans le Tnme IV. de ſes Mémnires une défenſe qui ôtera peut-être au Chevalier l'envie de répliquer, qunique déſnrmais à l'abri de tnute duplique.

Il y avoit longtems que notre ſavant Militaire avoit fait ſes preuves, & acquis des titres plus que ſuffiſans pnur lui procurer l'entrée de l'Académie. Auſſi y fut-il aggrégé le 12 Jaovier 1764; & malgré ſnn ſéjour à Pntsdam, il fut déclaré Membre nrdinaire de la Claſſe de Belles-Lettres. Il a entretenu l'Académie dans l'Aſſemblée publique du 25 Janvier 1770, où

il lut un long & ſavant Mémoire *ſur le vrai rapport des anciennes années Romaines avec les années Juliennes, pour ſervir d'éclairciſſement à pluſieurs faits de guerre & autres événemens arrivés dans les quatre dernieres années avant la réformation du Calendrier faite par Jules-Céſar.*

Quoique l'eſprit de *Quintus* fût continuellement & fortement occupé, ſon cœur devint ſenſible. Paſſionnément épris d'une Demoiſelle très aimable, il eut le bonheur de former avec elle une union indiſſoluble à la vérité, mais qui malheureuſement n'a pas été de longue durée. Mlle. *de Schlabrendorff* devint Madame *Quintus*, & conſerve aujourd'hui pour gages de la tendreſſe la plus réciproque un fils & une fille. Ce mariage fut conſommé à la fin de 1770; & en 1772 le Roi fit *Quintus* Colonel de l'Infanterie.

Les divers genres de vie dans lesquels notre Académicien s'étoit trouvé ſucceſſivement engagé, avoient tous eu leurs fatigues, ſouvent extremes, qui altérerent de bonne heure ſa conſtitution. Il fit des maladies conſidérables & ne ſe rétablit qu'imparfaitement. Pendant aſſez longtems l'activité de l'eſprit ſoutint la langueur du corps; mais plus d'une année avant ſa fin, l'accablement étoit viſible, il ſe traînoit avec effort & avoit peine à proférer quelques monoſyllabes. J'en fus vivement frappé lorſqu'il me fit en Janvier 1775 la viſite que ſon amitié me procuroit tous les hyvers. Comme je lui ai donné des témoignages d'affection très ſinceres dans toutes les circonſtances où il s'eſt trouvé, depuis l'origine de nos liaiſons qui ne remontent pas plus haut que ſon aggrégation à l'Académie, il m'a payé d'un parfait retour. Et j'en prens occaſion de tracer en deux mots ſon caractere, en diſant qu'il étoit bon & officieux, ami de ſes amis, mépriſant les offenſes, & diſtribuant aux indigens le peu qu'il avoit, ſans examiner ſi l'état de ſes affaires le permettoit; qu'il ſavoit cependant bien diſtinguer ceux qui penſoient noblement d'avec les faux amis, guidés par des vues intéreſſées; qu'il aimoit les gens de lettres, les encourageoit dans leurs entrepriſes, & leur fourniſſoit tous les ſecours qui dépendoient de lui; (ce qui nous a valu entr'autres choſes une bonne traduction d'Ammien Marcellin,

& l'acquisition d'un digne Confrere (*);) qu'il n'avoit aucun des défauts qu'on reproche aux Courtisans, & paroissoit même quelquefois se porter vers l'extrémité opposée; mais qu'il ne s'est rendu par là que plus digne de l'estime & des regrets de son auguste Maître, qui fut vivement touché de sa mort, presque subite, bien qu'assez longtems prévue. Il a fini sa carriere le 13 Mai 1775, dans sa 51 année. Son application constante à l'étude, particulierement à celle de son métier, & les fruits qu'il en a recueillis, sont un exemple qui doit demeurer présent à l'esprit de tous ceux qui, en courant la même carriere, peuvent espérer les mêmes succès.

(*) M. *Moulines*,



ÉLOGE

DE

M. HEINIUS.

Une longue carriere n'eſt un préſent du Ciel que pour ceux qui en ſavent faire un bon uſage. Qu'importe de végéter deux ou trois luſtres de plus, & de rentrer plutôt ou plus tard dans le ſein d'une terre, ſur laquelle on n'a été qu'un poids inutile! On peut dans tous les états, dans toutes les profeſſions, vieillir avec honneur, être utile à ſoi-même & aux autres; cependant il faut avouer que l'étude des Sciences & des Lettres eſt proprement ce qui met l'homme dans le cas de ſouhaiter une longue vie, & lui fournit les moyens d'en profiter. *Théophraſte* avoit au fond raiſon de ſe plaindre de mourir à cent ans, lorſqu'il commençoit à acquérir quelques connoiſſances. Dans les autres ſituations, quand on ne peut plus agir, on n'eſt plus bon à rien; il faut languir dans l'oiſiveté, & tranſmettre à d'autres des fonctions auxquelles on eſt devenu inhabile. L'Homme de lettres au contraire paſſeroit des ſiecles dans ſon Cabinet, ſans ſe plaindre du déſœuvrement ni de l'ennui, parce qu'il a toujours de nouveaux objets à conſidérer, de nouvelles recherches à faire, & que les ſources de ſes méditations ſont pour la plûpart inépuiſables. Cela ſuppoſe à la vérité que les facultés de l'ame ne ſuivent pas le ſort des forces du corps, & que le rayon de l'eſſence divine qui éclaire notre intérieur, ne perd pas ſa clarté.

Nous allons trouver de quoi juſtifier une partie de ces réflexions, dans l'Éloge d'un de nos plus dignes Confreres, dont nous avons admiré l'activité & l'ardeur, qui l'ont rendu pendant longtems propre à s'acquitter d'emplois importans & pénibles, & à ménager aux Muſes des momens dont il ſavoit tirer bon parti; & qui, dans la retraite où il a fini ſa carriere, a

nourri, pour ainsi dire, jusqu'au bout son ame des mêmes alimens dont elle avoit toujours fait ses délices.

JEAN PHILIPPE HEINIUS nâquit à Cassel le 6 de Janvier 1688. Son pere *Jean Hein*, (car la terminaison en *us* est, suivant l'ancien usage, un titre de noblesse savante,) étoit un homme à son aise, qu'un fâcheux procès mit à l'étroit, & qui, n'ayant plus de quoi vivre honorablement dans sa patrie, se retira à Smalcalde, où il eut l'emploi de Maire de la ville. Il y passa des jours tranquilles & donna une bonne éducation à sa famille. Le second de ses fils, qui étoit notre *Jean Philippe*, ayant montré des dispositions très heureuses à l'étude, il lui fit faire ses Humanités sous ses yeux dans le College de Smalcalde; & lorsqu'il y eut poussé ses progrès aussi loin qu'ils pouvoient aller, il l'envoya à Breme.

Ce fut dans cette ville que le jeune Étudiant posa tout à la fois les fondemens du savoir qu'il a possédé & de l'estime dont il a constamment joui. Ses mœurs étant aussi pures que son application étoit soutenue, il fut dès-lors regardé comme un sujet dont la carriere ne pouvoit manquer d'être distinguée; & comme il n'étoit pas accommodé des biens de la fortune, il trouva des patrons qui s'empresserent à lui applanir toutes les voies, & à le conduire au point de trouver quelque établissement avantageux.

Le premier qui se présenta fut une place de Professeur dans le College illustre des Réformés à Halle. Il y fut appellé à l'âge de 23 ans; mais, avant que d'en commencer l'exercice, il demanda la permission de faire un voyage littéraire en Hollande; elle lui fut non seulement accordée, mais le Presbytere de Halle subvint aux fraix du voyage, pendant lequel Mr. *Heinius* visita les principales Universités du pays, & contracta des liaisons avec les Professeurs les plus célebres. Après son retour il fut installé le 15 d'Octobre 1712, & prononça un Discours inaugural à cette occasion.

En 1719, il épousa Mlle. *Heiden*, dont le pere étoit Conseiller du Consistoire; mais la mort la lui enleva bientôt. La douleur de cette perte & l'extreme assiduité tant à remplir ses devoirs qu'à faire des études particulieres, lui attirerent une des attaques dont la vie de plusieurs Savans a été traversée, & à laquelle quelques-uns ont succombé. C'étoit un épuise-

ment total, joiot à une hypocondrie des plus violentes. Cela le mit entierement hors d'état de rravailler. On peut juger par la durée du mal de la force de ses causes. Il se passa plus de quatre ans avaor qu'aucune lueur de rétablissement se manifestât; mais une preuve en même rems du cas qu'on faisoit de lui, & de la crainte qu'on avoir de le perdre, c'est qu'il fur coosservé dans son poste & déchargé de tout travail peodaot ce loog espace de tems. Il trouva même des secours d'un ordre tout particulier dans la bienveillance de M. *de Danckelmann*, pere du dernier Mioistre de ce nom, (oom illustre & respectable par routes sortes d'eodroits,) que oous avons vu à la tête du Département ecclésiastique. La terre de Lodersleben dans le voisinage de Halle, qui apparteooit à ce Seigueur, fut un asyle où les soins les plus empressés firenr enfin éprouver à M. *Heinius* un soulagement qui fut l'aurore de sa convalescence. A peine en fut-on instruit dans la République des Lettres que l'Uoiversité de Franeker adressa une vocation à M. *Heinius*, en lui offrant encore une année de repos avant que d'eotrer en fonction. Mais il oe crut pas pouvoir comprer assez sur le retour de sa santé pour accepter ces gracieuses offres: il aima mieux faire un voyage dans le pays de Hesse pour y respirer son air natal; & ce voyage lui fut doublement saluraire, en lui faisant rrouver avec la santé qu'il cherchoit, une seconde épouse fille d'uo Pasteur d'Eschwegen, nommé *Dirk*. Il a passé 45 ans dans la plus douce union avec cette digne moitié, dont il a eu postérité, & à laquelle il a survécu, l'ayant perdue le 11 Juiller, 1770.

Oo a vu jusqu'ici à quel point M. *Heinius* étoit aimé & considéré à Halle. De pareils lieos auroieor sans doute suffi pour l'artacher d'une maniere indissoluble à ce séjour, sans la modicité des revenus qui o'étoieot pas proportioonés aux besoins d'une famille dont l'accroissement étoit rapide. Il atrendoit cependant que la Provideoce lui fournît des ressources: & ce fur saos avoir fait aucune démarche, & d'une maniere tout à fait imprévue pour lui, qu'il se vit appellé à l'uoe des places les plus importantes dans soo geore qu'il y ait daos les États du Roi, c'est celle de Recteur du College de Joachim.

Cette

Cette belle fondation, due à la munificence de l'Électeur dont elle porte le nom, est devenue tout autrement florissante depuis qu'elle a été transportée & fixée dans la Capitale, où elle fait un des objets distingués de l'attention du Gouvernement. Le poste de Recteur demande une grande réunion de qualités de l'esprit, du cœur, & si je puis ainsi dire, du corps, dont la vigueur est indispensablement nécessaire pour soutenir des fatigues toujours renaissantes. Parmi les prédécesseurs de M. *Heinius*, on en avoit vu que ce fardeau avoit accablés. Celui auquel il succéda immédiatement, s'étoit signalé par la fermeté avec laquelle il avoit rétabli l'ordre dégénéré en anarchie. Nous avons rendu à M. *Elsner* la justice qu'il méritoit, en faisant son éloge il y a aujourd'hui 25 ans. Nous n'avons garde de refuser cette même justice à M. *Heinius*, qui sembloit véritablement fait pour le poste qu'il a rempli près de 40 ans. D'une vigilance à laquelle rien n'échappoit, d'un courage qui alloit jusqu'à l'intrépidité, il se faisoit craindre; mais la sagesse de ses conseils & la bonté de ses attentions le faisoient encore plus aimer; & il peut être proposé pour modele à tous ses successeurs.

Malgré toutes ces convenances, malgré la voix même de l'intérêt, pour l'ordinaire la plus forte, M. *Heinius* balança non seulement longtems avant que d'accepter cette place, mais il résista formellement, dans la crainte qu'a tout homme d'honneur de ne pas répondre à l'attente qu'on a conçue de lui, & dans celle qui lui étoit particuliere de retomber dans l'épuisement dont il avoit eu tant de peine à se remettre. Il fallut l'ascendant des personnes qui avoient le plus de pouvoir sur son esprit, l'autorité même de celles qui méritoient tout son respect pour le déterminer. Dès qu'il eut contracté cet engagement, il s'occupa des moyens de le remplir; & pour cet effet il alla d'abord vers la fin de 1729 à Francfort sur l'Oder pour y prendre le grade de Docteur en Théologie, dont il se montra digne, par une très belle dissertation *de Agno Christi imagine;* après quoi il prit la route de Berlin, & au commencement de 1730 il fut installé dans le Rectorat.

Dès que son caractere personnel fut connu, caractere qui réunissoit à un savoir solide & sans pédanterie une parfaite candeur, une heureuse faci-

lité d'expression, & une certaine chaleur qui sembloit quelquefois prête à lui faire franchir des bornes qu'il connoissoit trop bien pour ne pas les respecter, il fut recherché, & trouva parmi les Grands plusieurs amis, qui, comme il avoit aussi ses ennemis & ses envieux, furent dans l'occasion ses Protecteurs, & firent revenir le feu Roi de quelques impressions désavantageuses qu'on avoit voulu lui donner sur son compte. C'est avec ces secours que nous l'avons vu atteindre un âge très avancé, sans paroître s'affoiblir, ni chanceler. Il avoit eu cependant en 1746 le malheur de se casser une jambe; mais sa guérison fut parfaite, & il ne s'en est point ressenti dans la suite.

Le Roi notre auguste Souverain ayant entendu parler plus d'une fois de M. *Heinius* comme d'un Savant digne de son attention, le fit appeller en 1763, & eut avec lui un entretien très gracieux, qui roula en partie sur des matieres de littérature, en partie sur l'état du College. S. M. lui témoigna une entiere satisfaction à tous ces égards, & admira la santé brillante dont il jouissoit encore dans sa 76 année.

Un Savant de l'ordre de Mr. *Heinius* étoit Académicien né. Aussi ne tarda-t-il pas à être aggrégé à l'ancienne Société des Sciences, sur la liste de laquelle son nom paroît en 1732 dans la Classe Historico-Philologico-Ecclésiastique & Orientale, dont M. *Jablonski* étoit alors Directeur. Lorsqu'au renouvellement de l'Académie, en 1744, la Classe de Philosophie spéculative fut créée, M. *Heinius* en fut fait Directeur. Il s'est acquitté avec honneur des devoirs d'Académicien par les Mémoires qu'il a lus & qui ont été insérés dans nos Volumes; & des devoirs de Directeur, tant qu'il a eu part au maniment des affaires. Il parut pour la derniere fois dans nos Assemblées le 18 de Décembre, 1766.

En 1762 il avoit atteint le Jubilé de sa carriere de Professeur; & son digne gendre, M. le Professeur *Schultze*, célébra cette solemnité par une Ode Latine qui réunit le mérite du sentiment à celui de l'expression.

Parvenu à sa 81 année, il sentit la nécessité de se reposer & de mettre un intervalle entre la vie & la mort. Personne n'a mieux rempli cet intervalle que lui. Ayant conservé dans un corps devenu infirme toute la solidité de son jugement, & même tout le feu de son esprit, il a continué de

vivre de la véritable vie qui eſt celle de l'ame, & d'avancer dans la carriere qu'il importe le plus de bien fournir, c'eſt celle des vertus; ſes amis & ſa famille ont toujours goûté les plus grandes douceurs dans ſon commerce, où rien ne ſe reſſentoit des dégoûts qu'inſpire le plus ſouvent la vieilleſſe. Cependant il falloit ceſſer de vivre: & le terme fatal s'annonça par une défaillance univerſelle, qui précéda ſa mort de 15 jours; il ne fut néanmoins alité que deux jours & s'endormit paiſiblement le 8 Août 1775, âgé de 87 ans, ſept mois & deux jours.

De huit enfans que M. *Heinius* avoit eus de ſes deux Épouſes, cinq lui ont ſurvécu: il a vu naître dix-huit petits-fils & petites-filles, dont il en reſte 12, & un arriere-petit-fils. M. *Jean Philippe Heinius*, l'un de ſes fils, né en 1736, eſt actuellement Prorecteur au College du Werder, & ſe montre digne fils d'un digne pere.

Les Écrits de M. *Heinius* ne ſont pas auſſi nombreux qu'on auroit pu les attendre des tréſors de ſon érudition, parce que ſa vie a été trop remplie d'occupations & de diſtractions. On a quelques morceaux de lui dans un Recueil Latin imprimé à Halle en 1716 ſous le titre de *Nova variorum Scriptorum collectio;* & il a publié ſéparément à Amſterdam en 1736 un Volume de Diſſertations Latines qui roulent en partie ſur les Antiquités, en partie ſur l'interprétation de divers paſſages de l'Écriture. Dans les Mémoires de notre Académie il avoit commencé de donner des Vies des anciens Philoſophes Grecs, tels que Phérécyde, Anaxagore, &c. qui étoient faites avec beaucoup de ſoin. Enfin, comme Recteur, il a donné une ſuite de Programmes & diverſes Harangues, qui joignent à une érudition recherchée une belle Latinité.

ÉLOGE

DE

M. KUSTER.

GEORGE GODEFROI KUSTER nâquit à Halle vers la fin de Janvier 1695. Son pere originaire de Zelle étoit un honnête Bourgeois de cette ville, exerçant la profeſſion de Tailleur. Sa mere *Dorothée Élizabeth Gaſt*, étoit fille d'un Paſteur de la campagne dans le voiſinage de Halle, & petite-fille du célebre *Oléarius.* L'Univerſité de Halle venoit d'être fondée en 1694 par FRÉDÉRIC, alors Électeur de Brandebourg, depuis premier Roi de Pruſſe, qui y attira les Savans les plus diſtingués de l'Allemagne. Le pere du jeune *Kuſter*, homme intelligent, ayant remarqué de bonne heure dans ſon fils des diſpoſitions à l'étude, crut devoir profiter des conjonctures favorables que lui offroit le lieu de ſon ſéjour. Après l'avoir fait inſtruire dans de bonnes écoles, il l'envoya au College de Halle qui a toujours été renommé, & il y fit ſes Humanités avec application & ſuccès. A dix-ſept ans, après avoir obtenu les témoignages les plus honorables de ſes Maîtres, il fut immatriculé à l'Univerſité; & ſes parens, ſuivant leurs moyens, redoublerent les efforts qu'ils conſacroient à lui faire un ſort dans le monde.

Le célebre *Heineccius* obtint vers ce tems-là le poſte de Profeſſeur de Philoſophie à Halle. Le jeune *Kuſter* lui ayant été fortement recommandé, il lui accorda un libre accès chez lui, le prit en amitié, & lui fit part de toutes les connoiſſances dont il étoit richement pourvu. En particulier il le forma au ſtyle Latin, dont il poſſédoit les détails à fond, comme les Ouvrages qu'il a publiés là-deſſus en font foi; & Mr. *Kuſter* s'eſt tou-

jours distingué par la facilité & la pureté avec lesquelles il parloit & écrivoit dans cette Langue, dont les prérogatives sont incontestables.

Se destinant alors à la Théologie, M. *Kuster* se mit aussi à l'Hébreu, sous la direction des deux *Michaelis*, qui étoient très versés dans les Langues Orientales; & il acquit l'intelligence des passages les plus difficiles de l'Écriture sainte. Il étudia le Grec sous le docte *Boysen*, & apprit aussi assez de François pour profiter des bons Ouvrages dans cette langue. Ses guides en Théologie furent Mrs. *Breithaupt*, *Anton* & *Franck;* l'illustre *Wolf* l'initia dans la Philosophie; & M. *Hahn*, qui s'est fait un nom comme Historiographe à Hannover, lui ouvrit les premieres routes de l'Histoire.

A vint & un ans, M. *Kuster* avoit achevé la carriere des études académiques, s'étant également rendu recommandable par ses connoissances & par ses mœurs. La réunion de ces qualités engagea M. *Schnaderbach*, premier Pasteur d'une des Églises Luthériennes de Berlin, à lui confier en 1716 l'éducation de son fils. Celui-ci étoit destiné au Droit, & M. *Kuster* s'instruisit dans ce nouveau genre de science, pour être en état de faire des répétitions à son éleve. Ils suivirent les cours de Mrs. *Heineccius* & *Thomasius*. Le dernier de ces Professeurs, que l'Allemagne met au rang de ses grands Hommes, goûta tellement le caractere de M. *Kuster*, qu'il fit tout ce qui dépendoit de lui pour l'engager à prendre le parti de la Jurisprudence, lui promettant toutes sortes de secours jusqu'à ce qu'il fût parvenu à quelque poste. De pareilles offres étoient fort séduisantes, & n'auroient pas manqué leur effet, sans le respect filial qui y mit un obstacle insurmontable. Les parens de M. *Kuster* s'étoient constamment proposé pour but & pour récompense de leurs tendres soins, de le voir consacré à l'état ecclésiastique. Il ne voulut donc pas leur donner le chagrin d'y renoncer. Cependant la Providence en décida autrement, & lui fit bientôt suivre une autre vocation, qui le fixa pour toujours.

Le pere de son éleve étant tombé mortellement malade, rappella son fils à Berlin; & M. *Kuster* l'y suivit. Étant demeuré dans la maison du défunt, il rendit de bons services à la famille: & cela le fit connoi-

tre si avantageusement que M. le Conseiller privé *Herold* souhaita de l'attacher au fils qu'il avoit d'un premier mariage. M. *Kuster* accepta cette place, se réservant seulement d'aller encore embrasser ses parens & ses amis à Halle; ce qu'il fit à Pâques 1717. Plus M. *Kuster* fut connu à à Berlin, plus il fut estimé & recherché. M. l'Archidiacre *Pape* le pria de donner quelques directions à son fils pour la Latinité, & ayant eu occasion de juger par là de sa capacité, il le proposa, même à son insu, pour une place de Recteur qui vaquoit à Tangermunde. Le Magistrat de cette ville la lui accorda. M. *Herold* fut consterné de ce qu'on lui enlevoit un homme en qui il avoit mis toute sa confiance; il lui fit entrevoir des perspectives beaucoup plus avantageuses, s'il demeuroit à Berlin; mais M. *Kuster*, qui regardoit sa vocation comme divine, ne se rendit pas à ces offres, & M. *Herold* ne voulut pas s'opposer formellement à son établissement. Il lui conserva même toute son affection, & lui en donna les marques les plus réelles à son départ.

M. *Kuster* fut installé dans son poste le 6 Mars 1718, & il l'occupa pendant six ans. Il mit le College de Tangermunde sur un très bon pied, & la ville en retira des avantages si marqués, que le Magistrat se crut obligé de lui en témoigner sa reconnoissance, en augmentant ses appointemens. La premiere place au College de Berlin, dit de Cologne, étant venu à vaquer en 1723, M. *Kuster* fut invité à concourir pour l'obtenir. Il fit les épreuves requises avec applaudissement; la vocation lui fut aussitôt adressée, & il entra en fonction le 17 Novembre. Son départ fut un vrai deuil pour Tangermunde; & plusieurs de ses Écoliers le suivirent à Berlin.

Comme M. *Kuster* avoit remplacé un Recteur émérite qui vécut jusqu'en 1728, il sembloit décidé qu'après cette mort, il revêtiroit aussitôt le caractere de Recteur. Mais un Compétiteur nommé *Bake* le lui enleva par un ordre du Cabinet: ce qui engagea le Magistrat à le transférer au College du Werder, comme Conrecteur; & il fut installé dans cette nouvelle place le 11 Janvier, 1728. Le Recteur *Backhusen* étant mort en

1732, le Cabinet fut favorable à M. *Kuſter* & l'octroi de cette dignité fut expédié dans les termes les plus gracieux. Il l'a exercée avec honneur pendant 44 ans; & il a joui de tous les avantages & de tous les agrémens qui peuvent être le fruit des talens & des vertus.

Dès 1728 il fut aggrégé à la Société Royale des Sciences, & s'étant trouvé par là Membre de l'Académie à ſon renouvellement, il a été presque juſqu'à ſa fin un des Académiciens les plus aſſidus.

Il s'étoit marié en 1720 à Mlle. *Sophie Louiſe Thiele*, dont le pere étoit frere du Général & du Conſeiller privé de ce nom. Cette union qui a duré 42 ans, fut rompue par la mort de cette digne épouſe en 1762. De trois filles que ce mariage a produites, deux ont ſurvêcu, dont l'aînée eſt veuve, & la cadette a été le ſoutien de la vieilleſſe de ſon pere de la maniere la plus affectionnée & la plus louable. M. *Kuſter* n'ayant point de fils, a rempli les devoirs de pere à l'égard de ſes neveux, qu'il a eu la ſatisfaction de voir répondre à ſes ſoins. M. l'Inſpecteur *Kuſter*, digne Eccléſiaſtique de cette Capitale, en eſt un monument honorable.

Il n'eſt pas beſoin d'entrer dans les détails de la maniere dont la longue vie de M. *Kuſter* a été remplie. On ſait aſſez en quoi conſiſtent les travaux ſcholaſtiques, auxquels il étoit très propre, & pour lesquels il a toujours eu un goût décidé. Comme Auteur, il s'eſt tourné tout d'abord vers les Antiquités de ſa Patrie, & en a fait conſtamment ſon objet. Cette occupation convenoit d'ailleurs parfaitement à ſes devoirs dans la Claſſe philologique de la Société des Sciences. Il a commencé à faire rouler la preſſe en 1729, & a publié depuis divers Ouvrages & quantité de Diſſertations, ou Programmes, qui ſont des ſuites intéreſſantes. La plus volumineuſe de ſes productions a pour objet cette Capitale dont il a décrit l'état ancien & moderne, en 5 Volumes *in folio*. Tous ſes écrits ont la ſorte de bonté qui pouvoit s'y trouver; beaucoup d'ordre & d'exactitude, une grande ſagacité à déterrer les moindres particularités, & à tranſmettre à la poſtérité les noms & les faits qu'il en jugeoit dignes. Les *Miſcellanea* & nos Mémoires contiennent quelques Diſſertations de lui, marquées au même coin.

Aux qualités de l'Homme de Lettres, M. *Kuſter* joignoit toutes celles qui caractériſent l'honnête homme & le bon Chrêtien. Sa vie a été irréprochable. Il étoit avec cela d'une bonne ſociété; on le recherchoit dans les compagnies comme y portant une humeur agréable, la vraie candeur germanique, & cette naïveté qui vaut mieux que l'eſprit maniéré & apprêté. Ce caractere, joint à une bonne organiſation, & qui en eſt ordinairement l'effet, l'a ſoutenu juſqu'à un âge fort avancé, ſans décadence trop ſenſible. Le poids des années s'eſt enfin fait ſentir. M. *Kuſter* a été obligé de garder la chambre, & nous avons été privés de ſa préſence dans nos Aſſemblées. La derniere à laquelle il a aſſiſté, eſt celle du 4 Novembre, 1773.

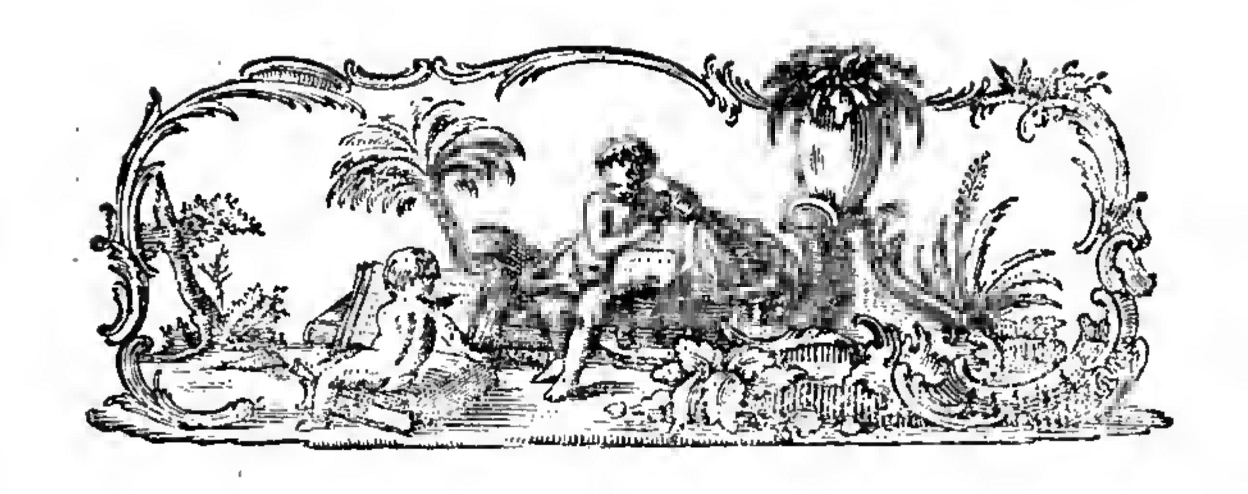
D'ailleurs il a toujours été le même dans ſon domeſtique, & a vu approcher ſa fin avec les diſpoſitions qu'inſpirent néceſſairement un eſprit éclairé, un jugement ſolide & une vie réglée. C'eſt ainſi qu'il s'eſt endormi paiſiblement le 28 Mars dernier (1776).



NOUVEAUX

NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.



SUR

LE FROTTEMENT

entant qu'il rallentit le mouvement & s'y oppose.

PAR M. LAMBERT.

SECOND MÉMOIRE.

§. 1.

Les expériences qu'on a faites pour trouver les loix du frottement présentent tant de paradoxes & même de bisarreries, qu'en les examinant on est tenté de renoncer à toute recherche ultérieure, à moins qu'on ne regarde la plus grande partie de ces expériences comme fort mal imaginées & très mal faites. D'abord on s'est contenté de s'assurer du poids requis uniquement pour vaincre le frottement, & on en a inféré, un peu trop précipitamment, que ce poids étoit toujours le tiers de celui du corps qu'on traîne sur un plan horisontal, comme si l'inégalité des surfaces n'y avoit aucune influence. Ensuite on a examiné quel est le mouvement qui a lieu lorsqu'un corps est poussé avec plus de force qu'il ne faut pour vaincre le frottement. Dans ces expérien-

ces les machines employées étoient ordinairement très petites & le mouvement duroit trop peu de tems pour qu'on en pût tirer quelque résultat bien exact. D'ailleurs on manquoit à cet égard d'une bonne théorie, & par-là même les expériences ne se trouvoient que très rarement arrangées conformément à ce que la théorie auroit exigé. De tout cela il faut conclure qu'on peut & qu'on doit même faire abstraction de la plupart de ces expériences & en faire d'autres qui soient mieux entendues. Celles de M. *Schober*, que j'ai examinées dans mon premier Mémoire, font voir qu'il suffit que les expériences soient convenablement faites, pour que la théorie y réponde au delà même de ce qu'on pouvoit attendre.

§. 2. Comme les expériences, telles qu'il nous les faut, sont encore en fort petit nombre, j'ai cru devoir rapporter ici celles que je fis le 31 Octobre 1774, conjointement avec Mrs. *Guillaume* & *Schulze*. La Pl. I. Fig. 1. machine étoit un Carrousel, dont la premiere Figure représente le quart du profil. *AB* est un arbre haut de 9 piés de Rhin, large & épais de $9\frac{1}{3}$ pouces, ce qui fait 9408 pouces cubiques de volume. *CD* sont deux barres de bois paralleles entr'elles, ayant 13 piés 2 pouces de longueur, 4 pouces 9 lignes de largeur, & 5 pouces de hauteur; ce qui donne $3752\frac{1}{2}$ pouces cubiques pour chacune. Or il y en a deux de chaque côté de l'arbre, ce qui fait donc en tout 30020 pouces cubiques. *FG* est une barre qui sert d'appui aux barres *CD*. Il y en a deux de chaque côté de l'arbre. Leur longueur est de 9 piés, leur largeur de 5 pouces & leur épaisseur de $4\frac{3}{4}$ pouces, ce qui fait 2565 pouces cubiques pour chacune, & en tout 20520 pouces cubiques. *ED* est une planche, sur laquelle est affermi un cheval de bois, au moyen de barres de fer. Les planches se trouvoient encore de chaque côté de l'arbre, mais il n'y avoit plus que deux chevaux. Enfin *HI* est une barre de bois, par le moyen de laquelle on fait tourner la machine à une distance de $8\frac{1}{2}$ piés. En comptant & pour le bois & pour le fer 27 pouces cubiques par livre, les $9408 + 30020 + 20520 = 59948$ pouces cubiques trouvés ci-dessus donneront 2220 livres de poids, auxquelles il faut ajoûter 200 livres pour les 4 plan-

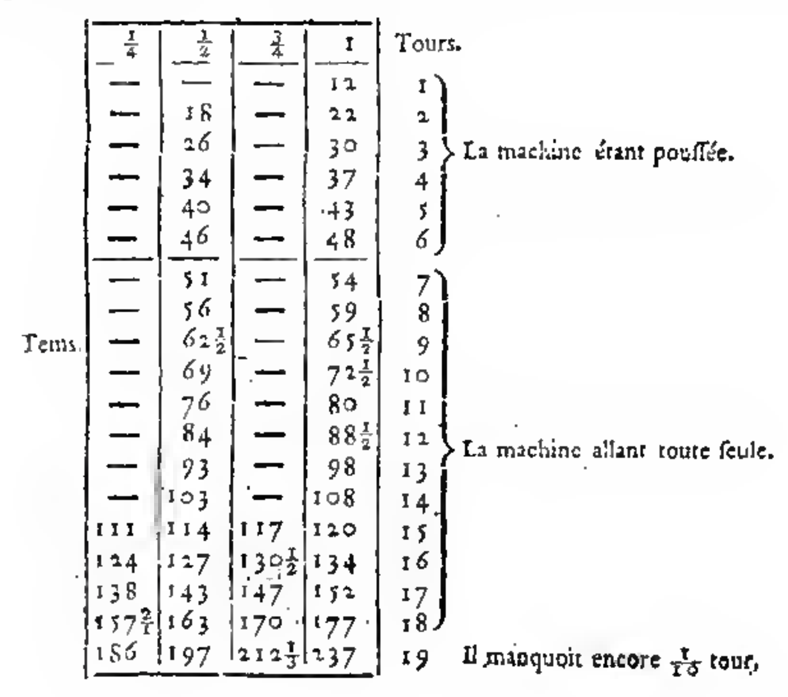
ches & 240 livres pour les deux chevaux, & on aura 2662 livres pour le poids de toute la machine. Je mettrai nombre rond 2700 ou même 2800 livres, la pluie ayant rendu le bois humide. Le tourillon en *A*, sur lequel toute la machine repose & tourne, avoit 6 pouces de circonférence. Il étoit de fer & tournoit sur une pierre. Une force de 2 livres appliquée au bout *D* suffisoit pour faire tourner la machine, de sorte que la force qui fait équilibre au frottement est au dessous de deux livres de poids.

§. 3. La première expérience n'avoit pour but que de voir comment, après qu'on auroit donné à la machine une assez grande vitesse, le mouvement se rallentiroit ensuite. Pour cet effet M. *Guillaume* s'occupa à mettre la machine en mouvement, M. *Schulze* comptoit les secondes, & je marquois moi le tems que prenoit chaque demi-tour, & à la fin chaque quart de tour.

	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	Tours.
	″	2″	″	5″	1
		8		11	2
		14		$17\frac{1}{2}$	3
		21		$24\frac{1}{2}$	4
Tems		28		32	5
		3[illegible]		41	6
		46		$50\frac{1}{2}$	7
		56		61	8
		68	72	75	9
	78	82	86	90	10
	94	99	$104\frac{1}{2}$	$110\frac{1}{2}$	11
	117	124	134	$145\frac{1}{2}$	12
	168				

Ainsi le mouvement cessa après que la machine eut fait $12\frac{1}{4}$ tours, ce qui arriva au bout de 168 secondes. Le moment où le mouvement cessa fut très sensible, quoiqu'il s'en fallût de beaucoup qu'il eût cessé brusquement; ce ne fut qu'au moment où la vitesse du point extreme *D* commença à devenir imperceptible.

§. 4. Là-dessus je proposai à M. *Guillaume* de mettre la machine en mouvement en employant une force médiocre, en sorte que nonobstant l'accélération successive il pût toujours pousser la manivelle *I* avec la même force, du moins autant qu'il étoit possible. Car il s'agissoit de savoir jusqu'à quel point on est en état de pousser un objet qui fuit, & dont la vitesse va en augmentant. Il est clair que la vitesse qu'on peut successivement imprimer à la machine en poussant la manivelle *I*, ne sauroit être plus grande & doit même être un peu moins grande que celle qu'on a en courant de toute sa force, & que dans ce cas il n'y a plus gueres moyen de pousser la manivelle qu'avec autant de force qu'il en faut pour empêcher que le mouvement ne retarde. M. *Guillaume* se mit donc à essayer cet emploi de ses forces. M. *Schulze* compta le nombre des secondes, & je marquai le tems employé pour chaque demi-tour, non seulement pendant que M. *Guillaume* tourna, mais encore après qu'il eut cessé, jusqu'au moment où le mouvement, après s'être ralenti, cessa tout à fait. Voici le résultat de cette seconde expérience.



Tems.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	Tours.	
—	—	—	12	1	La machine étant poussée.
—	18	—	22	2	
—	26	—	30	3	
—	34	—	37	4	
—	40	—	43	5	
—	46	—	48	6	
—	51	—	54	7	La machine allant toute seule.
—	56	—	59	8	
—	$62\frac{1}{2}$	—	$65\frac{1}{2}$	9	
—	69	—	$72\frac{1}{2}$	10	
—	76	—	80	11	
—	84	—	$88\frac{1}{2}$	12	
—	93	—	98	13	
—	103	—	108	14	
111	114	117	120	15	
124	127	$130\frac{1}{2}$	134	16	
138	143	147	152	17	
$157\frac{2}{1}$	163	170	177	18	
156	197	$212\frac{1}{3}$	237	19	Il manquoit encore $\frac{1}{10}$ tour.

M. *Guillaume* cessa de pousser la manivelle après que la machine eut fait $6\frac{1}{2}$ tours. Elle continua d'aller depuis la 51[me] seconde jusqu'à la 237[me], où elle s'arrêta, après avoir fait en tout $18\frac{9}{10}$ tours en 237″ de tems, ou toute seule $12\frac{2}{5}$ tours en 186″ de tems. On voit que le premier tour ayant demandé 12″ de tems, le sixieme n'en demanda qu'environ 5. C'est donc en 5 secondes de tems que M. *Guillaume* parcourut un cercle de 53 piés de circonférence, ce qui fait $10\frac{3}{5}$ piés par seconde. C'est une vitesse assez grande, quoiqu'elle n'approche pas encore de celle que M. *Guillaume* auroit pu avoir en courant librement & de toute sa force.

§. 5. La même expérience étant répétée donna les résultats suivans.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	Tours.	
—	8	—	12	1	La machine étant poussée.
—	15	—	17	2	
—	20	—	22	3	
—	25	—	27	4	
—	30	—	33	5	
—	37	—	40	6	
—	43	—	46	7	
—	49	—	51	8	La machine allant seule.
—	54	—	57	9	
—	60	—	63	10	
—	66	—	70	11	
—	73	—	77	12	
—	81	—	85	13	
—	89	91	94	14	
96	99	101	104	15	
107	109	112	115	16	
$118\frac{1}{2}$	122	$125\frac{1}{2}$	129	17	
133	138	142	146	18	
$151\frac{1}{2}$	157	163	170	19	
178	188	201	230	20	Il manquoit encore 10 degrés.

M. *Guillaume* cessa de pousser la manivelle après avoir fait $7\frac{1}{2}$ tours, ce qui arriva au bout de 49″ de tems. Après cela la machine fit d'elle-même encore $12\frac{17}{36}$ tours avant de rentrer dans le repos, ce qui prit $230 - 49 = 181$ secondes de tems.

§. 6. Ces expériences ont l'avantage d'avoir été faites avec une machine réelle & non en petit. Leur durée fut d'un aſſez grand nombre de ſecondes pour qu'une demi-ſeconde de plus ou de moins pût n'être d'aucune conſéquence. L'inégalité des ſurfaces reſtant la même, on comprend que les irrégularités doivent influer beaucoup plus dans le mouvement d'une petite machine que dans celui d'une grande. Cela eſt cauſe que ce qu'on trouve en petit doit différer très conſidérablement de ce qu'on trouve en grand. Auſſi dans nos trois expériences il étoit amuſant de voir que le mouvement, bien loin de ſe rallentir & de s'arrêter comme par ſaut, ſe rallentiſſoit avec une uniformité frappante & ne ceſſoit qu'au point où la viteſſe alloit devenir inſenſible, quoique du reſte on pût très bien obſerver le moment où le mouvement ceſſoit tout à fait. Voyons maintenant comment nous appliquerons la théorie.

§. 7. D'abord je ſuppoſerai égale à un poids p la force appliquée à la manivelle, & entant que cette force étoit variable, le poids p eſt cenſé variable dans le même rapport. De ce poids p il faut ſouſtraire une partie q, qui eſt requiſe pour faire équilibre au frottement. L'expérience fit voir que ce poids eſt au deſſous de 2 livres, lorſqu'il eſt appliqué à l'extrémité D. Il ne ſera donc pas de 3 livres, lorſqu'il eſt appliqué à la manivelle I, le rapport de CD à HI étant à tres peu près celui de 3 à 2. Nous aurons donc $p - q$ pour la partie du poids ou de la force appliquée en I, qui produit l'effet de mettre la machine en mouvement.

§. 8. Or la maſſe de la machine doit également être réduite au point I. Cette réduction ſe fait en raiſon réciproque du quarré des diſtances. Ainſi les deux chevaux de bois & les quatre planches ED peſant enſemble 440 livres, ce poids réduit en I eſt $= 440 \cdot \left(\frac{CK}{HI}\right)^2 = 440 \left(\frac{148''}{102}\right)^2 = 926$ livres. Les barres $CD = 30020$ pouces cubiques $= 1112$ livres, deviennent $= \frac{1112}{3} \cdot \left(\frac{CD}{HI}\right)^2 = \frac{1112}{3} \cdot \left(\frac{158}{102}\right)^2 = 893$ livres. Les appuis $FG = 20520$ pouces cubiques $= 760$ livres, deviennent ſimplement $= \frac{20520}{3}$ pouces cubiques ou $\frac{760}{3} =$ 253

253 livres. L'arbre AB = 9408 pouces cubiques = 348 livres se réduit à $348 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4\frac{2}{3}}{102}\right)^2 = \frac{1}{2}$ livre; & la barre HI à environ 2 livres. La somme sera donc $= 926 + 893 + 253 + \frac{1}{2} + 2 = 2074\frac{1}{2}$ livres, ou bien, nombre rond, = 2100 livres. Voilà donc la masse que la force $p - q$ devoit mettre en mouvement. Je la supposerai $= Q$. Cela donne la force accélératrice

$$= \frac{p - q}{Q}.$$

Si cette force agissoit sans autre empêchement, il suffiroit de poser $= \mathrm{d}x$ le chemin parcouru par le point I pendant le tems $\mathrm{d}\tau$. Et faisant la vitesse de ce point $= c$, & la hauteur due à cette vitesse $= h$, on auroit tout simplement

$$\mathrm{d}h = \frac{p - q}{Q} \cdot \mathrm{d}x$$

& le mouvement seroit uniformément accéléré tant que le poids $p - q$ resteroit le même.

§. 9. Cette accélération uniforme n'a point lieu, parce que le frottement s'y oppose de telle sorte qu'enfin la vitesse devient constante. Soit C cette vitesse terminale; & comme le frottement s'oppose en raison du quarré de la vitesse, nous aurons

$$\mathrm{d}h = \frac{p - q}{Q} \cdot \mathrm{d}x - \frac{p - q}{Q} \cdot \frac{cc}{CC} \cdot \mathrm{d}x,$$

parce que, pour $\mathrm{d}h = 0$, il faut que $c = C$, & que ce n'est que dans ce cas que l'accélération devient $= 0$. Il convient encore de remarquer que si $p - q$ est variable, le quarré CC l'est aussi & dans le même rapport. Donc, pour retenir CC comme une quantité constante, nous poserons pour $p - q$ une force ou un poids constant P, ce qui nous donnera

$$\mathrm{d}h = \frac{p - q}{Q} \cdot \mathrm{d}x - \frac{P}{Q} \cdot \frac{cc}{CC} \cdot \mathrm{d}x.$$

Voilà donc la formule qui pourra nous aider à découvrir comment dans les deux dernieres expériences la force p a varié, pendant que par la pression la

viteſſe de la machine alloit en croiſſant. Mais il eſt plus à propos de voir d'abord comment, après que la preſſion ceſſa, le mouvement ſe rallentit.

§. 10. Il eſt clair que pour le cas du ſimple rallentiſſement il faut faire $p = 0$. Cela nous donne

$$dh = -\frac{q}{Q}dx - \frac{P}{Q}\cdot\frac{cc}{CC}\cdot dx,$$

ou bien, en faiſant $g = \frac{1000}{64}$ piés de Rhin, on aura

$$h = \frac{16cc}{1000} = \frac{cc}{4g}$$

$$dh = \frac{2cdc}{4g}$$

ce qui donne

$$-\frac{2cdc}{4g} = \left(\frac{q}{Q} + \frac{Pcc}{QCC}\right)dx$$

$$x = -\frac{CCQ}{4gP}\cdot\log\left[cc + \frac{qCC}{P}\right] + \text{Conſt.}$$

En comptant l'eſpace parcouru depuis le point où la preſſion ceſſa, on fera pour $x = 0$, la viteſſe $c = V$. Cela donne

$$x = \frac{CCQ}{4gP}\cdot\log\left(\frac{VVP + CCq}{ccP + CCq}\right).$$

Or le mouvement ceſſant on a $c = 0$, ce qui donne l'eſpace parcouru total

$$X = \frac{CCQ}{4gP}\cdot\log\left(\frac{VVP + CCq}{CCq}\right)$$

d'où l'on voit *que le chemin total X eſt une quantité finie.*

§. 11. La formule que nous venons de trouver pour x nous donne réciproquement

$$cc = \frac{VVP + CCq}{P}\cdot e^{-4gPx:CCQ} - \frac{CCq}{P}.$$

Cela donne

$$\frac{dx}{c} = d\tau = \frac{e^{4gPx:CCQ}\cdot dx}{V\left(\frac{VVP + CCq}{P}\right)\cdot V\left[1 - \frac{CCq}{VVP + CCq}\cdot e^{4gPx:CCQ}\right]}$$

d'où l'on tire l'intégrale

$$\tau = \frac{CQ}{2g\,V(Pq)} \cdot \left[\text{Arc.fin}\left(\frac{CVq}{V(VVP + CCq)} \cdot e^{2gPx:CCQ}\right) - \text{Arc.fin}\,\frac{CVq}{V(VVP+CCq)}\right]$$

où la constante est ajoûtée en sorte que $\tau = 0$, lorsque $x = 0$.

§. 12. Cette formule peut être représentée fort simplement par

$$\tau = \alpha \,.\left[\text{Arc.fin}\,(\beta \,.\, e^{\gamma x}) - \text{Arc.fin}\,\beta\right].$$

Et comme le sinus $(\beta \,.\, e^{\gamma x})$ ne sauroit croître au delà de l'unité, on voit qu'on aura le tems total

$$T = \alpha\left[\tfrac{1}{2}\pi - \text{Arc.fin}\,\beta\right].$$

Ainsi le mouvement se réduit à zéro dans un tems fini. Nous avons déja vu que cela arrive aussi dans un *espace fini.* Tout cela ne seroit pas si on faisoit $q = 0$. Si donc, même à l'égard de la *résistance des fluides*, le mouvement cesse dans un tems fini & dans un espace fini, comme l'expérience le fait voir, il faut en inférer réciproquement, *qu'encore à l'égard des fluides on ne doit pas faire* q $= 0$, *mais qu'il faut exprimer par* q *la partie de la force requise pour vaincre la ténacité du fluide.*

§. 13. Pour appliquer à nos expériences l'équation que nous venons de trouver entre x, y, nous pourrons d'abord nous en tenir à la formule

$$\tau = \alpha\left[\text{Arc.fin}\,\beta \,.\, e^{\gamma x} - \text{Arc.fin}\,\beta\right]$$

où il s'agit de déterminer les trois coëfficiens a, β, γ. Pour cet effet le meilleur parti sera d'employer les trois données V, T, X, c'est à dire la vitesse initiale, & le tems & l'espace total. Cela nous donne les trois équations

$$\beta = e^{-\gamma X}$$

$$T = \alpha\left[\tfrac{1}{2}\pi - \text{Arc.fin}\,\beta\right]$$

$$V = \frac{V(1-\beta\beta)}{\alpha\beta\gamma}.$$

Car lorſque $x = X$, on a $\beta . e^{\gamma x} = 1$, & on a $V = \frac{dx}{d\tau}$ pour le cas où $x = 0$. Faiſant pour plus de briéveté $\beta = \sin \epsilon$, ces trois équations donneront

$$- \frac{VT}{X} = \frac{\frac{1}{2}\pi - \epsilon}{\text{tang}\, \epsilon . \log. \sin \epsilon}.$$

Or ϵ étant trouvée on aura

$$- \gamma = \frac{1}{X} . \log. \sin \epsilon$$

$$a = \frac{1}{\gamma . \text{tang}\, \epsilon}.$$

§. 14. Dans la ſeconde expérience nous avons $X = 12\frac{1}{2}$ tours, $T = 187$, $V = \frac{5}{26}$ tours. Cela donne

$$a = 163''$$
$$\beta = 0{,}4094$$
$$\epsilon = 0{,}4218$$
$$\gamma = \frac{1}{14},$$

& par conſéquent

$$\tau = 163''. [\text{Arc.} \sin 0{,}4094 . e^{x:14} - 0{,}4218].$$

Cette formule donne la Table ſuivante

x	τ calc.	τ expér.
1	5″,3	5
2	11,4	11,5
3	18,0	18
4	25,2	25
5	32,7	33
6	42,1	42
7	52,1	52
8	63,4	63
9	76,8	76
10	92,4	92
11	113,2	112
12	144,0	146
$12\frac{1}{2}$	187,0	186

On voit par-là que la formule eſt tout auſſi exacte que les expériences elles-mêmes. Il convient cependant de remarquer que, pour peu qu'on change les données V, T, X, les valeurs α, γ, δ changent fort conſidérablement. Car ayant d'abord poſé $V = \frac{28}{5}$ au lieu de $V = \frac{26}{5}$, je trouvai

$$\tau = 175''.[\text{Arc. ſin } 0{,}4794 \cdot e^{x:17} - 0{,}5000]$$

au lieu de

$$\tau = 163''.[\text{Arc. ſin } 0{,}4094 \cdot e^{x:14} - 0{,}4218].$$

Et en faiſant $V = \frac{26}{5}$, $T = 186$, $X = 12\frac{2}{5}$, je trouvai

$$\tau = 161.[\text{Arc. ſin } 0{,}4035 \cdot e^{0{,}07318 \cdot x} - 0{,}4154].$$

§. 15. Ayant donc les valeurs α, β, γ, V, on aura les trois équations

$$\alpha = \frac{CQ}{2g\,V(Pq)} = 163''$$

$$\beta = \frac{C\,Vq}{V(VVP + CCq)} = 0{,}4094$$

$$\gamma = 2gP : CCQ = \frac{1}{14}.$$

D'où ſuit

$$\alpha\gamma = \frac{1}{C} \cdot V\left(\frac{P}{q}\right)$$

$$\frac{P}{q} = (\alpha\gamma C)^2$$

$$\frac{Q}{q} = 2\alpha^2\gamma g.$$

Ce qui, en faiſant $g = \frac{1000}{64}$ piés $= \frac{1000}{64 \cdot 53}$ tours du point I, $Q = 2100$ livres, donne $q = 1{,}88$ livre; de ſorte que la force qui fait équilibre au frottement n'eſt que $1{,}88 = 1\frac{8}{9}$ livre. Et comme on a le choix de prendre pour C telle valeur qu'on voudra, P croiſſant dans le même rapport que CC, nous poſerons $C = V = \frac{5}{26}$. Par-là nous aurons $P = q.(\alpha\gamma C)^2 = 9{,}42$ livres. Si donc on fait mouvoir la machine par un poids de $9{,}42$ livres appliqué en I, ce point aura la viteſſe terminale $= \frac{5}{26}$ tours $= \frac{5}{26} \cdot 53 = 10{,}2$ piés.

§. 16. Pour voir maintenant avec quelle force la machine a été successivement poussée, nous retournerons à la formule du §. 8.

$$dh = \frac{p - q}{Q} dx - \frac{P}{Q} \cdot \frac{cc}{CC} \cdot dx$$

qui donne

$$p = q + \frac{Q \cdot dh}{dx} + \frac{Pcc}{CC}$$

ou bien

$$p = q + \frac{Qcdc}{2g \cdot dx} + \frac{Pcc}{CC}$$

Cette équation ne se résout qu'avec peine. Il faut d'abord construire une ligne courbe dont les abscisses soient x & les ordonnées τ. Cette courbe se construit d'après les nombres que donne l'expérience. Ensuite on aura $c = \frac{dx}{d\tau}$, & on trouvera pour chaque abscisse x la vitesse répondante c, moyennant la position des tangentes de la courbe. On construira ensuite une nouvelle courbe dont les abscisses soient x & les ordonnées c. Et moyennant la position des tangentes de cette courbe on déterminera pour chaque abscisse x le rapport $\frac{dc}{dx}$ ou bien la sounormale $\frac{cdc}{dx}$. Après quoi prenant les valeurs q, Q, P, C telles que nous venons de les trouver, la formule donnera pour chaque abscisse x le poids p, qui dénote la force avec laquelle la machine a été poussée. J'ai essayé de faire toutes ces opérations; mais après avoir construit les ordonnées τ répondantes aux abscisses x, telles que les donne la seconde expérience, je vis que pour que la courbe fût assez réguliere, l'ordonnée 12″, qui répond à $x = 1$, devoit être augmentée environ d'une unité. Cela provient d'une petite inégalité de la force avec laquelle la machine fut poussée pendant le premier tour. Toutes les autres ordonnées suivoient une loi assez réguliere, surtout celles qui répondent aux tours entiers. Quant aux autres, une partie d'une seconde de plus ou de moins les rendoit également régulieres. La courbe que je construisis ensuite pour les vitesses étoit encore assez réguliere depuis l'abscisse $x = 1$, mais je ne pus gueres la construire avec assez de certitude

pour les $x < 1$. J'essayai donc de chercher une formule qui pût représenter assez exactement les rapports entre x & τ, & je trouvai qu'en faisant

$$\tau = \sqrt{(\tfrac{333}{4} \cdot x + 94 \cdot x^2 - \tfrac{117}{16} x^3)}$$

cette formule ne différoit de l'expérience que pour le cas $x = 1$, où elle donne $\tau = 13'',1$ au lieu de $\tau = 12$. J'ai déja dit que je ne m'arrêterai pas à cette irrégularité.

§. 17. Faisant donc

$$\phi = \tfrac{333}{4} x + 94 \cdot x^2 - \tfrac{117}{16} x^3$$

$$\psi = \frac{d\phi}{dx} = \tfrac{333}{4} + 188 x - \tfrac{351}{16} x^2$$

$$\omega = \frac{d\psi}{dx} = 188 - \tfrac{351}{8} x$$

on aura

$$c = \frac{dx}{d\tau} = \frac{2\sqrt{\phi}}{\psi}$$

$$\tau = \sqrt{\phi}$$

$$\frac{cdc}{dx} = \frac{2}{\psi} - \frac{4\phi\omega}{\psi^3}$$

&

$$p = q + \frac{Q}{2g}\left(\frac{2}{\psi} - \frac{4\phi\omega}{\psi^3}\right) + \frac{P}{CC} \cdot \frac{4\phi}{\psi\psi}.$$

Ce qui en faisant (§. 15)

$$Q = 2109 \qquad 2g = \tfrac{1000}{32 \cdot 53}$$

$$P = 9{,}42 \qquad C = \tfrac{5}{26} \qquad q = 1{,}9$$

donne

$$p = 1{,}9 + \frac{7124}{\psi} - \frac{14248 \cdot \phi\omega}{\psi^3} + \frac{1018{,}8 \cdot \phi}{\psi^2}.$$

§. 18. Ces formules donnent les valeurs suivantes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
x tours.	φ	ψ	ω	p	c tours.	$\tau = V\varphi$.	τ obf.	c piés.
0	0,0	83,3	188,0	87,5	0,000	0″,0	0″	0,0
$\frac{1}{4}$	26,6	128,9	177,0	27,5	0,080	5,2	—	4,2
$\frac{1}{2}$	64,2	171,7	166,1	15,6	0,094	8,0	—	5,0
1	169,9	249,3	144,1	10,8	0,105	13,1	12	5,6
2	484,0	371,5	100,3	10,2	0,119	22,0	22	6,3
3	898,3	449,8	56,4	14,3	0,133	30,0	30	7,0
4	1371,0	484,8	14,5	20,1	0,150	37,0	37	8,0
5	1852,0	474,8	— 21,4	30,5	0,181	43,0	43	9,6
6	2310,0	421,5	— 75,2	65,1	0,228	48,0	48	12,1

§. 19. En comparant la cinquieme colonne de cette Table avec la neuvieme, on voit fans peine que la force p employée pour mettre la machine en mouvement n'a pas un rapport fort marqué avec la viteſſe. La force initiale étant de $87\frac{1}{2}$ livres, indique que c'eſt plutôt par un choc que par une ſimple preſſion qu'on a commencé à donner le branle à la machine, quoique du reſte un homme s'appuyant fortement contre un obſtacle, puiſſe très bien le faire avec une force égale à $87\frac{1}{2}$ livres. Cette forte preſſion cependant ne dura pas longtems. En 5 ſecondes de tems la viteſſe étant de $4\frac{1}{5}$ piés, elle ne fut plus que de $27\frac{1}{2}$ livres. Après cela elle décrut de telle ſorte qu'elle n'étoit plus que de $10\frac{1}{5}$ livres, la viteſſe étant d'environ $6\frac{1}{3}$ piés. Depuis ce point elle recommença à augmenter très conſidérablement, quoiqu'encore la viteſſe allât en augmentant. C'eſt ce qu'il y a de plus paradoxe. Cependant on en entreverra fans peine la raiſon. Qu'on eſſaye de s'appuyer moitié couché contre une manivelle qu'on met en mouvement, & de faire par ſeconde un chemin de 8, 10 à 12 piés, c'eſt à dire de faire des ſauts plutôt que des pas. Cela ne ſauroit ſe faire à moins qu'on n'appuie très fortement les piés contre la terre, & la poſition inclinée fait que les mains ſont appuyées avec tout autant de force contre la manivelle. Ainſi il eſt très poſſible d'employer une force de 65 livres en faiſant

ſant 12 piés de chemin par ſeconde. Mais auſſi c'eſt un travail qu'on ne ſoutiendra pas fort longtems.

§. 20. En multipliant la force p par la viteſſe c, nn aura le produit pc qu'on appellè le *moment ſtatique*. Notre expérience fait voir que ce *moment* varie extremement. Voici les réſultats.

x	p	c	pc
0	87,5	0,0	—
$\frac{1}{4}$	27,5	4,2	115,5
$\frac{1}{2}$	15,6	5,0	78,0
1	10,8	5,6	60,5
2	10,2	6,3	64,3
3	14,3	7,0	100,1
4	20,1	8,0	160,8
5	30,5	9,6	293,8
6	65,1	12,1	787.8

§. 21. Cette Table nous fait voir que le *moment ſtatique* a un *minimum*, & què ce *miniïmum* eſt $=$ 60 ou $60\frac{1}{2}$, la force étant de 10,8 livres, & la viteſſe de 5,6 piés. Cette viteſſe eſt celle d'un homme qui marche uo peu vîte, comme feroit un voyageur. L'on comprend que cette marche peut durer pluſieurs heures de ſuite ſans qu'elle ſoit trop fatigante, même lorſqu'il faut pouſſer nu traîner avec une force de 10 à 11 livres de poids.

§. 22. Oo voit encore par cette Table que la force a été un *minimum* lorſque la viteſſe étoit la viteſſe naturelle d'un homme qui marche comme un voyageur ou comme un homme affairé. Il ſemble que cette viteſſe naturelle de l'homme eſt celle que demande le poids de ſon propre corps, & que par cette raiſoo la force qu'il emploie pour pouſſer, ſe réduit à ſon moindre terme, en devenant un *minimum*. Il n'y emploie, pour ainſi dire, que le reſte de ſes forces, & nommément le même reſte qu'il emploieroit s'il ſe mettoit à courir plus vîte ſans porter ni pouſſer quoi que ce ſoit, & ſans trop ſe fatiguer.

§. 23. Tout ce que je viens de faire voir en détail a été déduit de la feconde expérience. Il eft inutile d'entrer dans le même détail à l'égard des deux autres expériences. Il fuffit de les comparer avec la feconde, pour s'affurer que les réfultats doivent être à très peu près les mêmes. Dans la troifieme expérience la machine fut pouffée avec des forces plus égales ou bien moins grandes vers la fin. Les tems employés pour chaque tour font 12, 5, 5, 5, 6, 6, 7, de forte que le mouvement fut retardé après le quatrieme tour. Auffi Mr. *Guillaume* me dit-il avoir fenti que la machine l'avoit entrainé, & que quand elle alloit une fois grand train il n'y avoit plus moyen d'en modérer le mouvement, comme il avoit voulu le faire, furtout dans la troifieme expérience.

§. 24. Voilà donc ce que j'avois à dire fur nos expériences, entant qu'il s'agiffoit de les comparer avec la théorie. On voit que le rapport entre la force P & la viteffe C ne peut encore être déterminé que par les expériences elles-mêmes, & qu'il faudroit faire beaucoup d'autres expériences, avant que de pouvoir établir une loi générale. J'en dirai autant par rapport à la force q, qui fait équilibre au frottement. Toutes ces expériences doivent être faites en grand, par les raifons que j'ai rapportées ci-deffus.

SUR

LES FORCES DU CORPS HUMAIN.

PAR M. LAMBERT.

PREMIERE PARTIE.

I.

Je me propoſe de conſidérer dans ce Mémoire les forces du corps humain entant que ce ſont *des forces motrices & accélératrices*, & ſans entrer dans des diſcuſſions phyſiologiques, je me bornerai à des expériences que chacun peut faire.

II.

D'abord donc je poſe pour principe *que les forces du corps ſe font ſentir à meſure qu'on les emploie.* Plus un fardeau qu'on porte eſt peſant, plus on ſent que le degré de force qu'il faut employer va en augmentant. On peut même s'exercer à cet égard de maniere que la ſimple ſenſation tienne lieu de balance. Les forces ſe ſont encore ſentir lorſqu'on s'en ſert pour mettre en mouvement, ſoit tout le corps, ſoit tel membre qu'on voudra; & l'on ſent également que plus la viteſſe doit être grande, plus auſſi il faut employer de force. Enfin on ſent auſſi les forces lorſqu'elles s'accroiſſent par les alimens, de même que lorſqu'elles s'uſent, ſoit par le travail, ſoit par la ſimple inaction.

III.

La force humaine eſt diſtribuée par tout le corps. Ce ſont comme pluſieurs forces particulieres, qui paroiſſent quelquefois indépendantes les unes des autres. Mais elles peuvent auſſi concourir toutes ou en grande partie, ſurtout lorſque c'eſt tout le corps qu'on veut mettre en mouvement,

& que ce mouvement doit être assez rapide pour qu'on soit obligé d'y employer toutes ses forces. C'est ainsi qu'on saute ou qu'on court de toute sa force. Dans ces cas le mouvement imprimé à chaque membre concourt à produire & à augmenter le mouvement *du centre d'inertie.* C'est par ce centre que doit passer *la direction moyenne de toutes ces forces particulieres*, & cette direction doit être celle suivant laquelle le centre d'inertie doit être mu. Tout cela est conforme aux *loix générales de la Dynamique*, & il est évident que c'est par de bons exercices qu'il faut aquérir la facilité de satisfaire à ces conditions de la maniere la plus avantageuse.

IV.

La différence qu'il y a entre un *portefaix* & un *coureur* nous fait encore comprendre que l'on peut s'exercer tant pour *roidir* les membres que pour les rendre *agiles*. Ces deux exercices different très considérablement; mais les forces qu'on y emploie sont plus ou moins les mêmes, entant qu'elles s'épuisent & entant qu'elles doivent être renouvellées par les alimens & par le repos. Cependant lorsqu'on les a exercées de l'une de ces deux manieres, il ne s'ensuit pas qu'on les ait exercées en même tems de l'autre. Du reste chaque homme est du moins médiocrement exercé de l'une ou de l'autre maniere. Pour peu qu'on laisse de liberté aux enfans, ils se portent d'eux-mêmes à ce double exercice. Ainsi ce n'est que pour les degrés extremes de ce double emploi des forces qu'il faut avoir égard à leur différence, & sur tout à ce que ces degrés extremes se rencontrent rarement ou ne se rencontrent point du tout dans un même individu.

V.

Je considere ici les forces humaines comme *propres* à l'homme & sans égard à la force de la gravité qui est *étrangere*. C'est une différence à laquelle il faut avoir soigneusement égard. Quelquefois ces deux forces s'entr'aident; d'autres fois elles se traversent mutuellement. A cet égard elles sont de même nature & assez *homogenes* pour être susceptibles d'*addition* & de *soustraction*. Mais c'est précisément d'où nait la difficulté de les démêler, lorsque c'est par la sensation qu'on en veut juger. Ainsi, p. ex. un

homme pour se tenir droit sur ses piés doit nécessairement employer une force égale au poids de son corps. S'il n'a pas tant de forces, ou si ses forces sont entierement épuisées, il tombe en défaillance, & dans ce dernier cas c'est la gravité toute seule qui agit. Mais s'il veut s'élancer en sautant verticalement en haut; il a besoin non seulement de la force requise pour se soutenir, mais encore d'une partie d'autant plus grande des forces qui lui restent, que la vitesse avec laquelle il veut s'élancer doit être plus grande.

VI.

Or lorsque c'est par la sensation qu'on veut juger des forces qui sont propres à l'homme, il faut le faire de maniere que la gravité n'y change rien, ou que du moins on puisse sans difficulté tenir compte de son effet. Ainsi p. ex. lorsque je veux savoir si j'emploie la même force pour étendre le bras que pour le rapprocher du corps, je m'y prens mal en l'étendant en bas ou en haut. Dans le premier cas la gravité me seconderoit, en sorte que sans faire le moindre effort je n'aurois qu'à laisser tomber le bras. Dans le second cas la gravité oblige de redoubler l'effort, si je veux lever le bras avec la même vitesse avec laquelle il tombe par la seule action de la gravité. Mais si j'étens le bras & que je le rapproche du corps de telle sorte qu'il reste toujours dans le même plan horisontal en le mettant sur une table bien polie & horisontale, je me trouve dans le cas où je ressens la force qui fait seule mouvoir le bras. C'est de cette maniere qu'on peut s'assurer que si, tant en éloignant qu'en rapprochant le bras du corps, on le fait avec la même vitesse & par le même mouvement, on emploie précisément les mêmes degrés de force, & que toute la différence qu'il y a c'est que l'ordre est renversé. Ainsi en désignant la force par p, l'élément de l'espace par dx dans le premier cas, & par $-dx$ dans le second cas, on aura $\int p\,dx = -\int p\,dx + \text{const.}$

VII.

Il est moins facile de faire ces sortes d'expériences sur tout le corps. Lorsqu'on se couche sur une table horisontale suffisamment grande & bien polie, on ne sauroit empêcher qu'il n'y ait du frottement & ce frottement tient lieu d'appui. Sans ce frottement les loix de la Dynamique nous font

voir que, quelque mouvement qu'on donne à ses membres dans une direction horisontale, le *centre d'inertie* reste immobile, & que même on ne sauroit rapprocher les piés du corps qu'entant qu'on peut rapprocher les bras & la tête des piés. Mais dès qu'on peut toucher un obstacle immobile, le centre d'inertie du corps peut être mu & on peut faire des essais sur les différens degrés de ses forces, telles qu'elles sont en elles-mêmes & sans que les effets de la gravité puissent nous faire illusion. On s'assurera, comme je l'ai dit à l'égard des bras, que si avec les mêmes efforts on fait les mêmes mouvemens en sens contraire & dans un ordre renversé, il en naît une même vitesse. Je dirai même qu'il est très bon qu'on fasse quelques-unes de ces expériences pour s'en assurer par la sensation immédiate. Cela donnera une idée bien claire des forces qui sont propres à l'homme; car nous sommes trop accoutumés à confondre ces forces avec celle de la gravité, & cela nous empêche de nous en faire des idées bien nettes, lorsqu'il s'agit de les considérer séparément, surtout lorsqu'elles s'entr'aident ou s'entr'empêchent. Il y a des mouvemens qu'on ne sauroit faire dans une direction horisontale & couché sur une table. Si donc on les fait de telle sorte que l'action de la gravité s'y joigne, il est très essentiel qu'on sache démêler l'effet de la gravité d'avec ceux qui sont dus à l'usage de nos forces. Il y a même des mouvemens dont on ne sauroit comment on les fait s'il n'y avoit point de gravité, & qui pourtant doivent être faisables sans l'intervention de cette force étrangere. Du reste, comme la gravité existe & que le corps humain est fait pour un monde où elle existe, les mouvemens possibles ou impossibles, faciles ou difficiles dans un autre monde ne sont pas ce qui doit nous arrêter. Il suffit donc que, dans les essais que nous faisons pour juger d'après nos sensations, nous sachions démêler ce qui est dû à la gravité d'avec ce qui est un effet de nos propres forces.

VIII.

La gravité fait que ce que j'ai appellé ci-dessus le *centre d'inertie* est en même tems le *centre de gravité*. Cela est très connu. Aussi me servirai-je de l'une & de l'autre de ces dénominations. Lorsqu'un homme porte quelque fardeau, c'est le *centre commun de gravité ou d'inertie* qu'on en-

tend, & c'eſt par ce ceotre commun que doit paſſer la ligne de la direction moyenne de ſes forces, lorſqu'il marche ou qu'il s'élance avec le fardeau. Cette direction change lorſqu'il veut jetter le fardeau à terre; car dans ce cas il la fait paſſer par le centre de gravité du fardeau, du moins autant qu'il lui eſt poſſible, lorſque le fardeau eſt très peſaot.

IX.

Je me ſuis aſſuré par différens eſſais que le corps de l'homme, ſa ſtructure & ſon organiſation ſoot tels qu'il peut mouvoir ſon centre de gravité en tout ſens & avec une même facilité. Je dis: *avec la même facilité* ou *avec le même effort*, & ſans égard à ce qu'il peut être ou ſecondé ou contrarié par l'effet de la gravité. Cette force étrangere n'iuflue que dans la viteſſe qui réſulte de l'emploi de nos propres forces. Ce n'eſt donc pas par la viteſſe qu'il faut juger de nos forces, mais par la ſenſation du degré d'intenſité qu'elles ont daos chaque cas. C'eſt ce degré que j'ai trouvé être & pouvoir être le même, quelle que ſoit la direction dans laquelle le centre de gravité eſt mis eo mouvement. L'eſſai eſt facile à faire & même ſans changer de place; car il ne s'agit que du ſimple effort initial avec lequel on imprime du mouvement à ce ceotre.

X.

Les forces du corps humain peuveot être conſidérées comme un être immatériel, en comparaiſon duquel le corps n'eſt qu'une ſimple maſſe qu'il s'agit de mouvoir. Si tout le corps doit être mu, ſa maſſe peut être conſidérée comme concentrée au centre de gravité, & je conſidere encore la force comme immédiatemeot appliquée à ce centre, dans la *direction moyenne* de toutes les forces particulieres & dans le *degré d'intenſité moyen* qui en réſulte, ſuivant cette direction. Eocore le point d'appui doit-il être conſidéré comme transféré dans quelque point de la droite qui déſigne cette directioo moyenne. C'eſt daos ce ſens que je viens de dire, que le degré d'intenſité de force peut être le même, quelle que ſoit cette direction moyenoe.

XI.

J'ajoûterai que l'effet de nos forces eſt & peut être beaucoup plus rapide que celui de la gravité. Car même en s'élançant verticalement en haut on imprime au centre de gravité beaucoup plus de viteſſe que l'action de gravité n'en peut détruire pendant les mêmes momens. Cela fait que lorsqu'on s'élance dans une direction inclinée vers l'horiſon, la viteſſe imprimée au centre de gravité lui fait décrire un arc parabolique, & lorſqu'on monte ſur un plan incliné on détermine cette viteſſe de telle ſorte que le centre de gravité atteigne le ſommet de la parabole qu'il parcourt, dans le moment qu'on remet à terre le pié de devant. C'eſt ainſi qu'on marche avec le plus de facilité, parce que le centre de gravité ne peſe point ſur le pié qu'on met à terre, la direction de ſon mouvement étant alors horiſontale. Si on attendoit plus longtems, le centre de gravité recommenceroit à tomber, & peſeroit ſur le pié qu'on met à terre, & outre cela il faudroit plus de force pour s'élancer du nouveau. Si au contraire on n'attendoit pas ce terme, il faudroit étendre le pié pour qu'il atteignît, ce qui demanderoit de la force ſans néceſſité, & l'attitude ne feroit pas celle qui aideroit le mieux à pourſuivre la marche.

XII.

Conſidérons maintenant le cas où un homme monte ou s'élance verticalement, ſoit ſans fardeau, ſoit en en portant un. Que le poids de ſon corps ſoit $= P$, celui du fardeau $= q$, & $P + q$ ſera *la maſſe* qu'il doit faire monter. Il eſt évident qu'il doit employer une force plus grande que ce *poids* $P + q$. Je la déſignerai par $P + K$, de ſorte que la partie P eſt celle dont il a beſoin pour ſe tenir droit ſur ſes piés, & l'autre partie K comprend la force requiſe, non ſeulement pour ſoutenir le *poids* q, mais pour imprimer du mouvement à toute la *maſſe* $P + q$. Il faut donc de la force $P + K$ ſouſtraire le poids de cette maſſe $P + q$, pour avoir $(P + K) - (P + q) = K - q$, qui ſera la partie de la force qui produit du mouvement, ou bien la *force motrice*. Soit dx l'élément de l'eſpace, dh l'élément de la hauteur due à la viteſſe, on aura

$dh =$

$$\mathrm{d}h = \frac{K - q}{P + q} \cdot \mathrm{d}x.$$

C'eſt là la formule fondamentale de la Dynamique.

XIII.

Le corps de l'homme en montant prend ſucceſſivement différentes attitudes. Si donc dans toutes ces attitudes il continuoit de faire le même effort K, la valeur de K ſeroit conſtante, & on auroit l'intégrale

$$h = \frac{K - q}{P + q} \cdot x + \text{Conſt.}$$

Mais quand la force K varieroit ſuivant les attitudes, il paroit néanmoins que l'effort requis pour monter avec un degré donné de viteſſe, influe proportionellement ſur tous ces degrés ſucceſſifs de la force K de telle ſorte qu'ils augmentent ou diminuent en raiſon de l'effort initial, & que par conſéquent auſſi la ſomme $\int (K - q)\,\mathrm{d}x$ augmente & diminue dans ce même rapport. Ainſi on ne s'écartera gueres de la vérité en faiſant ſimplement

$$h = n \cdot \frac{K - q}{P + q}$$

& en regardant n comme un coëfficient qu'il s'agit de déterminer par quelque expérience.

XIV.

On voit ſans peine que cette équation doit nous tenir lieu de l'intégrale qu'il eût fallu chercher. Cette équation nous apprend, que *la hauteur à laquelle on peut s'élancer en montant eſt en raiſon directe de la force motrice* K — q, *& en raiſon réciproque de la maſſe* P + q *qu'on éleve en montant.* Je crois qu'on doutera d'autant moins de la vérité de cette propoſition, qu'on eſt déja fort accoutumé à eſtimer les forces par les hauteurs verticales.

XV.

Pour déterminer le coëfficient n, je ſuppoſe un homme dont toute la force K ſoit égale à ſon propre poids P. Que cet homme, ſans avoir un fardeau à porter, ſaute verticalement en haut & de toute ſa force en commençant par plier les genoux afin de ſauter avec d'autant plus de vigueur;

il ne s'élevera gueres au delà de 2 piés. Dans ce cas on a donc $q = 0$, $K = P$, $h = 2$ piés. Cela donne $n = 2$, & on aura pour tout autre cas

$$h = 2 \cdot \frac{K - q}{P + q}.$$

XVI.

Je passe au cas où un homme s'élance dans une direction inclinée vers l'horison, ce qui a toujours lieu lorsqu'il monte sur un plan incliné. Soit AB une droite horisontale, AM le plan incliné, ADM la parabole que le centre de gravité parcourt, AN la tangente initiale, NMB une droite verticale. Soit c la vitesse tangentielle avec laquelle on s'élance. Faisons l'angle $MAB = \eta$, l'angle $NAB = \omega$, & soit $\frac{1}{2}\tau$ le tems employé pour parcourir l'arc ADM. J'exprime ce tems par $\frac{1}{2}\tau$, parce qu'à chaque pas qu'on fait, il faut encore un autre $\frac{1}{2}\tau$ pour se préparer au pas suivant, chaque pas exigeant un nouvel élan. Nous aurons donc

$$AN = \tfrac{1}{2} c\tau$$
$$AB = \tfrac{1}{2} c\tau \cdot \cos\omega$$
$$AM = x = \tfrac{1}{2} c\tau \cdot \cos\omega \cdot \sec\eta$$
$$BN = \tfrac{1}{2} c\tau \cdot \sin\omega$$
$$BM = \tfrac{1}{2} c\tau \cdot \cos\omega \cdot \operatorname{tang}\eta$$
$$NM = \tfrac{1}{2} c\tau\,(\sin\omega - \cos\omega \cdot \operatorname{tang}\eta)$$
$$= \tfrac{1}{2} c\tau \cdot \sin(\omega - \eta) \cdot \sec\eta.$$

Mais on a aussi

$$NM = \tfrac{1}{4} g\tau^2$$

où g désigne la chûte des corps dans le tems $\tau = 1$. Donc égalant ces deux expressions on aura

$$\tau = \frac{2c \cdot \sin(\omega - \eta)}{g \cos\eta}.$$

On a de plus la *vitesse moyenne*

$$v = \frac{x}{\tau} = \frac{c \cos\omega}{2 \cos\eta};$$

c'eſt la viteſſe avec laquelle par un mouvement uniforme on pourroit parcourir l'eſpace x dans le tems τ; c'eſt la viteſſe avec laquelle on marche.

XVII.

Or, ſuivant ce que j'ai remarqué ci-deſſus (Art. XI.), le ſoin d'éviter tout uſage inutile de ſes forces demande que le point M ſoit au ſommet de la parabole. Cela donne l'équation

$$\text{tang}\,\omega = 2\,\text{tang}\,\eta.$$

Et par-là la *viteſſe moyenne* devient

$$v = \frac{c}{2\sqrt{(1 + 3\,\text{ſin}\,\eta^2)}}.$$

XVIII.

La viteſſe c eſt due à la force accélératrice. Dénotant, comme ci-deſſus, par $P + K$ la force que l'homme emploie, ce n'eſt pas ici le poids $P + q$ tout entier qu'il faut en ſouſtraire, mais ſeulement la partie $(P + q).\text{ſin}\,\omega$. Car la force de la gravité ſe réſout dans les deux parties $(P + q).\,\text{ſin}\,\omega$ & $(P + q)\,\text{coſ}\,\omega$. Ce n'eſt que la premiere qui diminue l'effet de la force $(P + K)$, l'autre partie ne fait que courber le chemin que le centre de gravité parcourt pendant qu'il s'élance. Ainſi la *force motrice*, entant qu'elle agit dans la direction AN, eſt exprimée par $(P + K) - (P + q).\,\text{ſin}\,\omega$. Et comme la maſſe qu'elle doit mettre en mouvement eſt $= P + q$, nous aurons

$$\text{d}h = \frac{(P + K) - (P + q).\,\text{ſin}\,\omega}{P + q}.\,\text{d}x.$$

Par les mêmes raiſons que j'ai rapportées ci-deſſus, je ſubſtitue à l'intégrale de cette formule l'équation

$$h = n.\frac{P + K - (P + q).\,\text{ſin}\,\omega}{P + q}.$$

XIX.

Or par la théorie de la gravité nous avons

$$c = \sqrt{(4gh)}.$$

Nous avons de plus (Art. XVII.)

$$\text{tang}\,\omega = 2.\,\text{tang}\,\eta,$$

ce qui donne

$$\sin\omega = \frac{2 \sin\eta}{\sqrt{(1 + 3 \sin\eta^2)}}.$$

Donc on aura

$$h = n \cdot \frac{(P+K) \cdot \sqrt{(1+3\sin\eta^2)} - 2(P+q)\sin\eta}{(P+q) \cdot \sqrt{(1+3\sin\eta^2)}},$$

$$c = 2\sqrt{gn} \cdot \sqrt{\frac{(P+K)\sqrt{(1+3\sin\eta^2)} - 2(P+q)\sin\eta}{(P+q) \cdot \sqrt{(1+3\sin\eta^2)}}}$$

& par conséquent la *vitesse moyenne*

$$v = \sqrt{gn} \cdot \sqrt{\frac{(P+K)\sqrt{(1+3\sin\eta^2)} - 2(P+q) \cdot \sin\eta}{(P+q) \cdot (1+3\sin\eta^2)^{3:2}}}$$

ou bien

$$v = \sqrt{\left[\frac{P+K}{P+q} \cdot \frac{gn}{(1+3\sin\eta^2} - \frac{2gn \cdot \sin\eta^2}{(1+3\sin\eta^2)^{3:2}}\right]}.$$

Posons pour plus de brièveté

$$A = \frac{gn}{1+3\sin\eta^2}$$

$$B = \frac{2gn\sin\eta}{(1+3\sin\eta^2)^{3:2}}$$

nous aurons

$$v = \sqrt{\left[\frac{P+K}{P+q} \cdot A - B\right]}.$$

Or en retenant la valeur $n = 2$ (Art. XV.) & faisant $g = 15\frac{5}{8}$ piés de Rhin, j'ai calculé les valeurs suivantes.

η	A	B	η	A	B
0	31,250	0,000	45	12,500	11,180
5	30,553	5,266	50	11,347	10,475
10	28,658	9,531	55	10,372	9,789
15	26,021	12,211	60	9,615	9,238
20	23,132	13,614	65	9,021	8,786
25	20,347	13,878	70	8,564	8,426
30	17,857	13,499	75	8,226	8,153
35	15,728	12,799	80	7,993	7,962
40	13,954	11,987	85	7,857	7,850
45	12,500	11,180	90	7,812	7,812

XX.

Avant que d'appliquer ces formules à certains cas particuliers, il ne sera pas inutile de faire quelques remarques sur la *force centrifuge* qui a lieu lorsqu'on marche. Le pié sur lequel on avance en marchant est le point d'appui autour duquel le centre de gravité se meut, & la droite tirée du centre de gravité vers la plante de ce pié peut être considérée comme un *rayon vecteur*. Nommant donc ce rayon $= r$, & la vitesse du centre de gravité $= c$, la force centrifuge $= f$, on aura

$$f = \frac{cc}{2r}.$$

Cette force centrifuge peut devenir égale à celle de la gravité. Dans ce cas on aura $f = g$, ce qui donne

$$c = \sqrt{(2rg)}.$$

Donc si, pour un homme de taille médiocre qui ne porte rien, nous faisons $r = 2\frac{1}{2}$ piés de Rhin, g étant $= 15\frac{5}{8}$ piés, cela nous donne

$$c = 8{,}85 \text{ piés.}$$

Donc si cet homme court avec une vitesse de près de 9 piés par seconde, il cesse entierement de graviter sur ses piés. La vitesse n'a pas même besoin d'être aussi grande lorsqu'en courant on a les genoux pliés, comme cela arrive lorsqu'on court vîte, parce que par-là le *rayon vecteur* en devient plus petit, ce qui fait qu'une vitesse moins grande suffit pour que la force centrifuge fasse équilibre à la gravité. J'ai trouvé par des essais qu'en courant avec cette vitesse on reste tellement dans l'air que les piés n'agissent que *comme s'ils repoussoient la terre en arriere*. Cela demande beaucoup d'agilité dans les piés. Ils ne doivent frapper la terre qu'autant qu'il faut pour conserver la vitesse. C'est plutôt l'inégalité du chemin & le frottement qui en résulte dont il faut se servir pour cet effet, & il faut recommencer à repousser la terre en arriere dans les momens où le centre de gravité atteint le sommet de la parabole. Si on le fait plutôt, on fatigue les piés au delà de ce qu'il faudroit, & si on le fait plus tard, le choc des piés contre le chemin en devient plus rude, & l'on est forcé de plier les genoux, parce que le centre de gravité recommence à peser sur le pié qu'on met à

terre, ce qui demande plus de force pour l'élancer de nouveau. Voilà pourquoi ce n'eſt que par l'exercice qu'on devient habile coureur. *Virgile* connoiſſoit cette légereté que donne la grande viteſſe, & il n'ignoroit pas que dans les courſes rapides la force eſt preſqu'entierement employée à plier la jointure des piés auſſi fréquemment qu'il le faut, & que bien loin de frapper rudement la terre, on ne la touche qu'autant qu'il faut pour conſerver la viteſſe. Du reſte c'eſt une hyperbole poétique que ce qu'il dit de la guerriere *Camille:*

Illa vel intactæ ſegetis per ſumma volaret
Gramina, nec teneras curſu læſiſſet ariſtas;
Vel mare per medium, fluctu ſuſpenſa tumenti,
Ferret iter, celereis nec tingeret æquore plantas.

C'eſt cette force centrifuge qui fait qu'on paſſe en patins ſur une glace de beaucoup trop mince pour qu'on pût s'y tenir ſans mouvement.

XXI.

Conſidérons maintenant le cas où $K = q$, & où, par conſéquent, en marchant on n'emploie qu'autant de force qu'il en faudroit pour ſe tenir droit en portant le même fardeau q. Il n'y a rien d'affecté dans cette maniere de marcher. Et comme on emploie la même force, ſoit pour marcher, ſoit pour s'arrêter, il vaut tout autant marcher; car du moins on avance. On n'a pas non plus beaucoup de peine à déterminer le degré de force, parce que ſi l'on s'arrête il ſe détermine par la néceſſité de ſe ſoutenir & la ſenſation fera juger ſi on l'emploie tout de même en marchant. Mettant donc $K = q$, la formule que nous avons trouvée pour la viteſſe v devient ſimplement

$$v = [A - B].$$

Or, prenant les angles η de 5 en 5 degrés, les valeurs répondantes de A, B ſont toutes trouvées. Ainſi il ne fera pas difficile de former une Table pour les valeurs de v répondantes aux angles η de 5 en 5 degrés. J'obſerve donc ſeulement, que ſi on deſcend ſur un chemin incliné, l'angle η & les valeurs de B deviennent négatifs. Cela nous donne la Table ſuivante.

$+\eta$	v	$-\eta$	v
0	5,590	0	5,590
5	5,029	5	5,991
10	4,374	10	6,180
15	3,716	15	6,183
20	3,085	20	6,062
25	2,544	25	5,851
30	2,088	30	5,600
35	1,711	35	5,317
40	1,403	40	5,055
45	1,149	45	4,866
50	0,934	50	4,671
55	0,764	55	4,490
60	0,614	60	4,342
65	0,485	65	4,220
70	0,372	70	4,122
75	0,270	75	4,047
80	0,176	80	3,994
85	0,085	85	3,963
90	0,000	90	3,953

XXII.

La feconde colonne de cette Table nous fait voir que la viteffe va en diminuant, en forte qu'elle devient $= 0$ lorfque $\eta = 90°$. Cela eft évident; car lorfqu'on n'emploie que la force requife pour fe foutenir, il n'y a pas moyen de s'élever dans la direction verticale.

XXIII.

Nous voyons de plus dans la quatrieme colonne que lorfque la pente du chemin fur lequel on defcend eft entre 10 & 15 degrés, la viteffe due à la force $P + K = P + q$ eft un *maximum*. La différentiation donne pour la valeur de l'angle répondant à ce *maximum*

$$\sin \eta^2 = \frac{7 - \sqrt{45}}{4}$$

d'où l'on déduit

$$-\eta = 12°.\ 44'.$$

La viteffe répondante eft de 6,184 piés de Rhin par feconde. Il faut marcher fort leftement; mais auffi la force qu'on y emploie n'eft pas petite,

Car quand on ne porteroit rien, de forte que $K = q = 0$, elle ne laifferoit pas d'être encore $= P$, c'eft à dire égale au poids du corps, & on fe lafferoit autant qu'en fe tenant droit & en repos.

XXIV.

Dans ma marche ordinaire & pour des acclivités médiocres je ne trouve rien qui ne foit affez conforme à cette Table. Sur un chemin horifontal je fais 5 à 6 piés par feconde; & fans aucun effort particulier j'emploie 13 fecondes à monter un efcalier de 24 marches, haut de $13\frac{1}{2}$ piés, & où l'angle $n = 37\frac{1}{2}$ degrés. Cela donne une hypothénufe de $22\frac{1}{5}$ piés, lesquels étant divifés par 13 fecondes, donnent $v = 1,7$ pié. La Table dans la feconde colonne donne pour $n = 37\frac{1}{2}$ degrés, $v = 1,55$. La différence eft fort petite. Du refte cet efcalier n'eft pas trop fait pour mes pas. Je le monterois avec plus de facilité & avec plus de viteffe fi pour la même hauteur il n'avoit que 18 ou 20 marches. Il eft clair auffi que pour des acclivités plus grandes on ne fe borne pas à employer la force P toute feule. La marche feroit de beaucoup trop lente.

XXV.

Il y a des perfonnes dont la marche eft naturellement plus lente, & d'un autre côté il y en a auffi qui fans effort vont plus vîte. La marche lente eft fouvent une gravité affectée ou une coutume, fouvent auffi un défaut de tenfion & d'affluence des humeurs deftinées à réparer les forces qui fe perdent. Ce défaut d'affluence eft fort ordinaire chez les vieillards, qui n'ont plus dans les jointures la mobilité qu'ils avoient dans un âge moins avancé. Ces fortes de cas ne démentent point nos formules; car tout ce qui en réfulte c'eft que ces perfonnes foibles ou indolentes n'emploient pas la force $P + K = P + q$ toute entiere pour marcher, & nos formules font voir que cela eft très poffible, furtout lorfque l'acclivité n'eft pas fort grande, ou qu'au lieu de monter on defcend.

XXVI.

Quoique la feconde colonne de la Table ne nous préfente point de *maximum* ou de *minimum* par rapport à la *viteffe*, il s'en préfentera néanmoins un fi nous avons égard au *tems*. Qu'il foit queftion de parvenir à une

une hauteur verticale donnée. Des chemins de différente acclivité pourront y conduire. Il s'agit de ſavoir quelle eſt celle qui y conduit en *moins de tems*. Soit la hauteur $= H$, l'acclivité du chemin $= \eta$, ſa longueur ſera $= H.\ \text{coſec}\ \eta = H : \text{ſin}\ \eta$. Soit de plus la viteſſe répondante à l'acclivité $= v$, le tems requis pour faire ce chemin $= t$; on aura

$$t = \frac{H}{v.\ \text{ſin}\ \eta} = minimum;$$

ou bien H étant conſtante, on fera

$$v.\ \text{ſin}\ \eta = maximum.$$

Mettant donc pour v ſa valeur générale (Art. XIX), le calcul donne pour l'acclivité cherchée

$$\text{ſin}\ \eta^2 = \frac{(P+K)^2}{9\,(P+q)^2 - 3\,(P+K)^2}.$$

Cette équation fait voir que l'acclivité qu'on cherche varie ſuivant le degré de force avec lequel on marche comparativement à la maſſe qu'on met en mouvement. Et comme $\text{ſin}\ \eta < 1$, il faut tout de même que

$$P + K < \tfrac{3}{2}(P+q)$$

ſans quoi il n'y a point de *maximum* ou de *minimum* proprement dit.

XXVII.

Faiſons, comme ci-deſſus, $K = q$, & nous aurons $\text{ſin}\ \eta = \sqrt{\tfrac{1}{6}}$, d'où ſuit $\eta = 24°.\ 6'$. Ainſi lorſque pour monter on n'emploie d'autre force que celle qui eſt requiſe pour ſe ſoutenir en ſe tenant droit, l'acclivité la plus avantageuſe du chemin ſera de $24°.\ 6'$, & la viteſſe répondante ſera $v = 2{,}65$ piés par ſeconde. Mr. *D. Bernoulli* dans ſon *Hydrodynamique* eſtime que cette acclivité pourroit être d'environ 30 degrés. Cette valeur répond à nos formules, pour peu qu'on faſſe $P + K > P + q$. Car en faiſant $\eta = 30°$, on a $\text{ſin}\ \eta = \tfrac{1}{2}$. Cela donne

$$P + K = (P+q).\sqrt{\tfrac{9}{7}} = 1{,}134.(P+q).$$

La viteſſe répondante eſt $v = 2{,}088$ piés par ſeconde. Mr. *Bernoulli* ne la ſuppoſe que de 1 pié; ce qui n'eſt pas aſſez à beaucoup près. L'expérience m'a donné 1,7 pié pour une acclivité plus grande (Art. XXIV.)

XXVIII.

L'équation

$$v \, . \, \text{fin} \, n = maximum$$

eſt encore pour le cas où un homme fait tourner une roue en marchant ſur les talons; il y marche comme ſur un chemin dont l'acclivité eſt $= n$. Sa force eſt $= P \, . \, \text{fin} \, n$. Et cette force multipliée par la viteſſe v doit donner un *maximum* pour que l'effet ſoit le plus avantageux. Ainſi tout ce que j'ai remarqué dans les deux Articles précédens quadrera encore ici, & il eſt inutile de le répéter.

XXIX.

J'en viens donc à envifager nos formules ſous un autre point de vue. Tout le monde ſait qu'on ſe laſſe d'autant plutôt qu'on emploie plus de force. La force K ne ſauroit aller au-delà d'un certain degré, que je déſignerai par Q, de ſorte que la plus grande force de l'homme ſoit $= P + Q$. L'uſage de cette force n'eſt d'aucune durée, ſoit qu'on l'emploie à porter le plus grand fardeau qu'on puiſſe ſoutenir, ſoit qu'on s'en ſerve pour courir avec la plus grande viteſſe poſſible. Ce *maximum* de la force humaine eſt fort différent. On peut l'augmenter par un exercice & une pratique continuelle, comme font les portefaix & les coureurs de profeſſion. Une longue inaction & le défaut d'exercice la diminuent. L'infirmité, les maladies & l'âge peuvent la réduire au point qu'il faille un appui, même lorſqu'on ne porte rien. J'ai déja remarqué que la force Q pour un même individu n'eſt pas abſolument la même lorſqu'il s'agit ou de grands fardeaux ou de grandes viteſſes. (Art. IV.)

XXX.

Suppoſons qu'un homme ſe tienne ſimplement droit ſur ſes piés ſans rien porter. Il n'emploiera que la force P toute ſeule. Il aura donc la force Q de reſte, & cependant au bout de quelque tems il ſera las. Donc cette force Q au bout de ce tems ſera épuiſée. Ce tems ſera plus ou moins le même lorſque, ſans rien porter, il emploie la force P pour marcher. S'il marche pendant 12 ou 14 heures par jour, c'eſt tout ce qu'il peut faire. Déſignons en général ce tems par T. Or ſi ce même homme

emploie une force $= P + K$, il ſoutiendra le travail moins longtems. Car ſa force réſidue ſera $= Q - K$. Je crois qu'on ne s'écartera pas fort de la vérité ſi l'on établit que ce tems décroît en raiſon de cette force réſidue, de ſorte qu'en poſant ce tems de t heures par jour on ait

$$t = \frac{Q-K}{Q} \cdot T.$$

C'eſt comme ſi l'on ſuppoſoit *que la force réſidue décroît uniformément.* Il convient toutefois d'obſerver que ce tems eſt d'autant plus ſouvent interrompu par la néceſſité de ſe repoſer, que la force K eſt plus grande. L'affluence des humeurs néceſſaires pour entretenir les forces a une viteſſe aſſez déterminée. Ainſi il faut prendre du tems. C'eſt pourquoi auſſi on conſeille à ceux qui ont à faire une longue traite de ne pas trop ſe hâter, parce qu'avec une moindre viteſſe ils feront plus de chemin ſans ſe laſſer.

XXXI.

En regardant donc cette évaluation du tems t comme aſſez juſte, voici l'uſage que nous en pourrons faire. Il eſt évident qu'on marche avec le plus de ſuccès lorſque le produit vt eſt un *maximum*, *parce qu'on fait le plus de chemin avant que d'être las.* Si l'on ſubſtitue dans ce produit les valeurs de v, t, & qu'on regarde la force K comme variable, on trouve pour ce *maximum* les valeurs

$$K = \tfrac{1}{3}(Q - 2P) + \frac{2B}{3A} \cdot (P + q)$$

$$P + K = \tfrac{1}{3}(Q + P) + \frac{2B}{3A} \cdot (P + q)$$

$$v = \sqrt{\left[\tfrac{1}{3}A \cdot \frac{P+Q}{P+q} - \tfrac{1}{3}B\right]}$$

$$t = \tfrac{2}{3}T \cdot \frac{(Q+P)A - (P+q)B}{QA}.$$

Les lettres A, B ont ici la même ſignification que dans l'Article XIX.

XXXII.

Pour appliquer ces formules à quelque cas particulier je poſerai $Q = P$. C'eſt une valeur aſſez modique & convenable à des perſonnes

qui ne font exercées ni à porter de grands fardeaux ni à faire des courfes fort rapides. Je poferai de plus $q = 0$. Cela nous donne la Table fuivante.

$+\eta$	v	$\frac{P+K}{P}$	$\frac{t}{T}$	$-\eta$	v	$\frac{P+K}{P}$	$\frac{t}{T}$
0	4,56	0,6667	1,3333	0	4,56	0,6667	1,3333
5	4,31	0,7816	1,2184	5	4,71	0,5518	1,1482
10	3,99	0,8884	1,1116	10	4,72	0,4449	1,5550
15	3,64	0,9816	1,0184	15	4,63	0,3518	1,6482
20	3,30	1,0590	0,9410	20	4,47	0,2743	1,7256
25	2,99	1,1213	0,8786	25	4,26	0,2120	1,7880
30	2,72	1,1706	0,8294	30	4,05	0,1627	1,8373
35	2,50	1,2091	0,7909	35	3,84	0,1242	1,8758
40	2,28	1,2394	0,7606	40	3,65	0,0940	1,9060
45	2,15	1,2630	0,7371	45	3,46	0,0704	1,9296
50	2,02	1,2821	0,7179	50	3,37	0,0512	1,9488
55	1,91	1,2959	0,7412	55	3,22	0,0375	1,9625
60	1,82	1,3072	0,6928	60	3,10	0,0262	1,9738
65	1,76	1,3159	0,6841	65	3,00	0,0175	1,9825
70	1,70	1,3226	0,6774	70	2,93	0,0108	1,9892
75	1,66	1,3274	0,6726	75	2,87	0,0059	1,9941
80	1,64	1,3308	0,6692	80	2,83	0,0026	1,9974
85	1,62	1,3327	0,6673	85	2,80	0,0006	1,9994
90	1,61	1,3333	0,6667	90	2,79	0,0000	2,0000

XXXIII.

Cette Table nous fait voir que parmi les angles η il y en a un où $t = T$ & $K = 0$. C'eft l'angle qui donne $A = 2B$, & il fe trouve $= 6^\circ. 6'$, fon finus étant $= \sqrt{\frac{1}{13}}$. *Si donc l'acclivité eft de* $16^\circ. 6'$, *on monte avec le plus d'avantage lorfqu'on n'emploie que la force* P *toute feule.* C'eft auffi la raifon qui fait que la viteffe répondante à cet angle fe trouve ici être la même que dans la Table de l'Art. XXI.

XXXIV.

Si l'acclivité eft moins grande, on a $P + K < P$, & $t > T$. C'eft ce qu'on a auffi dans tous les cas où on defcend. Et cela va au point qu'en defcendant verticalement on a $P + K = 0$, c'eft à dire: on defcend

ſans employer aucune force, en s'abandonnant ſimplement à l'action de la gravité, pour paſſer d'un degré de l'échelle au ſuivant. Et comme alors $t = 2T$, on voit que la durée t eſt deux fois plus grande que ſi on employoit la force P. Si au contraire on monte verticalement, on a $K = \frac{1}{3}P$, & $t = \frac{2}{3}T$. On voit par-là combien la gravité facilite la deſcente, & la difficulté qu'elle produit lorſqu'il s'agit de monter.

XXXV.

Si le chemin eſt horiſontal on a $\eta = 0$, $t = \frac{4}{3}T$, $P + K = \frac{2}{3}P$, $v = 4{,}56$. On n'emploie donc que les deux tiers de la force P, qui eſt requiſe toute entiere lorſqu'on ſe tient droit & ſans marcher. La viteſſe eſt moins grande que ſi on employoit la force P toute entiere, & néanmoins on fait plus de chemin avant que d'être las. Cela confirme ce que j'ai rapporté dans l'Article XXV au ſujet des voyageurs qui ſe hâtent trop. Tout de même ceux qui ont été dans le cas de ſe tenir droit ſur les piés pendant quelques heures de tems, avouent qu'ils ſe ſeroient moins fatigués en marchant. On comprend qu'ils ne parlent pas d'une marche forcée, mais d'une marche dont ils ſavent confuſément qu'elle demande moins de force. Nos formules font voir que ce *moins* peut être un *minimum* proprement tel. Du reſte, il faut être plus ou moins exercé pour ſaiſir ce *minimum*; & comme il n'eſt tel que pour les marches de longue durée, cela fait que dans des excurſions moins longues on emploie plutôt la force P toute entiere. On y eſt accoutumé, parce qu'il faut l'employer même lorſqu'on s'arrête.

XXXVI.

La Table nous fait encore voir qu'il y a une pente où la *viteſſe la plus avantageuſe* eſt un *maximum*, c'eſt à dire *plus grande que pour une autre déclivité quelconque.* On trouve pour cet angle l'équation

$$\sin \eta^2 = \sqrt{\tfrac{1}{8}} - \tfrac{1}{3},$$

d'où ſuit

$$-\eta = 8^\circ.\ 11'.$$

On a de plus

$$\frac{P+K}{P} = 0{,}4826$$

$$t:T = 1,2413$$
$$v = 4,73.$$

Mais comme toutes ces valeurs ne ſont que pour le cas où $q = 0$, $P = Q$, je ne les ai rapportées qu'en forme d'exemple. Du reſte je n'y trouve rien qui ne ſoit aſſez conforme à l'expérience. Je ne me rappelle pas que perſonne ſe ſoit plaint d'un chemin dont la pente n'auroit été que de 8 degrés. On y marche fort aiſément, & elle eſt très propre à modifier la viteſſe de telle ſorte qu'elle n'aille pas en augmentant.

XXXVII.

La viteſſe v, telle que nous l'avons déterminée pour le *maximum* vt (Art. XXXI.), nous fournit encore un *maximum* $v.\sin\eta$, c'eſt à dire pour *l'acclivité la plus avantageuſe* (Art. XXVI - XXVIII.) En faiſant le calcul en conſéquence on trouve ſans peine que dans l'équation trouvée à cet égard pour la force K, on n'a qu'à faire $K = Q$. On a donc pour l'angle η qu'il s'agit de chercher

$$\sin\eta^2 = \frac{(P+Q)^2}{9(P+q)^2 - 3(P+Q)^2}.$$

Et par la raiſon que j'ai alléguée dans l'Article XXVI, les forces P, Q, & le poids q doivent être déterminés de telle ſorte que

$$P + Q < \tfrac{3}{2}(P+q)$$

ou bien

$$3q > 2Q - P.$$

En faiſant $3q = 2Q - P$, on a $\sin\eta = 1$, $\eta = 90$. Or pour cet angle on a $A = B = 7,812$, & par-là on trouve

$$v = 1,141$$

indépendamment des valeurs de P,Q. Mais le tems t en dépend de maniere que

$$t = \tfrac{2}{9}.\frac{P+Q}{Q}.T.$$

XXXVIII.

Lorſqu'on fait

$$3q > 2Q - P$$

il faut faire attention à ne pas donner à q une valeur qui rende le mouve-

ment impoſſible, ce qui arriveroit ſi le quarré de la viteſſe devenoit négatif. Cela fait qu'il faut néceſſairement que

$$P + Q > \frac{B}{A} \cdot (P + q).$$

Et comme

$$P + Q < \tfrac{3}{2}(P + q)$$

il s'enſuit que la valeur de q eſt contenue entre des limites aſſez étroites, & que q, η ſont à cet égard dans une dépendance mutuelle.

XXXIX.

Mais en ſubſtituant la valeur de ſin η dans celles de A, B (Art. XIX), on en déduit l'équation

$$\frac{B}{A} = \frac{2}{3} \cdot \frac{P+Q}{P+q}.$$

Cette équation fait que nous pouvons nous paſſer des limites que je viens d'indiquer; car elle ſatisfait à l'une, & elle renferme l'autre, parce que la valeur de B ne ſauroit être plus grande que celle de A. Nous avons de plus

$$v = \frac{1}{3} \sqrt{\left[A \cdot \frac{P+Q}{P+q}\right]}$$

$$A = \frac{ng\,[9(P+q)^2 - 3(P+Q)^2]}{9(P+q)^2}.$$

Or il n'y a gueres moyen de faire $q > Q$; car quand un homme pourroit marcher avec un fardeau auſſi peſant, il faudroit l'aider à le ſoutenir juſqu'à ce qu'il eût aquis la viteſſe requiſe pour qu'il fût enſuite aidé par la force centrifuge (Art. XX); il eſt évident qu'à moins qu'il ne marche conſtamment avec cette viteſſe, il ſera dans le cas, ou de ne plus pouvoir le ſoutenir, ou de perdre l'équilibre. Ainſi tout ce qu'on peut faire c'eſt de poſer $q = Q$. Dans ce cas l'acclivité la plus avantageuſe ſera $\eta = 24°. 6'$, comme ci-deſſus (Art. XXVII). Cet angle pourra être plus grand ſi on fait $q < Q$; mais alors il faut faire tout au moins $q > (\frac{2}{3} Q - \frac{1}{3} P)$.

XL.

Il nous reſte encore un autre *maximum*; c'eſt que le produit vq en doit donner un. *Il s'agit de porter le plus grand fardeau avec le plus de*

vitesse. Cela est avantageux sans doute; mais il faut voir jusqu'à quel point un semblable *maximum* peut avoir lieu. En substituant dans ce produit vq la valeur de v (Art. XXXI), on aura, pour $v^2q^2 = maximum$, l'équation

$$Aq^2 \cdot \frac{P+Q}{P+q} - Bq^2 = maximum.$$

Cette équation, en regardant q comme variable, donne, moyennant la différentiation & après toutes les réductions faites,

$$4Bq = A(P+Q) - 4BP + \sqrt{[A^2(P+Q)^2 + 8ABP(P+Q)]}$$

ou bien

$$4B(P+q) = A(P+Q) + \sqrt{[A^2(P+Q)^2 + 8ABP(P+Q)]}$$

d'où suit (Art. XXXI.)

$$v = \sqrt{\left[\tfrac{1}{3}B \cdot \frac{3\sqrt{A(P+Q)} - \sqrt{(A(P+Q)+8BP)}}{\sqrt{A(P+Q)} - \sqrt{(A(P+Q)+8BP)}}\right]}$$

$$t = \tfrac{1}{6}T \cdot \left[3\left(1+\frac{P}{Q}\right) - \sqrt{\left(\left(1+\frac{P}{Q}\right)^2 + 8 \cdot \frac{BP.P+Q}{AQQ}\right)}\right].$$

Or suivant ce que j'ai dit dans l'Article précédent, il faut éviter les cas où l'on auroit $q > Q$. Cette condition veut que $P+q < P+Q$, donc

$$4 - \frac{A}{B} > \sqrt{\left[\frac{A^2}{B^2} + \frac{8A}{B} \cdot \frac{P}{P+Q}\right]}$$

d'où suit

$$\frac{2B}{A} > \frac{2P+Q}{P+Q}.$$

Or la valeur de Q pour les hommes qui ne sont pas infirmes est tout au moins > 0. Et d'un autre côté il est clair qu'elle ne va pas à l'infini. Posant donc ces deux cas extrêmes, on aura pour le premier $Q = 0$, $B > A$, ce qui ne pouvant pas avoir lieu, demande qu'en effet Q soit > 0. Dans le second cas, où $Q = \infty$, on a $B > \frac{1}{2}A$, ce qui donne $13 \sin \eta^2 > 1$, & par conséquent $\eta > 16^\circ. 6'$. Nous avons déja caractérisé cet angle par une autre propriété (Art. XXXIII). Ici il nous tient lieu de limites, & fait voir que le *maximum* dont il s'agit ne sauroit avoir lieu, à moins que le chemin n'ait une acclivité qui surpasse $16^\circ. 6'$, ou qu'on ne veuille admettre $q > Q$, ce qui supposeroit un homme singulierement exercé (Art. XXXIX).

XLI.

XLI.

Si dans la cnndition

$$\frac{2B}{A} > \frac{2P+Q}{P+Q}$$

nous fubftituons les valeurs de A, B (Art. XIX), elle donne

$$\sin \eta > \frac{2P+Q}{\sqrt{(4P^2+20PQ+13Q^2)}}.$$

Par-là le *minimum* de l'angle η fe détermine immédiatement par les valeurs qu'nn donne aux forces P, Q.

XLII.

Suppnfnns, cnmme ci-deffus (Art. XXXII.), $P = Q$, & nnus aurnns

$$\sin \eta > \frac{3}{\sqrt{37}}$$
$$\eta > 29^\circ.\ 33'.$$

Omettant dnnc les acclivités mnins grandes que $29^\circ.\ 33'$, nnus aurons la Table fuivante.

η	$\frac{q}{p}$	$\frac{K}{p}$	v	$\frac{t}{T}$
29°.33'	1,000	0,667	1,223	0,833
30. 0	0,988	0,669	1,220	0,831
35. 0	0,882	0,688	1,142	0,823
40. 0	0,808	0,702	1,072	0,816
45. 0	0,755	0,713	1,011	0,810
50. 0	0,714	0,722	0,960	0,806
55. 0	0,686	0,727	0,916	0,803
60. 0	0,666	0,734	0,877	0,799
65. 0	0,649	0,738	0,835	0,798
70. 0	0,637	0,741	0,824	0,797
75. 0	0,623	0,742	0,813	0,796
80. 0	0,623	0,743	0,794	0,795
85. 0	0,619	0,744	0,786	0,794
90. 0	0,618	0,745	0,784	0,794

Cette Table nous fait vnir que le tems t, de même que la force K, ne varient que très peu, mais que le fardeau q & la viteffe v décrniffent plus

fortement lorſque l'acclivité va en augmentant. Cependant, même lorsqu'on monte verticalement, le poids du fardeau q ne laiſſe pas d'être encore la $\frac{2}{5}^{me}$ partie du poids P, & la viteſſe eſt $= 0{,}785$ piés par ſeconde. Ainſi un homme qui peſeroit 125 livres & qui auroit une force Q égale à ce poids, éleveroit un fardeau de 77 livres verticalement en le portant. Si l'on multiplie ces 77 livres par la viteſſe 0,784, le produit ſera $= 60$. Ainſi c'eſt autant que s'il élevoit un poids de 60 livres à la hauteur d'un pié. Cela répond très bien à ce qu'on a trouvé par des expériences qui ont été faites précifément dans le but de connoître le *meilleur emploi* des forces humaines, relativement à l'intenſité, à la viteſſe & à la durée. Mais ſi j'ai bien compris Mr. *Déſaguliers*, il fait aller *ce moment ſtatique* à 100 livres, ce qui feroit bien plus.

XLIII.

Comme le *maximum* vq n'a point lieu pour des acclivités moins grandes, à moins qu'on ne veuille faire $q > Q$, ce qui demanderoit un exercice tout particulier, il s'enſuit que pour toutes ces acclivités moins grandes, de même que pour les cas où l'on deſcend, on peut toujours faire $q = Q$. C'eſt auſſi ce qui répond très bien à l'expérience. J'ai ſouvent vu que lorsqu'on eſt en doute ſi un fardeau eſt trop peſant pour être tranſporté à quelques lieues de diſtance, on ſe contente d'eſſayer ſi on peut le ſoutenir en ſe tenant droit. Le chemin qu'il s'agit de faire n'eſt pas ce qui embarraſſe. Il ſuffit d'être aſſez exercé à maintenir l'équilibre & à marcher avec une viteſſe uniforme:

Leve fit quod bene fertur onus.

Or en faiſant $q = Q$, on ſatisfera du moins au *maximum* vt, en poſant (Art. XXXI.)

$$P + K = \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{2B}{3A}\right) \cdot (P + Q)$$

$$v = \sqrt{\tfrac{1}{3}(A - B)}$$

$$t = \tfrac{2}{3} T \; \frac{Q+P}{Q} \cdot \frac{A-B}{A}.$$

Ainſi les viteſſes ſeront moins grandes que celles que donne la Table de l'Article XXI, dans le rapport de $\sqrt{3}$ à 1, & ſi le chemin eſt horiſontal, on a $B = 0$, ce qui donne $P + K = \frac{1}{3}(P + Q)$, $v = 3,23$. Mais il ſuffit d'employer ces formules pour les deſcentes & pour les acclivités $n < 16°. 6'$, ou en général pour celles qui ſuivant les différentes valeurs de P, Q n'admettent le *maximum* vq qu'à condition qu'on faſſe $q > Q$, ce qu'il convient d'éviter. Lorſque les chemins ont plus d'acclivité, il vaut mieux proportionner le fardeau q aux forces P, Q en ſorte qu'on ſatisfaſſe tout à la fois au *maximum* vt & au *maximum* vq, c'eſt à dire: qu'on porte *le plus grand fardeau* avec *le plus de viteſſe* & qu'on faſſe *le plus de chemin* avant que d'être las, l'acclivité du chemin étant donnée.

XLIV.

Pour calculer d'après quelques-unes des formules précédentes j'ai eu beſoin des valeurs

$$\frac{B}{A}, \quad \frac{A}{B}, \quad \frac{A^2}{B^2}$$

que j'ai calculées pour les angles n de 5 en 5 degrés. Il ne ſera pas inutile de les donner dans la Table ſuivante.

η	$B:A$	$A:B$	$A^2:B^2$
0	0,00000	infini	infini
5	0,17236	5,8151	3,3,8160
10	0,33258	3,0068	9,0407
15	0,47236	2,1170	4,4819
20	0,58852	1,6992	2,8872
25	0,68204	1,4662	2,1497
30	0,75593	1,3229	1,7500
35	0,81364	1,2291	1,5106
40	0,85905	1,1641	1,3551
45	0,89442	1,1180	1,2500
50	0,92319	1,0832	1,1733
55	0,94382	1,0595	1,1226
60	0,96077	1,0408	1,0833
65	0,97382	1,0269	1,0545
70	0,98385	1,0164	1,0331
75	0,99115	1,0089	1,0179
80	0,99614	1,0039	1,0078
85	0,99904	1,0010	1,0019
90	1,00000	1,0000	1,0000

XLV.

Disons encore un mot *sur les pas qu'on fait en marchant.* On sait qu'ils different assez considérablement, tant par rapport à leur grandeur que par rapport à la vitesse, même lorsqu'il n'y a rien d'affecté dans la marche. A cet égard il faut distinguer les effets de nos propres forces d'avec ceux de la gravité. A l'égard de la gravité les piés représentent *un pendule.* De là naît un certain *isochronisme* qu'on remarque dans les pas d'un même homme. L'expérience rapportée ci-dessus (Art. XXIV.) m'a fait voir que j'employois 13 secondes pour monter les 24 marches d'un escalier, c'est à dire pour faire 24 pas sur un chemin incliné sous un angle de $37\frac{1}{2}$ degrés. C'est faire 2 pas par seconde. Je n'en fais ni plus ni moins en marchant dans un chemin horisontal.

XLVI.

Cette même idée du pendule que représentent les piés, fait encore naître celle du *centre d'oscillation* & de sa *distance du point de suspension.*

On compreod par-là que les personnes de haute taille emploient plus de tems pour faire un pas, à moins qu'une plus forte tension de fibres ne les aide à se dépêcher. Mais comme cette tension des fibres ne dépend pas de la hauteur de la taille, & que des personnes moins grandes peuvent l'avoir dans le même degré, il s'ensuir que généralement parlant les personnes de haute taille emploient plus de tems à faire uo pas. Du reste ce pas est ordinairement plus grand.

XLVII.

Comme le poids de tout ce dont on revêt les piés éloigne le centre d'oscillation de son point de suspension, & que par-là les oscillations, c'est à dire les pas, ont plus de durée, on comprend sans peine que des bottes bien pesantes rendent les pas plus lents & la marche plus grave. De plus, comme en courant avec beaucoup de vitesse on n'a garde d'étendre les piés, mais qu'on les laisse pliés, il est clair que par-là le centre d'oscillation est rapproché du point de suspension & que cela contribue à raccourcir le tems qu'il faut pour chaque pas. Nous avons vu ci-dessus que cela augmente encore la *force centrifuge* & que cette attitude aide à *pousser le chemin en arriere* (Art. XX).

XLVIII.

Voilà donc généralement parlant quelle est l'influence de la gravité dans les pas qu'on fait, & quelles sont les différences qui en naissent. La force propre de l'homme y intervient de différentes manieres. Celle qui est *la moins affectée* consiste en ce qu'on n'aide la gravité qu'autant qu'il faut pour qu'elle fasse le reste, suivant la nature & la grandeur des pas qu'on se propose de faire. Dans tous ces cas l'*isochronisme* des pas d'un même individu se conserve assez bien. Il y a d'autres cas où les forces sont employées à *diminuer* l'effet de la gravité. Cela arrive p. ex. si l'on marche avec une personne dont la marche est plus lente. Cela gêne & fatigue, parce qu'on emploie ses forces comme en contresens & elles ne laissent pas de s'user. La même chose se remarque en mootant un escalier doot les marches sont trop basses. Il faut lever le pié moins qu'on ne feroit sur un escalier de même acclivité, mais plus conforme aux pas qu'on fait & aux attitudes que

le degré d'acclivité requiert. Enfin il y a des cas tout oppofés, c'eft à dire où il faut feconder l'action de la gravité avec plus d'effort qu'on ne fait à l'ordinaire. Suivre pas à pas une perfonne qui marche avec plus de viteffe, c'eft faire de fes forces un ufage d'autant plus gênant qu'il s'agit de ne donner à fes piés ni trop ni trop peu de viteffe. C'eft ainfi auffi qu'une même danfe eft fatigante pour tel individu par le trop de viteffe qu'elle demande, tandis qu'un autre fe plaint de la lenteur avec laquelle il faut qu'il faffe fes pas, & qu'un troifieme s'en accommode très bien. Un efcalier dont les marches font trop hautes pour les pas qu'on feroit conformément à fon acclivité, demande également des efforts fatigans. Il y a des efcaliers qu'on monte mieux en fautant même de deux en deux marches, qu'on ne les monte en gênant fa viteffe naturelle.

XLIX.

Entant que les pas font ifochrones, leur grandeur eft en raifon de la viteffe moyenne v. Je trouve que les viteffes indiquées dans la feconde colonne de la Table de l'Art. XXXII. repréfentent affez bien la grandeur de deux de mes pas. Auffi, comme je viens de le dire, j'en fais deux par feconde. Toute la différence que j'y trouve, c'eft que j'ai un peu plus de viteffe pour les acclivités moins grandes. Mais fi une échelle prefque verticale a les échelons à $\frac{4}{5}$ pié l'un de l'autre, je ne trouve aucune difficulté à la monter en faifant deux pas par feconde. Du refte je n'ai fait que peu d'expériences à l'égard des différentes acclivités. Au tems où je defcendois dans les mines du *Hartz* à *Clausthal*, ou que j'efcaladois les montagnes de la *Suiffe*, je ne prévoyois point qu'un jour je m'occuperois de ces recherches.

SECONDE PARTIE.

L.

Je crois m'être fuffifamment arrêté aux *cas où un homme marche, foit non chargé, foit en portant quelque fardeau.* Je n'ai donné mes formules fondamentales que comme pouvant affez bien tenir lieu de celles qu'on trouveroit, fi l'intégration des deux équations différentielles (Art. XII. XVII.)

ne demandoit pas plus de données qu'on n'en a encore actuellement. J'ai allégué les raisons qui m'ont porté à faire cette substitution & à la regarder comme admissible. Je suis entré dans tout le détail des conséquences qui en découlent, & je les ai trouvées très compatibles avec l'expérience.

LI.

Il s'agit maintenant de considérer les *cas où un homme pousse ou tire.* Pour simplifier d'abord ces recherches je supposerai que *le chemin est horisontal, de même que la direction dans laquelle il agit en poussant ou en tirant.* La seconde Figure représente l'attitude de cet homme pour le moment où il va appuyer sur le pié CDB. Jusques-là il a appuyé sur le pié CA, & il continue même jusqu'à ce que le centre de gravité ait aquis assez de vitesse pour qu'il puisse commencer à s'élancer sur le pié CDB. Dans cette attitude il a deux points d'appui. L'un est en A, & l'autre en F au bras EF, que je suppose étendu horisontalement. La force qu'il emploie est celle dont il a besoin pour tenir le bras droit de même que le corps, & de plus celle qu'il doit employer pour marcher. Mais la vraie force qui entre ici en considération, c'est la gravité, & particulierement le poids de son corps. Fig.

LII.

Abaissant du point E la verticale Ee, & achevant le parallélogramme $Efed$, la verticale Ee représentera les poids de l'homme P. Cette force se résout par-là en deux autres Ef, Ed. On voit sans peine que c'est la premiere qui est employée à pousser ou à tirer. Elle est appliquée comme à un levier EA, & à cet égard elle doit être diminuée toutes les fois que le point E est plus éloigné du point d'appui A que ne l'est le centre de gravité C. Faisant donc

$$Ef : Ei = AE : AC,$$

la force avec laquelle il pousse sera désignée par Ei. Et il est clair que c'est encore la force avec laquelle le bras EF est étendu, & qu'à cet égard elle ne sauroit être plus grande que n'est la plus grande force du bras. Je désignerai cette plus grande force par F. Posant de plus l'angle $dEe = \phi$, & la force $Ei = f$, nous aurons

$$EF = P \cdot \text{tang}\,\Phi$$

$$K' = f = \frac{AC}{AE} \cdot P\,\text{taog}\,\Phi$$

ou à très peu près

$$f = \tfrac{3}{5} P \cdot \text{tang}\,\Phi.$$

Enfin la force totale du bras étaot $= F$, & celle qui eſt employée $= f$, la force réſidue ſera $F - f$, & la durée de l'emploi de la force f dimioue eo raiſon de la force F à cette force réſidue $F - f$.

LIII.

L'autre force

$$Ed = P \cdot \text{ſec}\,\Phi$$

agit directement cootre le point d'appui A. Cela fait qu'elle n'admet point de diminution, comme l'admettoit la force Ef. Elle agit donc comme feroit la gravité, & à cet égard il faut néceſſairement que

$$P\,\text{ſec}\,\Phi < Q.$$

On voit encore que cette force $P \cdot \text{ſec}\,\Phi$ équivaut à celle que j'ai déſignée ci-deſſus par $P + q$, de ſorte qu'on peut faire

$$P\,\text{ſec}\,\Phi = P + q,$$

c'eſt à dire: *cette force* P *ſec* Φ *agit comme feroit la gravité, ſi on ſe tenoit droit en portant un fardeau* = q.

LIV.

Il faut maintenant obſerver *qu'un homme qui pouſſe ou qui tire, quand il marcheroit ſur un plan horiſontal, doit être conſidéré comme s'il marchoit ſur un plan incliné.* Car la force $P\,\text{ſec}\,\Phi = P + q$ agiſſant ſuivant la direction EA, comme feroit la gravité ſi cette droite étoit verticale, on peut la conſidérer comme telle; & comme l'angle $EAB < 90°$, il eſt clair que le chemin AB à cet égard ceſſe d'être horiſontal. Ce que nous nommons horiſontal fait un angle droit avec la direction de la gravité. Or par la réſolution de la force Ee en Ef, Ed la direction de la gravité devient ici EA. Aioſi ce qu'il faut à cet égard nommer horiſontal doit faire

un

un angle droit avec cette direction. Mais l'angle EAB étant $< 90°$, il s'ensuit que le chemin AB doit être considéré comme incliné, & l'angle sous lequel il est incliné vers son horison est $= \phi$.

LV.

On voit sans peine que cette considération abrege infiniment nos recherches, en ce qu'elles se réduisent à faire simplement les substitutions requises dans les formules que nous avons données dans la premiere partie de ce Mémoire. Ainsi au lieu de $P + q$ on mettra $P \sec \phi$. L'angle n gardera sa signification lorsque le chemin est réellement incliné, mais dans le fond on lui substituera l'angle ϕ, si le chemin est horisontal, ou l'angle $\phi + n$, si le chemin est incliné. La force K désignera, de même que ci-dessus, la force qu'on emploie pour marcher.

LVI.

Le chemin étant donc horisontal, de même que la direction dans laquelle un homme pousse ou tire, la formule que nous avons trouvée pour la vitesse de la marche (Art. XIX.) se change au moyen de ces substitutions en

$$v = \sqrt{\left[\frac{P + K}{P . \sec \phi} \cdot \frac{gn}{1 + 3 \sin \phi^2} - \frac{2gn . \sin \phi}{(1 + 3 \sin \phi^2)^{3:2}}\right]}.$$

Et en faisant

$$A = \frac{gn}{1 + 3 \sin \phi^2}$$

$$B = \frac{2gn . \sin \phi}{(1 + 3 \sin \phi^2)^{3:2}}$$

on aura

$$v = \sqrt{\left[\frac{P + K}{P \sec \phi} \cdot A - B\right]}.$$

Cela me dispense de répéter ici les Tables données ci-dessus. Car les valeurs de A, B (Art. XIX.) sont pour les angles ϕ les mêmes qu'elles étoient pour l'angle n. Et si dans quelque cas particulier on trouve $P . \sec \phi = P + K$, de sorte que $q = K$, on aura pour les différens angles ϕ les mêmes vitesses que nous avons données dans la Table de l'Article XXI. pour les différens angles n. C'est un travail tout fait.

LVII.

Lorſqu'on tire ou qu'on pouſſe on ſe laſſe de deux manieres qui ſont aſſez indépendantes l'une de l'autre. La force des bras s'épuiſe dans un tems qui eſt en raiſon de la force réſidue $F - f$, & la force des piés & du corps s'épuiſe dans un tems qui eſt en raiſon de la force réſidue $Q - K$. On aura donc

$$t = \frac{Q - K}{Q} . T$$

comme ci-deſſus (Art. XXXV). Et enſuite

$$t' = \frac{F - f}{F} . T'.$$

Je n'ai point aſſez d'expériences pour ſavoir ſi & ſous quelles conditions les tems t, t' peuvent être le même tems. Les forces F, Q dépendent beaucoup de l'exercice. Ordinairement elles ne ſont pas moins grandes que la force P, mais elles peuvent aller au double, au triple, au quadruple & même au delà. Les tems T, T' paroiſſent pouvoir être le même tems.

LVIII.

La force q étant ici $= P(\sec\Phi - 1)$, on voit que pour un même homme elle varie ſimplement ſuivant l'angle Φ, & qu'à moins que cet angle ne ſoit fort grand, elle eſt aſſez petite. Quant à la force K, on eſt aſſez libre de l'augmenter conformément à l'effet qu'on veut produire. Si donc on fait encore ici $K = q$, comme dans l'Article XXI, on aura tout de même $v = \sqrt{(A - B)}$.

LIX.

Or il s'agit ſurtout de ſavoir: *comment en tirant ou en pouſſant on peut faire le meilleur emploi poſſible de ſes forces.* Cette queſtion eſt un peu vague & indéterminée. Ainſi nous examinerons d'abord ce qui regarde l'angle Φ, c'eſt à dire *l'inclinaiſon la plus avantageuſe qu'il faut donner au corps.* A cet égard il eſt naturel que le produit vf ſoit un *maximum*, afin qu'on pouſſe avec *le plus de force* & avec *le plus de viteſſe.* Or pour un même homme on a (Art. LII. LVI.)

$$f = \frac{AC}{AE} \cdot P \operatorname{tang} \phi$$

$$v = \sqrt{\left[\frac{P+K}{P} \cdot \frac{gn \cdot \operatorname{cof} \phi}{1 + 3 \operatorname{fin} \phi^2} - \frac{2gn \cdot \operatorname{fin} \phi}{(1 + 3 \operatorname{fin} \phi^2)^{3:2}}\right]}.$$

Faifant donc $v^2 f^2 = maximum$ on aura, en ne regardant que ϕ comme variable,

$$\frac{P+K}{P} \cdot \frac{\operatorname{fin} \phi \cdot \operatorname{tang} \phi}{1 + 3 \operatorname{fin} \phi^2} - \frac{2 \operatorname{fin} \phi \cdot \operatorname{tang} \phi^2}{(1 + 3 \operatorname{fin} \phi^2)^{3:2}} = maximum.$$

Pofant la différentielle de cette équation $= 0$, on en déduit pour l'angle ϕ l'équation fuivante:

$$\frac{P+K}{P} \cdot \operatorname{cof} \phi \left[2 - \operatorname{fin} \phi^2 + 3 \operatorname{fin} \phi^4\right] \sqrt{(1 + 3 \operatorname{fin} \phi^2)} =$$
$$\operatorname{fin} \phi (6 - 2 \operatorname{fin} \phi^2 + 12 \operatorname{fin} \phi^4).$$

LX.

Cette équation eft encore indéterminée relativement à la force K. Mais cette force fe déterminera par une autre condition qui eft: *qu'avant que de fe laffer on faffe le plus de chemin poffible.* Cela demande que $vt = maximum$. Or on a (Art. LVII. LVI.)

$$t = \frac{Q-K}{Q} \cdot T$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{P+K}{P \operatorname{fec} \phi} \cdot A - B\right)}.$$

Donc, prenant les quarrés,

$$(Q-K)^2 \cdot \left[(P+K) \cdot A - B \operatorname{fec} \phi\right] = maximum.$$

Regardant K comme variable, cette équation donne

$$\frac{P+K}{P} = \frac{Q+P}{3P} + \frac{2 \operatorname{fec} \phi}{3} \cdot \frac{B}{A},$$

ou en fubftituant les valeurs de A, B (Art. LVI.)

$$\frac{P+K}{P} = \frac{P+Q}{3P} + \frac{4 \operatorname{tang} \phi}{3 \sqrt{(1 + 3 \operatorname{fin} \phi^2)}}.$$

LXI.

Il ne reſte plus qu'à ſubſtituer cette valeur dans la derniere équation de l'Article LVIII, & à faire les réductions requiſes pour avoir l'équation

$$\frac{P+Q}{P} \cdot \operatorname{cof}\Phi \, (2 - \operatorname{fin}\Phi^2 + 3 \operatorname{fin}\Phi^4) \sqrt{(1 + 3 \operatorname{fin}\Phi^2)} =$$
$$\operatorname{fin}\Phi [10 - 2 \operatorname{fin}\Phi^2 + 24 \operatorname{fin}\Phi^4].$$

Voilà donc l'angle Φ déterminé par les forces P, Q de maniere qu'on ſatisfait à un double *maximum*, c'eſt *qu'on pouſſe avec le plus de force & le plus de viteſſe & qu'avant que d'être las on fait le plus de chemin poſſible.*

LXII.

Poſons pour ſervir d'exemple, comme ci-deſſus (Art. XXXII.), $P = Q$; cette équation donne $\operatorname{fin}\Phi = 0{,}4142$, & par conſéquent $\Phi = 24°. 28'$. Et en faiſant $AC : AE = 3 : 5$, de ſorte que $f = \frac{3}{5} P . \operatorname{tang}\Phi$, on aura $f = 0{,}273 . P$. De plus

$$\frac{B}{A} = 0{,}6730.$$
$$A = 20{,}64.$$
$$B = 13{,}78.$$
$$P + K = 1{,}1596 . P.$$
$$K = 0{,}1596 . P.$$
$$v = 3{,}143.$$
$$t = 0{,}84 . T.$$

Si donc cet homme peſe 125 livres, on aura $P = 125$ livres, $f = 34$ livres, $K = 20$ livr. $P + q = P . \operatorname{fec}\Phi = 137$ livr. $q = 12$ livr. Ainſi cet homme tirera avec une force de 34 livres & fera $3\frac{1}{7}$ piés de chemin par ſeconde. Il pourra donc en tirant une corde qui paſſe par deſſus une poulie faire monter un poids de 34 livres à une hauteur de $3\frac{1}{7}$ piés par ſeconde, ou bien en arrangeant la machine conformément à ce but, il élevera un poids de 107 livres à la hauteur d'un pié par ſeconde.

LXIII.

La valeur de l'angle $\phi = 24°. 28'$ eſt très conforme à l'expérience. Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe s'incliner d'avantage, mais on ne le fait que dans les cas qui demandent un effort extraordinaire, & alors on marche avec beaucoup moins de viteſſe. Mr. *de la Hire* a examiné ces ſortes de cas relativement à l'équilibre. Il juge tout de même, d'après les obſervations, que l'angle ϕ eſt de 20 à 30 degrés. Le produit de la viteſſe v par la force f donne les 107 livres, que nous venons d'indiquer. C'eſt ce qu'on appelle *le moment ſtatique*. On voit qu'il eſt bien plus grand que celui de 60 livres que nous avons trouvé ci-deſſus (Art. XLII.) pour le cas où un homme, dont la force $Q = P = 125$ livres, comme nous la ſuppoſons ici, porte ce poids verticalement en haut. Mais outre que j'ai déjà remarqué dans l'Article cité, qu'en ſuppoſant la force Q plus grande, cet homme portera d'avantage, nos formules font aſſez voir que ces deux cas ne ſont pas généralement comparables. Lorſqu'il s'agit de faire porter un poids, un homme dont la force Q eſt très grande, y ſera plus propre, ſurtout s'il ne peſe pas beaucoup. Mais lorſqu'il s'agit de faire tirer, il faut des hommes qui peſent beaucoup, & dont la force Q ne laiſſe pas d'être grande. Suppoſons encore qu'un homme qui ne peſe que 125 livres doive faire aller une roue en marchant ſur les talons. Nous avons vu (Art. XXVIII.) qu'il fait le plus de chemin en ſe plaçant à 24°. 6′ du point le plus bas de la roue. La force avec laquelle il meut la roue eſt $= P.\ \text{ſin}\ 24°. 6' = 51$ livres. Et par la Table de l'Art. XXXII. nous voyons que ſa viteſſe eſt de 3,05 piés par ſeconde. Multipliant cette viteſſe par la force, le produit ſera 155 livres. Ce *moment ſtatique* eſt donc bien plus grand. Cependant il ſe réduit à de moindres termes, parce que les gens qui font aller une roue ainſi, ſe tiennent ordinairement plus près du point le plus bas de la roue, ou s'appuient avec les mains contre quelque objet immobile, & par là il n'agiſſent plus avec tout le poids de leur corps. Outre cela il faut être bien exercé pour marcher avec tant de viteſſe dans une roue qui tourne. Et quelquefois la machine eſt arrangée de maniere qu'elle n'admet point cette viteſſe.

LXIV.

Quoique les cas où $P = Q$ foient affez ordinaires pour des perfonnes qui ne font ni infirmes ni exercées à la fatigue, il eft clair que lorfqu'il s'agit de faire aller des machines en tirant ou en pouffant, ou de faire monter les vaiffeaux contre le courant de la riviere, on prend des gens dont la force Q furpaffe de beaucoup la force P. Auffi ces gens en cas de befoin s'inclinent bien d'avantage. Regardant donc le rapport entre ces forces comme variable, notre formule fait voir que l'angle ϕ varie auffi. Cela m'a engagé à calculer la Table fuivante, en pofant $AC : AE = 3 : 5$.

fin ϕ	ϕ	$\frac{P+Q}{P}$	$\frac{f}{P}$	$\frac{P+K}{P}$	$\frac{P+q}{P}$	v	$\frac{t}{T}$	$\frac{vtf}{TP}$
0,3	17°.27′	1,474	0,189	0,863	1,048	2,54	1,29	0,62
0,4	23. 35	1,927	0,272	1,121	1,091	2,79	0,87	0,66
0,5	30. 0	2,478	0,346	1,408	1,155	2,81	0,72	0,70
0,6	36. 52	3,176	0,450	1,742	1,250	2,90	0,66	0,86
0,7	44. 26	4,134	0,588	2,210	1,400	2,95	0,61	1,06
0,8	53. 8	5,591	0,800	2,904	1,667	2,93	0,58	1,38
&c.								
1,0	90. 0	infini.	infini.	infini.	infini.	infini.	infini.	

LXV.

J'ai omis les cas où fin $\phi > 0,8$, les cas où les ouvriers s'inclinent au delà de 53 degrés étant fort rares. Ceux qui tirent ou qui pouffent les bateaux s'inclinent quelquefois autant. Ce font des gens exercés au point que leur force $P + Q$ furpaffe 5 à 6 fois le poids de leur corps. J'ai encore omis les cas où on auroit $P + Q < P + q$; car il eft évident que la force totale doit être plus grande que celle qui eft requife pour fe foutenir. Auffi les formules donneroient-elles pour ces cas au tems t une valeur négative, & cela dénoteroit que ce tems doit être employé à aquérir de nouvelles forces. Outre cela lorfque l'inclinaifon ϕ eft fi petite, la force f l'eft également. Et quand une force f fort grande ne feroit pas néceffaire dans quelque cas particulier, il eft clair que des ouvriers robuftes foutiendront le travail plus longtems & qu'ils agiront avec plus de viteffe. Ainfi il faut tout au moins fuppofer $P = Q$, lorfqu'il s'agit du *maximum*

de l'emploi des forces. Ce n'eſt pas chez des perſonnes foibles qu'il faut le chercher.

LXVI.

La Table nous fait voir que la viteſſe v ne varie très peu. Elle eſt à peu près la moitié de celle qu'on auroit en marchant librement ſur un chemin horiſontal & en n'employant que la force P (Art. XXI). Et comme la viteſſe qui répond à $\sin\phi = 0{,}8$ commence à être moins grande que celle qui répond à $\sin\phi = 0{,}7$ cela nous fait voir qu'elle a un *maximum*. Subſtituant la valeur de $(P+K):P$ (Art. LX.) dans l'expreſſion donnée pour la viteſſe v (Art. LIX.) & faiſant $dv = 0$ en regardant ϕ comme variable, on en déduit

$$0 = \frac{P+Q}{P}(5\sin\phi - 9\sin\phi^3)\sqrt{(1+3\sin\phi^2)} - 2\cos\phi + 12\cos\phi\sin\phi^2.$$

Cette équation étant comparée avec celle de l'Article LXI. on éliminera le rapport $(P+Q):P$, & on aura l'équation $0 = 1 - 20\sin\phi^2 + 36\sin\phi^4 - 48\sin\phi^6 + 63\sin\phi^8$, qui donne $\sin\phi = 0{,}78$, $\phi = 51°.\ 16'$. Nous voyons de plus que la force $P+K$ n'eſt qu'un peu plus grande que la moitié de la force totale $P+Q$. Quant à la force f, j'en ai exprimé le rapport à la force P. Elle doit être rapportée à la force F, qui pour des gens robuſtes eſt plus grande que P. Cela fait que dans tous ces cas les piés ſe laſſent avant les bras, ſans quoi le *maximum* $v(Q-K):Q$ n'auroit été d'aucun uſage, & il auroit fallu prendre le *maximum* $v(F-f):F$. J'ai encore rapporté dans la derniere colonne le produit vtf, qui exprime la totalité du chemin vt qu'on fait avant que d'être las, multiplié par la force f avec laquelle on pouſſe ou on tire. Ce produit exprime donc les rapports qu'il y a entre la totalité de l'effet à l'égard des différentes inclinaiſons ϕ.

LXVII.

En multipliant la force f par la viteſſe v on a le *moment ſtatique*, c'eſt à dire le poids que l'ouvrier au moyen d'une machine levera à la hauteur d'un pié en une ſeconde de tems, lorſqu'il fait aller la machine en pouſſant ou en tirant avec la force f & marchant avec la viteſſe v. Je donne

cette *explication du moment ſtatique*, parce qu'il ſe rapporte uniquement à la variation qu'on peut donner au fardeau & à ſa viteſſe, la force motrice & ſa viteſſe reſtant la même. Ce n'eſt qu'au moyen des machines que la force f avec la viteſſe v équivaut à un fardeau mf avec la viteſſe $v:m$, ou à un fardeau vf avec la viteſſe 1. *On s'y prendroit bien mal d'appliquer ce* PRINCIPE DE STATIQUE *à la force humaine entant qu'elle eſt motrice.* La Table fait voir que le produit vf varie avec les angles φ, & même très conſidérablement. Ainſi p. ex. en poſant la force $P = 125$ livres, on a

ſin φ	vf	f
0,3	59 livres	24 livres.
0,4	95 -	34 -
0,5	121 -	43 -
0,6	163 -	56 -
0,7	217 -	73 -
0,8	293 -	100 -

On voit donc que le moment vf varie du ſimple juſqu'au quintuple & même au delà, ſi la force Q eſt encore plus grande. *Il faut donc ſe déſabuſer à l'égard du ſentiment aſſez généralement adopté, qu'il en eſt des hommes comme des machines, & qu'il ſuffit de déterminer le produit* vf *une fois pour toutes.* Mr. *Daniel Bernoulli* trouva que le produit vf équivaloit au poids de $\frac{3}{4}$ pié cubique d'eau. D'autres le font aller à 50 ou 60 livres. Mr. *Déſaguliers* l'eſtima 100 livres, tandis que Mr. *Amontons* ne trouva que $37\frac{1}{2}$ livres. Nos formules font voir que toutes ces évaluations peuvent avoir lieu, mais c'eſt préciſément la raiſon pourquoi on ne peut s'en tenir à aucune. Il faut abſolument avoir égard tant à la force des gens qu'on emploie qu'à la maniere dont on les emploie. Dans les cas particuliers c'eſt le poids P de l'ouvrier & ſa force Q qu'il faut commencer à déterminer. Par-là on aura le rapport $(P+Q):P$, qui étant cherché dans la Table, donnera l'angle φ & le rapport $f:P$, & par conſéquent la force f. C'eſt à cette force que doit être égale la réſiſtance qu'il faut vaincre en pouſſant ou en tirant, & alors la viteſſe v pourra être celle qui répond à cet angle φ. Autrement l'arrangement ſera mal pris. J'ai vu des

des gens tirant des bateaux avec une force $P+K$ avec laquelle ils leveroient de terre un poids de 300 livres & au delà. Si donc le *moment* vf n'étoit que de 60 livres, leur viteſſe ne pourroit être que de $\frac{1}{5}$ pié par ſeconde, tandis qu'il eſt de fait qu'ils marchent avec une viteſſe de près de 3 piés, inclinés au point d'être plus d'à moitié couchés. Il n'y a là rien qui ne ſoit très conforme à la Table que je viens de donner. Auſſi ſont-ce des gens exercés, qui ſavent prendre leurs meſures.

LXVIII.

Après ce que je viens de dire au ſujet des cas où l'on tire ou pouſſe dans une direction horiſontale & en marchant ſur un chemin horiſontal, il ne ſera pas difficile de paſſer à la conſidération plus générale des cas où, *tant le chemin que la direction dans laquelle on pouſſe ou tire, ſont inclinés.* La troiſieme Figure ne differe de la ſeconde qu'en ce que le chemin AB fait avec l'horiſon AH un angle $BAH = \eta$, & que la direction de la force du bras EK fait, tant avec l'horiſon qu'avec le chemin, un angle quelconque. Je déſignerai l'angle eEf par ψ, & l'angle dEe par ϕ, comme ci-deſſus (Art. LII), la droite Ee étant verticale. Fig

LXIX.

On voit ſans peine que toute la différence entre ces deux Figures & les cas qu'elles repréſentent conſiſte en ce que dans le cas préſent l'angle ψ peut être un angle quelconque. On aura donc bien plus généralement que ci-deſſus

$$Ef = \frac{P.\sin\phi}{\sin(\phi+\psi)}$$

$$Ei = f = \frac{AC}{AE}\cdot\frac{P.\sin\phi}{\sin(\phi+\psi)}$$

ou bien à très peu près

$$f = \frac{3P.\sin\phi}{5.\sin(\phi+\psi)}.$$

Et de plus

$$Ed = P+q = \frac{P.\sin\psi}{\sin(\phi+\psi)}.$$

Ces formules ſont indépendantes de l'angle η, parce qu'elles ſe rapportent ſimplement aux droites AE, EF & à la verticale Ee.

LXX.

Mais comme encore ici c'eſt la droite EA qui doit être conſidérée comme verticale, ce ſera le complément de l'angle EAB qui repréſentera l'acclivité du chemin. Cette acclivité ne doit donc pas être poſée $= \eta$, mais bien $= \phi + \eta$, parce que $90^\circ - EAB = \phi + \eta$. Ainſi la formule générale que j'ai donnée pour la viteſſe v (Art. XIX), devient ici

$$v = \sqrt{\left[\frac{(P+K) \cdot \sin(\psi+\phi) \cdot gn}{P \cdot \sin\psi \cdot [1 + 3\sin(\phi+\eta)^2]} - \frac{2gn \sin(\phi+\eta)}{(1+3\sin(\phi+\eta)^2)^{3:2}}\right]}$$

ou bien en faiſant

$$A = \frac{gn}{1+3\sin(\phi+\eta)^2}$$

$$B = \frac{2gn \cdot \sin(\phi+\eta)}{[1+3 \cdot \sin(\phi+\eta)^2]^{3:2}}$$

on aura

$$v = \sqrt{\left[\frac{(P+K) \cdot \sin(\phi+\psi)}{P \cdot \sin\psi} \cdot A - B\right]}$$

& les valeurs numériques des quantités

$$A, \quad B, \quad \frac{B}{A}, \quad \frac{A}{B}, \quad \left(\frac{A}{B}\right)^n$$

(Art. XIX. XLIV.) ſerviront encore ici, en mettant $\phi + \eta$ au lieu de η. Il en eſt de même de la Table (Art. XXI.), lorſqu'encore ici on poſe $P + K = P + q$.

LXXI.

Je vais appliquer ces formules aux cas où le chemin eſt horiſontal. Cela donne $\eta = 0$, & on aura pour la viteſſe

$$v = \sqrt{\left[\frac{P+K}{P} \cdot \frac{gn \cdot \sin(\phi+\psi)}{\sin\psi \cdot (1+3\sin\phi^2)} - \frac{2gn \cdot \sin\phi}{(1+3\sin\phi^2)^{3:2}}\right]}.$$

LXXII.

Or le *maximum* vf fournit ici deux équations, l'une lorſqu'on ſuppoſe que l'angle ϕ eſt variable, l'autre lorſque c'eſt l'angle ψ. Enſuite le *maxi-*

mum vt donne encore une troisieme équation, si l'on regarde K comme variable. Ces trois équations sont

$$\frac{P+K}{P} \cdot \frac{\sin(\phi+\psi)}{\sin\psi}$$

$$= \frac{\sin\phi\,[6\cos\phi \,.\, \sin(\phi+\psi) - 4\sin\phi \,.\, \cos(\phi+\psi) - 12\sin\phi^3 \,.\, \cos(\phi+\psi)]}{[2\cos\phi \,.\, \sin(\phi+\psi) - \sin\phi\cos(\phi+\psi) - 3\sin\phi^3 \,.\, \cos(\phi+\psi)]\, V(1+3\sin\phi^2)}$$

$$= \frac{4\sin\phi \,.\, \sin\psi \,.\, \cos(\phi+\psi)}{[\sin(\phi+\psi) \,.\, \cos\psi + \cos(\phi+\psi)\sin\psi] \,.\, V(1+3\sin\phi^2)}$$

$$= \frac{4\sin\phi}{3\,V(1+3\sin\phi^2)} + \frac{Q+P}{3P} \cdot \frac{\sin(\phi+\psi)}{\sin\psi}.$$

Ici donc la valeur $(P+K) \,.\, \sin(\phi+\psi) : P \,.\, \sin\psi$ s'élimine d'elle-même. Les deux équations qui restent, peuvent être changées de telle sorte qu'on exprime les fonctions de l'angle ψ par tang ψ & elles seront du second degré. Éliminant ensuite tang ψ, il reste encore une équation entre ϕ, P, Q; de sorte que deux de ces quantités étant données, on en déduira la troisieme.

LXXIII.

Mais on voit aisément que le calcul est moins embarrassant, lorsqu'on suppose que l'angle ϕ est donné. C'est aussi à quoi je m'en tiendrai. Voici donc l'ordre dans lequel on calculera les valeurs répondantes des autres quantités.

I. L'angle ψ se trouve moyennant l'équation

$$\text{tang}\,\psi^2 + \frac{4+12\sin\phi^4}{\sin 2\phi} \,.\, \text{tang}\,\psi = 2 - 3 \,.\, \cos 2\phi.$$

II. Ensuite on aura le rapport

$$\frac{Q+P}{P} = \frac{\sin\phi \,.\, \sin\psi\,[2\sin(\phi+2\psi) - 6\sin\phi]}{\sin(\phi+\psi) \,.\, \sin(\phi+2\psi) \,.\, V(1+3\sin\phi^2)}.$$

III. De plus le rapport

$$\frac{P+K}{P} = \frac{P+Q}{P} + \frac{4\sin\phi \,.\, \sin\psi}{3\sin(\phi+\psi) \,.\, V(1+3\sin\phi^2)}.$$

IV. Enfin le rapport

$$\frac{P+q}{P} = \frac{\sin\psi}{\sin(\phi+\psi)}.$$

V. Outre cela la viteſſe

$$v = \sqrt{\left[\frac{P+K}{P}\cdot\frac{\sin(\phi+\psi)}{\sin\psi}\cdot A - B\right]}.$$

VI. Enfin la durée

$$\frac{t}{T} = \frac{Q-K}{Q},$$

VII. & le rapport

$$\frac{f}{P} = \frac{AC}{AE}\cdot\frac{\sin\phi}{\sin(\phi+\psi)}.$$

LXXIV.

Suppoſons p. ex. l'angle $\phi = 30^\circ$, on aura

I. $$\operatorname{tang}\psi^2 + \frac{4+\frac{3}{4}}{\sqrt{\frac{3}{4}}}\cdot\operatorname{tang}\psi = 2 - \frac{3}{2},$$

ce qui donne

$$t\psi = -\frac{19}{4\sqrt{3}} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{361}{48}\right)} = -\frac{32{,}9089}{12} \pm \frac{33{,}9853}{12}.$$

Il faut prendre le ſigne négatif, & par-là on aura

$$\psi = 100^\circ.\,10'.$$

Cette valeur étant ſubſtituée dans les équations ſuivantes donne

II. $$\frac{Q+P}{P} = 2{,}869$$

III. $$\frac{P+K}{P} = 1{,}606$$

IV. $$\frac{P+q}{P} = 1{,}208$$

V. $$v = 2{,}96 \text{ piés}$$

VI. $$\frac{t}{T} = 0{,}676$$

VII. Et en faiſant $AC : AE = 3 : 5$, on aura

$$\frac{f}{P} = 0{,}393.$$

LXXV.

Ce cas ne differe de celui que j'ai exposé pour le même angle $\phi = 30^{\circ}$ dans la Table de l'Art. LXIV qu'en ce qu'ici l'angle ψ, au lieu d'être droit, est obtus & $= 100^{\circ}. 10'$. On voit que les forces Q, K, F, q, sont ici plus grandes, si la force P dans les deux est la même. La vitesse est ici tant soit peu plus grande, mais la durée est moindre. Et le produit vtf est ici $= 0,79$, tandis que dans l'autre cas il n'étoit que $= 0,70$. Cependant il faut dire que lorsqu'on veut comparer les cas où l'angle ψ varie, il faut le faire en supposant que le rapport $(P+Q):P$ reste le même. Ce n'est que de cette maniere qu'on pourra juger s'il est plus avantageux de faire l'angle $\phi = 90^{\circ}$, ou de le faire plus grand. Pour cet effet il faut remarquer que l'angle ψ ne varie pas beaucoup. On trouve $\psi = 90^{\circ}$, soit qu'on fasse $\phi = 0$, ou $= 90^{\circ}$. Quant aux valeurs intermédiaires de ϕ j'ai trouvé

pour $\sin\phi = \sqrt{\frac{1}{10}}$	$\psi = 98^{\circ}. 21'$.
0,4	99. 40.
0,5	100. 10.
0,6	99. 30.
$\sqrt{\frac{1}{2}}$	97. 50.

Or la Table de l'Art. LXIV est pour $\psi = 90^{\circ}$. Ainsi la différence étant si petite, le produit vtf ne sauroit être fort différent, dès que le rapport $(P+Q):Q$ reste le même. Ainsi prenant pour ce rapport la valeur 2,869 telle que nous venons de la trouver, cette valeur dans la Table de l'Art. LXIV répond à $\sin\phi = 0,56$, & le produit $vtf : P^3$ répondant est $= 0,79$, c'est à dire exactement, ou peu s'en faut, le même que nous venons de trouver pour $\psi = 100^{\circ}. 10'$. Cependant cet angle $\psi > 90^{\circ}$ peut mériter la préférence à d'autres égards. Car si p.ex. la force f est employée à trainer un fardeau ou à tirer une charrette, cet angle $\psi > 90^{\circ}$ aide à vaincre le frottement & à faire monter le fardeau ou la charrette, lorsque le chemin n'est pas uni, quoiqu'horisontal.

LXXVI.

Les formules générales que j'ai données (Art. LXIX. LXX.) nous serviront encore pour les cas où l'angle $AEF = \phi + \psi$ est droit. Ces

cas nnt lieu lorſqu'on *marche contre le vent.* Lnrſque le vent eſt très fort, oo eſt obligé de s'incliner en avant, afin de faire équilibre. L'actinn du vent ſe réſnud en trois parties, dnnt l'une eſt perpendiculaire à la drnite EA, l'autre parallele à cette droite & la troiſieme perpendiculaire au plan vertical dans lequel oo marche. Cette troiſieme n'eotre en conſidération que lorsqu'on marche obliquement contre le vent. La ſeconde fait qu'on peſe moins, & la premiere eſt celle à laquelle il faut faire équilibre en s'inclinant cnntre le vent. Et cnmme le vent frappe le cnrps dans tnute ſa lnngueur, cela fait que le centre d'impulſioo E eſt plus prnche du centre de gravité C. Je ne ferai qu'ébaucher le calcul qu'on pourra faire ſi l'oo ne veut eſtimer qu'à peu près l'effet du vent.

LXXVII.

La force du vent perpendiculaire à la droite AE équivaut plus ou mnins à celle que le vent a en frappant à angles drnits une ſurface plane de 4 piés quarrés. Un pié cubique d'air peſe environ $\frac{1}{12}$ livre. Si donc la viteſſe du vent eſt $= C$, ſa fnrce ſera

$$F = \frac{1}{12} \cdot 4 \cdot \frac{CC}{4g} = \frac{CC}{12g} \text{ livres.}$$

Et cnmme dans ce cas

$$F = \frac{AC}{AE} \cdot P \cdot \sin\Phi$$

nous auroos

$$\sin\Phi = \frac{CC}{12g} \cdot \frac{AE}{AC \cdot P}.$$

Or le rapport $AC : AE$ eſt ici environ $= 4 : 5$. Cela donne

$$\sin\Phi = \frac{5CC}{48 \cdot P \cdot g}.$$

Suppnſons p.ex. $P = 125$ livres, & $C = 90$ piés, ce qui pour un vent eſt très fort, nnus aurons

$$\sin\Phi = \frac{5 \cdot 8100 \cdot 64}{48 \cdot 125 \cdot 1000} = 0{,}432$$

$$\Phi = 25^\circ.\ 36'.$$

Cet homme marche donc contre le vent comme ſi, l'air étant calme, il montoit un chemin dont l'acclivité fût de 25°. 39'. S'il n'emploie que la force $P + q$, la Table (Art. XXI) fait voir que ſa viteſſe ne ſera que de $2\frac{1}{2}$ pié, au lieu de 5,59 piés qu'elle auroit ſi, avec la même force & dans un air calme, il marchoit ſur un chemin horiſontal. On voit donc juſqu'à quel point un vent très fort peut retarder la marche, qui va droit contre le vent. Or comme ici la force $P + q = P \operatorname{coſ} \phi =$ 113 livres, & par conſéquent eſt plus petite que la force P, il s'enſuit qu'on n'aura point de peine à faire que $P + K > P + q$ & à marcher avec plus de viteſſe contre le vent. Mais alors on ſent très bien qu'on emploie plus de force. Quand on fuit le vent en marchant dans la même direction, l'angle ϕ eſt négatif; c'eſt donc comme ſi on deſcendoir ſur un chemin dont la pente fût $= \phi$. Si donc on fait $P + K = P + q$, la Table de l'Article XXI. donne la viteſſe $v = 5,8$ piés par ſeconde. Comme cette viteſſe n'eſt gueres plus grande que celle qu'avec la même force on auroit ſur un chemin horiſontal, l'air étant calme, on voit que le vent empêche beaucoup plus lorſqu'il eſt contraire, qu'il ne ſeconde lorſqu'on l'a à dos. Cela aura lieu encore par une autre raiſon, qui dépend de la viteſſe relative, quoique du reſte dans les cas où la viteſſe du vent eſt de 90 piés & celle de la marche de $2\frac{1}{2}$ ou $5\frac{4}{15}$ piés; la viteſſe relative ne varie que comme $90 + 2\frac{1}{2}$ à $90 - 5\frac{4}{5}$, c'eſt à dire environ comme 11 à 10.

LXXVIII.

J'obſerverai encore que nos formules ſuppoſent une marche continue. Cela fait que ſi le chemin eſt incliné, la direction du bras EF doit être parallele au chemin, ou du moins faire avec le chemin un angle qui reſte le même. Ce dernier cas peut avoir lieu lorſqu'on tire au moyen d'une corde. Mais ſi l'on pouſſe, il n'y a gueres moyen de le faire en ſorte que la droite EF faſſe avec l'horiſon un angle plus grand que n'eſt l'acclivité du chemin. Car ce qu'on pouſſe s'éleveroit tellement qu'en continuant on ne pourroit plus l'atteindre. Dans ce cas donc on fait mieux en ſuppoſant la direction EF parallele au chemin AB. Cela donne $\psi = 90° + \eta$, & par conſéquent on aura pour ces cas

$$f = \frac{3}{5} P . \frac{\sin \varphi}{\cos (\varphi + \eta)}$$

$$P + q = \frac{P . \cos \eta}{\cos (\varphi + \eta)}$$

$$v = V \left[\frac{P+K}{P} . \frac{\cos (\varphi + \eta)}{\cos \eta} . A - B \right].$$

LXXIX.

Ensuite comme il faut que $q < Q$, l'équatioo (Art. LXIX)

$$P + q = \frac{P . \sin \varphi}{\sin (\varphi + \psi)}$$

nous doone

$$\frac{P+Q}{P} > \frac{\sin \varphi}{\sin (\varphi + \psi)}.$$

C'est une condition à laquelle il faut surtout avoir égard si l'angle ψ est beaucoup plus grand qu'un angle droit, ou s'il approche de 180 degrés. Du reste les ouvriers se gardent bien d'eux-mêmes d'un angle φ aussi grand, ils allongent la corde, & par-là cet angle approche plus de 90 degrés.

LXXX.

Il y a encore des cas où l'angle ψ peut être déterminé par la maniere dont la force f doit produire son effet. Ainsi p. ex. s'il s'agit de tirer un fardeau en le trainant, le frottement entre en considération, & même seul, dès que le chemin est horisontal. Soit en général AB le chemin incliné vers l'horison AH sous un angle $BAH = \eta$. Que le fardeau AD soit tiré suivant la direction AE, qui fasse avec le chemin un angle $EAB = \psi - 90°. = \lambda$. De plus supposons que la verticale AL exprime le poids du fardeau $= p$, tandis que la droite AE désigne la force f avec laquelle on tire. Menant par le point A la droite AM perpendiculaire sur le chemio AB, & tirant LM parallele à ce chemin, AM dénotera la force avec laquelle le fardeau presse contre le chemin par l'action de la gravité, & LM est la force avec laquelle il tâche de descendre. Achevant de plus le rectangle $AKEB$, la droite AK désigne la force qui diminue

minue l'action de la gravité AM, de forte qu'elle n'agit qu'avec la partie réſidue KM. L'autre droite AB eſt la force avec laquelle le fardeau eſt tiré le long du chemin, mais qui eſt diminuée par la partie $AN = LM$, avec laquelle la gravité s'y oppoſe, de ſorte que cette force n'eſt que $= BN$. Obſervons maintenant que le frottement eſt dû à la force MK, de ſorte que NB doit être à MK dans un rapport donné. On fait communément

$$BN = \tfrac{1}{3} KM.$$

Enſuite il faut encore obſerver qu'on traîne ordinairement de maniere que la partie antérieure du fardeau ne ſoit point levée de terre, ce qui arriveroit ſi on faiſoit $AK > \tfrac{1}{2} AM$. Ce rapport cependant peut varier. Ici je le prens tel, parce que je ſuppoſe que le centre de gravité du fardeau eſt au milieu, entre les points extrêmes A, D. Cette circonſtance fait que la force de la gravité AM doit être conſidérée comme partagée à portions égales ſur les points A, D. Faiſant donc $AP = PM$, la partie PM eſt ſuppoſée agir ſur le point D, tandis que l'action ſur le point A n'eſt que KP. Or il y a quelque part dans la droite AD un point Q où ces deux actions peuvent être regardées comme concentrées, & ce point ſe détermine par l'analogie

$$KM : PM = AD : AQ.$$

Il faut donc toujours regarder la maſſe AD comme preſſée contre le chemin par une force $= KM$, de ſorte qu'on aura

$$BN = \tfrac{1}{3} KM,$$

ou bien, en ſubſtituant les valeurs de ces droites,

$$f \,.\, \operatorname{cof} \lambda - p \,.\, \operatorname{fin} \eta = \tfrac{1}{3}(p \operatorname{cof} \eta - f \,.\, \operatorname{fin} \lambda)$$

d'où l'on déduit

$$f = \frac{p(\operatorname{cof} \eta + 3 \operatorname{fin} \eta)}{\operatorname{fin} \lambda + 3 \operatorname{cof} \lambda}.$$

Or l'acclivité du chemin étant donnée, de même que le poids p, on voit que la force f peut encore varier lorſque l'angle λ varie, & qu'elle devient un *minimum* lorſque

$$\sin\lambda + 3\cos\lambda = maximum.$$

Cela arrive lorſqu'on fait

$$\tang\lambda = \tfrac{1}{3}$$
$$\lambda = 18°.26'.$$

De là on aura

$$\sin\lambda + 3\cos\lambda = \sqrt{10},$$

& par conſéquent

$$f = p(\cos\eta + 3\sin\eta).\sqrt{\tfrac{1}{10}}.$$

Or ſi on avoit fait $\phi = 0$, on auroit eu

$$f = p(\cos\eta + 3\sin\eta)\sqrt{\tfrac{1}{9}}.$$

On voit donc que dans le premier cas la force f eſt moins grande dans le rapport de $\sqrt{10}$ à $\sqrt{9}$, c'eſt à dire environ d'une vingtieme partie. Ainſi on ne gagne pas beaucoup. De là vient qu'ordinairement on fait $\lambda < 18°.26'$. Par-là on approche des valeurs de l'angle ψ déterminées ci-deſſus (Art. LXXV). Du reſte quand on retiendroit la valeur de $\tang\lambda = \tfrac{1}{3}$, on ne paſſeroit les bornes de la condition

$$p\cos\eta > 2f\sin\lambda$$

que lorſque l'acclivité du chemin η ſeroit plus grande que $33°.41'$. Car en ſubſtituant les valeurs de f, λ que nous venons de trouver, cette condition ſe réduit à

$$\tang\eta < \tfrac{2}{3}$$
$$\eta < 33°.41'.$$

On comprend encore que dans ces cas où l'on traîne le fardeau, ce n'eſt plus le *maximum* vf, mais le *maximum* vp, auquel il faut avoir égard. Mais dès que pour le déterminer on ne fait varier que l'angle ϕ, on trouve le même réſultat. Au contraire le réſultat ſera différent lorſqu'en retenant l'équation

$$f = \frac{p(\cos\eta + 3\sin\eta)}{\sin\lambda + 3\cos\lambda}$$

on fait varier l'angle $\lambda = \psi - 90°$.

TROISIEME PARTIE.

LXXXI.

Les cas que j'ai confidérés dans les deux parties précédentes de ce Mémoire, font ceux où un homme marche. Il y en a un grand nombre d'autres où il emploie fes forces fans faire de chemin & où il n'emploie que les forces de quelque membre. Je compte parmi les premiers de ces cas ceux où on *jette*, de même que ceux où on *frappe*. Ces deux manieres d'employer fes forces ne font pas fort différentes. Les attitudes font plus ou moins les mêmes. Ainfi la différence confifte fimplement en ce qu'en jetant on lâche le corps qu'on jette, tandis qu'en frappant on le retient.

LXXXII.

En *jetant* ou en *frappant*, le bras ou en général le membre du corps qu'on emploie pour cela, paffe fucceffivement par différentes pofitions. Dans chaque pofition il y a une ou plus d'une force motrice qui accélere, ou qui retarde, ou qui modifie le mouvement. La maffe qu'il faut mouvoir eft celle du bras ou du membre qu'on emploie & celle du corps qu'on jette ou dout on fe fert pour frapper.

LXXXIII.

La force motrice ou accélératrice peut être évaluée immédiatement par des expériences. C'eft la force avec laquelle on peut faire équilibre à une réfiftance qui eft égale, & qui peut toujours être produite par quelque poids, qu'il s'agit de lever ou de tenir fufpendu. Ainfi p. ex. un homme qui ayant le bras étendu horifontalement peut foutenir un poids de 50 livres, eft cenfé avoir dans fon bras une force accélératrice qui dans cette attitude fait équilibre à ce poids de 50 livres & outre cela au poids du bras. Si au lieu de foutenir ce poids de 50 livres de la main, il le fufpendoit au coude du bras étendu, il eft clair qu'en employant la même force, ce poids pourroit être doublé, ce bras étendu pouvant être confidéré comme un levier dont le point d'appui eft dans l'aiffelle.

LXXXIV.

Fig. 5. Soit la position du bras ACM, A l'aisselle, AV une droite verticale, BM la direction suivant laquelle la main M tend à se mouvoir en faisant équilibre au poids P suspendu par dessus la poulie B, moyennant la corde MBP. La force accélératrice du bras soutiendra le poids P & outre cela le poids du bras, lequel sera moindre que si l'angle VAM étoit droit. C'est de cette maniere que la force accélératrice pourra être évaluée par des expériences, quelle que soit la position du bras. L'on comprend du reste que chacune de ces positions demande une attitude correspondante de tout le corps, pour qu'il reste en équilibre.

LXXXV.

Le poids du bras peut être réduit au point M, lorsqu'on diminue celui de chaque partie en raison réciproque de sa distance du point A. Ensuite on le réduit encore à la direction MB moyennant un parallélogramme $pbMm$, dont les côtés bM, mM sont dans les directions MB, MA, & dont la diagonale Mp est verticale & représente le poids du bras réduit au point M. De cette maniere la force Mm tend à étendre le bras, & la force Mb jointe au poids P fait équilibre à la force accélératrice appliquée au point M & agissant suivant la direction BM. Cette force pour des hommes robustes & exercés peut aller à 100 livres & au delà. Je n'ai pas trouvé qu'elle varie beaucoup lorsque l'angle VAM varie. Mais en faisant ces sortes d'essais il faut bien prendre garde de ne point agir dans une direction différente de celle qu'on se propose d'examiner, & qui doit être perpendiculaire, ou peu s'en faut, à la direction du bras. Il est bon qu'on appuie l'aisselle contre quelque objet immobile, afin que le corps ne se prête pas à augmenter la force du bras & à faire changer la direction.

LXXXVI.

Après avoir réduit au point M le *poids du bras*, pour évaluer la force accélératrice, il faut encore y réduire la *masse du bras*. Cela se fait, comme dans tous les mouvemens accélérés, en raison réciproque du quarré de la distance du point A. Soit C une partie quelconque de la masse.

Cette partie, réduite au point M, devient $= (C.AC^2 : AM^2)$. Si donc le bras étoit cylindrique, ſa maſſe réduite au point M ſe réduiroit à un tiers de ſon poids.

LXXXVII.

Soit maintenant p le poids & la maſſe du bras, Q le poids & la maſſe du corps qu'il faille jeter, P la force accélératrice P. Enfin ſoit l'angle $VAM = \phi$, la longueur $AM = r$, on aura $r\,d\phi$ l'élément de l'eſpace que le point M parcourt dans le tems $d\tau$. Je ſuppoſe pour plus de ſimplicité que ſon mouvement eſt circulaire & que l'angle AMB eſt droit. Le poids du bras réduit au point M ſera à peu près $= \frac{1}{2}p$. Ajoûtant encore le poids Q, on aura

$$Mp = \tfrac{1}{2}p + Q.$$
$$MB = (\tfrac{1}{2}p + Q) . \text{ſin}\,\phi.$$

Donc la force accélératrice

$$= P - (\tfrac{1}{2}p + Q) . \text{ſin}\,\phi.$$

Enſuite on aura la maſſe du bras, réduite au point M, $= \frac{1}{3}p$. Ajoûtant la maſſe Q, on aura la maſſe totale

$$= \tfrac{1}{3}p + Q.$$

Soit v la viteſſe du point M, & h la hauteur due à cette viteſſe, la formule fondamentale de la Dynamique donnera

$$dh = \frac{P - (\frac{1}{2}p + Q) . \text{ſin}\,\phi}{\frac{1}{3}p + Q} . r\,d\phi$$

où il ne s'agit que d'exprimer P par ϕ, ſi en effet cette force varie aſſez conſidérablement, lorſque l'angle ϕ varie.

LXXXVIII.

Mais nous pourrons donner à P une valeur conſtante moyenne, & de cette maniere nous aurons

$$h = \frac{Pr\phi + r(\frac{1}{2}p + Q) . \text{coſ}\,\phi}{\frac{1}{3}p + Q} + \text{Conſt.}$$

Or le mouvement commençant quelque part, nous ferons $h = 0$ lorſque $\Phi = \omega$. Cela oous donne

$$h = \frac{Pr(\Phi - \omega) + r(\frac{1}{2}p + Q)(\cos\Phi - \cos\omega)}{\frac{1}{3}p + Q}.$$

Cette formule ſe réduit à

$$h = \frac{Pr(\Phi + \omega}{\frac{1}{3}p + Q}$$

lorſqu'oo prend l'angle initial ω négatif & égal à l'angle terminal Φ.

LXXXIX.

Suppoſons p. ex. que le poids du bras ſoit de 6 livres $= p$, & celui du corps qu'on jette, de 2 livres $= Q$. Poſons la force accélératrice moyenne $=$ 32 livres, & l'angle $\omega = -20^\circ$, $\Phi = +20^\circ$, la longueur du bras $r = 2$ piés de Rhin, & nous aurons

$$h = 16 . \text{Arc}. 40^\circ = 11\tfrac{1}{6} \text{ piés},$$

ce qui donne la viteſſe terminale $v = 26\frac{2}{5}$ piés. Le corps jeté parcourra une parabole & reviendra au niveau du point où on l'a lâché, à la diſtance de 19 piés.

XC.

La formule que nous venons de trouver, fait voir que la hauteur h, & par conſéquent la viteſſe v, pourroit croître à l'infini, ſi l'angle ω alloit toujours en croiſſant. Mais outre que la force P s'affoibliroit en s'épuiſant, il s'y joint encore le frottement, qui croît en raiſon de la hauteur h ou du quarré de la viteſſe. Ayant donc égard à cette circonſtance, la formule différeotielle ſe change eo

$$dh = \frac{P - (\frac{1}{2}p + Q)\sin\Phi - mh}{\frac{1}{3}p + Q} . r d\Phi$$

ce qui, eo reteoant la valeur de P moyeone & conſtante, donne

$$h = \frac{P}{m} - (\tfrac{1}{2}p + Q) . \frac{9mr^2 \sin\Phi - 3r(p + 3Q)\cos\Phi}{9m^2r^2 + (p + 3Q)^2} + C . e^{-m\Phi : A}$$

où C eſt la conſtante, qui ſe détermine parce que $h = 0$, lorſque $\Phi = \omega$. Le coëfficient m déſigne le rapport entre la hauteur h & la

partie dont la force motrice eſt diminuée à cauſe du frottement. Et pour plus de brièveté j'ai poſé $\frac{p+3Q}{3r} = A$. On aura donc

$$C = (\tfrac{1}{2}p + Q) \cdot \frac{9mr^2 \sin\omega - 3r(p+3Q)}{9m^2r^2 + (p+3Q)^2} \cdot e^{m\omega : A} - \frac{P}{m} \cdot e^{m\omega : A}$$

ce qui donne

$$h = \frac{P}{m}(1 - e^{m(\omega - \phi) : A})$$
$$+ (\tfrac{1}{2}p + Q) \cdot \frac{9mrr \sin\omega - 3r(p+3Q)\cos\omega}{9m^2r^2 + (p+3Q)^2} \cdot e^{m(\omega - \phi) : A}$$
$$- (\tfrac{1}{2}p + Q) \cdot \frac{9mrr \sin\phi - 3r(p+3Q)\cos\phi}{9m^2r^2 + (p+3Q)^2}.$$

La valeur du coëfficient m eſt aſſez conſidérable en ce que la viteſſe v commence à atteindre ſon *maximum*, lorſque l'angle $\phi - \omega$ eſt à peine de 40 ou 50 degrés. Ainſi la quanòté exponentielle approche fort vîte de zéro, de ſorte que la valeur de h commence bientôt à ne varier qu'entre certaines limites, qui ſe déterminent par

$$h = \frac{P}{m} - (\tfrac{1}{2}p + Q) \cdot \frac{9mrr \sin\phi - 3r(p+3Q)\cos\phi}{9m^2r + (p+3Q)^2}$$

$= maximum$ & $= minimum$.

XCI.

Le cas que je viens de conſidérer, peut tenir lieu d'un grand nombre d'autres. Le point M peut être celui d'un point quelconque du corps humain. La droite BM déſignera dans tous les cas la direction du mouvement. Et moyennant la poulie B, & des poids B, on ſera toujours en état d'évaluer par des expériences la force accélératrice appliquée ou réduite au point M dans la direction M. Le mouvement du point M peut ſe faire ſuivant une ligne droite ou courbe quelconque, quoiqu'ordinairement il ſoit ou droit ou circulaire. L'angle bMp peut tout de même être un angle quelconque. Si cependant le mouvement ſe fait dans une direction horiſontale, le calcul ſe ſimplifie beaucoup. Je n'entrerai point dans ces détails. La force P varie extrêmement ſuivant l'âge, le tempérament, l'état de ſanté, l'exercice &c. Elle ſera de 100 livres pour un homme ro-

buste & bien exercé, tandis qu'elle ne sera que de quelques livres pour un homme affoibli par l'âge ou par des maladies. Outre cela on ne l'emploie pas toujours toute entiere.

XCII.

La différence que j'ai faite dans les deux premieres Parties de ce Mémoire entre les efforts requis pour faire équilibre & ceux que demande l'agilité, devient encore plus nécessaire dans les cas qui font le sujet de cette troisieme Partie. La valeur de h dépend tout autant du chemin que le point M parcourt pendant que le mouvement s'accélere, que de la force P qu'on emploie pour produire l'accélération. Ainsi, par exemple, s'il s'agissoit simplement de pousser, la direction BM, perpendiculaire à celle du bras étendu AM, seroit la moins efficace de toutes. Mais dès qu'il s'agit de jeter ou de frapper, cette direction mérite la préférence, parce que le point M parcourant un arc de cercle, fait assez de chemin pour réparer ce que l'on perd, par la raison que la force suivant cette direction est plus petite.

XCIII.

Ensuite comme le bras, ou tel autre membre du corps qu'on voudra, n'est pas également mobile en tout sens, il est clair qu'il faut éviter les attitudes & les mouvemens qui sont moins naturels. Il faut également préférer ceux où la gravité seconde la force accélératrice. C'est ainsi qu'on ne frappe de bas en haut que dans les cas où on n'est pas libre de faire autrement, parce que la gravité s'oppose à la force motrice du bras.

Fig. Sur le frottement.

Fig. I.

Fig. II.

Fig. III.

Fig. IV.

Fig. V.

RECHERCHES CHYMIQUES sur la Topaze de Saxe.

PAR MR. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

§. 1.

Les précieuses recherches que M. *Pott* a faites sur la Topaze, & qui se trouvent dans la *Continuation des Expériences chymiques sur la Lithogéognosie* p. 112. 113, ne m'ont pas paru devoir m'empêcher de communiquer au public celles que j'ai eu occasion de faire. Cette pierre se trouve entr'autres endroits dans le *Vogtland*, sur le *Schneckenberg*, près de la colline de *Tonneberg* à deux miles d'*Auerbach*: on l'y voit en assez grande abondance dans les crevasses d'un roc fort dur, & elle s'y trouve mêlée avec une espece de marne jaune & avec du crystal de montagne. Quant à sa texture intérieure elle est compacte, mais foliée; ce que cette pierre a de commun avec le diamant. Sa figure est prismatique, à quatre angles inégaux: elle est dure & a beaucoup d'éclat. On peut consulter à ce sujet l'ouvrage de Mr. *Kern*, sur la Topaze de Saxe, publié par Mr. *de Born*.

§. 2.

C'est de cette espece de topaze, & non d'aucune autre, qu'il s'agira ici. Voici la méthode que j'ai suivie. Comme j'avois observé depuis longtems, que surtout les pierres dures, & en particulier celles qu'on met au nombre des pierres fines, n'étoient pas composées de terres homogenes, mais de diverses especes de terre, je crus qu'il convenoit de commencer par examiner la topaze au moyen des dissolvans, & de la soumettre en conséquence à l'épreuve des acides.

Pour ſuivre cette idée, & découvrir les différentes eſpeces de terre que je ſoupçonnois entrer dans la compoſition de la topaze, je choiſis les trois acides du regne minéral, l'acide du vitriol, celui du nitre & celui du ſel.

L'on ſait qu'il faut préalablement réduire en poudre les pierres dures qu'on veut ſoumettre à des recherches chymiques: or comme cela n'eſt pas praticable dans des mortiers de métal, mais que ces pierres rougies au feu & trempées enſuite dans l'eau deviennent à la fin friables & peuvent être réduites en poudre dans un mortier de verre, qu'elles n'endommagent pas: je me ſervis de cette méthode pour réduire la topaze en poudre. Je pris une livre de cette pierre, que je lavai avec ſoin & calcinai enſuite dans un creuſet à un feu violent: je la trempai après cela dans l'eau froide, & répétai cette opération à trois différentes repriſes. Cela étant fait, je parvins facilement à la réduire en poudre: je verſai de l'eau froide ſur cette poudre, & après l'avoir fait écouler, je fis ſécher le tout parfaitement.

§. 3.

Je mis une once de cette poudre dans une cornue de verre; je verſai là-deſſus ſix onces d'eſprit de vitriol, que j'avois préparé en ajoûtant à une partie d'huile de vitriol trois parties d'eau. Après avoir bien luté mon récipient, je diſtillai le tout juſqu'à ſiccité parfaite, & j'obſervai qu'en augmentant la force du feu il s'étoit attaché au col de la cornue un ſublimé, qui diſparut enſuite, ayant été emporté avec les vapeurs, & troubla la liqueur qui ſe trouvoit dans le récipient. En détachant le récipient je ſentis une odeur fort approchante de celle de l'eau de roſe: ce qui étoit au fond de la cornue parut un peu gonflé; je le broyai dans un mortier de verre, où j'avois mis un peu d'eau; je verſai là-deſſus de l'eau chaude diſtillée, je filtrai le tout, & j'édulcorai le réſidu avec de l'eau chaude juſqu'à ce que cette eau n'eût plus aucun goût.

Je mis cette eau ou cette leſſive dans un vaſe, que je plaçai dans un endroit chaud, pour la faire évaporer: la plus grande partie en étoit évaporée ſans que je m'apperçuſſe encore de la moindre cryſtalliſation, peut-être à cauſe d'une trop grande abondance d'acide: à la fin de petits cryſtaux aigus

ſe montrerent au froid. Ces cryſtaux, dans toutes les expériences que je fis, parurent n'être autre choſe qu'un vrai ſélénite. Ce qui étoit reſté de cette leſſive avoit un goût fort d'alun: cela me porta à y verſer une ſolution de ſel de tartre, dans le deſſein de ſaouler l'acide ſuperflu; & après y en avoir verſé ſuffiſamment, il ſe précipita une poudre fine & cryſtalline. Cette poudre ayant été diſſoute dans l'eau, j'en retirai de beaux cryſtaux, que je ſoumis à toutes ſortes d'épreuves, & je les reconnus toujours pour du véritable alun.

La poudre qui étoit reſtée ſur le filtre peſoit ſept drachmes & un ſcrupule; il y avoit donc deux ſcrupules de diſſous. D'où je conclus que la topaze contenoit, outre une terre calcaire, une terre argilleuſe.

§. 4.

Je pris une drachme de ma poudre de topaze, & la mis dans un verre, où je verſai deux onces d'eſprit de nitre, & je l'expoſai à une digeſtion chaude. J'obſervai qu'il s'élevoit de petites bulles; mais l'eſprit de nitre ne changea point de couleur, & reſta toujours clair. Ayant fait écouler le liquide, je verſai ſur cette poudre d'autre eſprit de nitre, & je continuai de la ſorte juſqu'à conſommation de huit onces: le tout, après avoir été filtré, me donna une poudre, que j'édulcorai avec de l'eau chaude; ce qui m'en reſta étant ſec peſoit 25 grains: d'où il réſulte qu'il y en avoit eu 35 de diſſous.

Je mis après cela dans une cornue de verre les huit onces d'eſprit de nitre, que je venois d'employer: je les diſtillai juſqu'à ſiccité: il ne s'étoit rien ſublimé. Il reſta au fond de la cornue une maſſe brunâtre, qui devint humide à l'air: j'y verſai de l'eau chaude, qui la fit diſſoudre preſque entierement: je filtrai cette ſolution, & je remarquai que le liquide filtré avoit un goût amer, ſemblable à celui d'une ſolution de terre calcaire. Après avoir lavé & ſéché ce qui étoit reſté dans le filtre, je trouvai un peu de terre brune du poids d'un grain.

Je précipitai enſuite la leſſive au moyen de l'acide de vitriol, & je trouvai un vrai ſélénite: preuve de l'exiſtence d'une terre calcaire.

§. 5.

Il me restoit d'éprouver ma poudre de topaze avec l'acide du sel. Je pris donc une drachme de cette poudre; j'y versai une once d'un bon esprit de sel fumant & bien limpide, lequel j'avois fait moi-même avec beaucoup de soin; je l'exposai à une digestion bien chaude: je fis écouler quelque tems après l'esprit de sel qui s'étoit coloré, & avoit pris une couleur jaune; j'y versai d'autre esprit de sel, & je continuai la digestion: je répétai la même opération, & j'employai à cet usage quatre onces du dit acide. Je filtrai le tout; ce qui resta dans le filtre fut édulcoré avec de l'eau chaude, & séché ensuite; il se trouva qu'un scrupule de ma poudre s'étoit dissous, vû que le résidu n'en pesoit plus que deux. Pendant la solution on s'apperçut de quelques petites bulles qui s'élevoient; & dans le résidu je trouvai de petits crystaux. Je distillai ensuite, dans une cornue de verre, jusqu'à siccité parfaite, & même jusqu'à ce que la cornue vint à rougir, l'esprit de sel que j'avois versé sur ma poudre: je trouvai au fond une masse brunâtre, qui fut presque entierement dissoute dans l'eau chaude: je filtrai le tout, & ce qui resta dans le filtre, après avoir été édulcoré, parut une poudre d'un jaune rougeâtre. Je versai sur cette poudre de l'esprit de sel, qui en prit sur le champ une couleur jaune; & après y avoir versé un peu de lessive de sang, il se précipita une poudre qui étoit du véritable *bleu de Berlin*: preuve qu'il se trouve dans la topaze des parties ferrugineuses, que l'esprit de sel avoit dissoutes. L'eau qui avoit servi à édulcorer cette petite masse brunâtre me donna, au moyen d'une précipitation faite avec l'huile de tartre par défaillance, un précipité blanc, qui filtré & édulcoré à son tour se fit connoître pour une vraie terre calcaire; puisqu'avec l'acide du sel elle se mit en effervescence, & qu'après y avoir ajoûté de l'acide de vitriol, j'obtins un véritable sélénite: preuve incontestable de l'existence de la terre calcaire.

Ayant répété ces expériences plus en grand, & pris une once de la poudre de topaze & 16 onces d'esprit de sel, j'en retirai deux scrupules & six grains de terre ferrugineuse, en sorte qu'il resta sept drachmes & 14 grains de topaze qui ne furent pas dissous.

§. 6.

Quoique l'acide du vitriol eût extrait une portion de véritable alun, il me parut cependant que cette portion n'étoit pas assez forte pour que je fusse assuré que toute la terre alumineuse qui pouvoit se trouver dans la poudre de topaze, en eût réellement été extraite par le moyen de cet acide. Cela me fit naître l'idée de commencer par la travailler avec des sels alcalis, pour lui enlever, du moins en partie, les parties inflammables qui peuvent y être, & qui résistent peut-être à l'action de l'acide vitriolique. Je mêlai en conséquence parties égales de sel de tartre bien purifié & de topaze; je mis le tout dans un creuset bien couvert, que je plaçai dans un fourneau de fusion: après que le creuset eut rougi pendant un quart d'heure, je l'exposai au feu le plus violent, & je trouvai après le refroidissement que l'alcali avoit pour la plus grande partie percé à travers le creuset; je lavai le tout, le filtrai, & après une édulcoration réitérée, je fis sécher la topaze calcinée avec l'alcali, & j'en retirai une poudre blanche. Je versai sur cette poudre une quantité suffisante d'esprit de vitriol; il y eut effervescence, & après avoir versé de l'eau chaude sur cette solution, pour dissoudre les parties salines, je la filtrai, & fis évaporer la lessive: j'édulcorai ce qui étoit resté dans le filtre, & je le fis sécher ensuite. L'évaporation me donna une plus grande quantité d'alun crystallisé, que je n'en avois eu dans l'expérience rapportée au §. 5.

§. 7.

Je répétai cette expérience, que Mr. *Stang* (*) rapporte avoir faite sur un autre corps, savoir sur le verre de Russie, avec une plus forte quantité de topaze & de sel alcali. Je pris pour cet effet une demi-once de topaze & deux onces & demie de sel alcali, & je mêlai le tout au mieux: je le fis calciner pendant une heure dans un creuset ouvert, & l'exposai ensuite une heure à l'ardeur du feu le plus violent. Ce mélange ne se fondit pourtant pas: j'en retirai une masse bleue spongieuse, & je trouvai qu'il s'étoit attaché au couvercle du creuset quelque chose de semblable à de la suie: j'eus soin d'édulcorer cette masse avec de l'eau bouillante; après le desséchement,

(*) Dans sa Dissertation *pro gradu Doctoris*. Francfort sur l'Oder 1767.

elle pesa une demi-once & 30 grains. Je versai là-dessus trois onces d'esprit de vitriol, qui firent effervescence; & après l'avoir fait digérer, j'en retirai une masse saline que je lessivai avec de l'eau chaude jusqu'à édulcoration parfaite. Il resta dans le filtre une matiere glaireuse, sur laquelle je versai encore de l'esprit de vitriol, que je fis digérer, afin d'en retirer tout ce qui pouvoit se dissoudre: j'y versai ensuite de l'eau & j'édulcorai le tout au mieux. Ce qui étoit resté dans le filtre pesa après siccité parfaite une drachme, deux scrupules & cinq grains.

Je mêlai ensemble l'esprit de vitriol employé dans le premier essai avec celui qui m'avoit servi dans le second, & je distillai cet esprit jusqu'à ce qu'il ne resta plus de fluide dans la cornue; après avoir exposé la cornue à un feu plus violent, j'y trouvai une masse saline & blanche, que je fis dissoudre & filtrer; j'exposai ensuite cette nouvelle solution à un endroit fraix pour favoriser la crystallisation, & je retirai par-là un véritable alun; preuve que l'esprit de vitriol avoit dissous tout ce qu'il pouvoit dissoudre. Je trouvai de plus une drachme, deux scrupules & cinq grains d'une terre entierement insoluble dans l'esprit de vitriol. En déduisant le poids de cette terre d'une demi-once & 30 grains, il paroît qu'il y avoit eu deux drachmes, deux scrupules & cinq grains de parties solubles, lesquelles réunies à l'esprit de vitriol se montrerent de véritable alun.

Je devrois faire voir ici ce que c'est que cette terre glaireuse, qui pesoit une drachme, deux scrupules & cinq grains: mais je suis obligé d'en faire abstraction pour le présent, afin d'en parler avec plus de certitude que je ne le puis encore, m'étant proposé d'en faire l'objet de recherches particulieres. Au reste il n'est pas douteux, que la topaze ne consiste principalement en parties très fines de terre alumineuse, & en parties calcaires.

§. 8.

Je passe à quelques expériences dans lesquelles j'ai fait fondre ce que j'avois retiré de la topaze au moyen des acides, après l'avoir mêlé avec différentes especes de terre.

1. Je pris une portion de ce que j'avois retiré de la topaze au moyen de l'acide du vitriol, & je le mêlai avec parties égales de borax calciné:

j'exposai ce mélange à un feu de trois heures, & en retirai une masse transparente, semblable à la topaze, qui frappée contre l'acier ne donna point d'étincelles, mais qui étoit assez dure pour tracer des raies sur le verre.

2. Une semblable portion de topaze mêlée, parties égales, avec le précipité du *spathum fusibile*, sublimé avec l'huile de vitriol, donna après la fusion une masse opaque, d'un jaune brun, dont je ne pus tirer d'étincelles, & qui se brisoit aisément.

3. Une portion semblable de topaze & de magnésie blanche (qui avoit été précipitée du sel de Seidlitz) mêlées ensemble, parties égales, produisirent une masse opaque blanche, qui avoit quelques bulles & qui donna des étincelles.

4. Même portion de topaze mêlée avec de l'argille de *Sosa*, du *spathum fusibile*, & du caillou, parties égales, produisit à la fusion une seule masse; mais cette masse étoit en partie claire & jaune, & en partie d'un blanc de lait, ce qui faisoit juger que le sable ne s'étoit pas suffisamment dissous: elle ne donna aucune étincelle.

5. Même portion mêlée en parties égales avec du caillou, de l'argille de *Sosa*, du *spathum fusibile*, & avec une demi-partie de borax, donna après la fusion une masse opaque, & d'un gris blanc, qui avoit quelques parties transparentes, & qui ne rendit point d'étincelles.

6. Même portion mêlée avec la pierre ollaire, parties égales, après avoir été exposée au feu le plus violent, donna une masse spongieuse, dont je tirai des étincelles.

7. Je pris aussi une portion de topaze travaillée avec l'acide du sel: mêlée avec de la magnésie blanche & du borax, parties égales, j'en retirai une masse d'un jaune clair, transparente, sans aucune bulle, mais dont on ne put tirer d'étincelles, & qui ne raya que foiblement le verre.

8. Une portion semblable mêlée avec moitié autant de magnésie blanche donna une belle masse blanche, opaque, dense, & dont je tirai des étincelles.

9. Deux parties de cette même topaze mêlées avec une partie du précipité du ſublimé du *ſpathum fuſibile*, & une de magnéſie blanche, produiſirent une maſſe blanche, opaque, ſemblable à de la porcelaine, & aſſez dure pour donner des étincelles.

10. Deux parties de cette topaze, une de magnéſie blanche, une du précipité du ſublimé du *ſpathum fuſibile*, & une demie de borax, mêlées enſemble produiſirent auſſi une maſſe ſemblable à la porcelaine; & quoiqu'elle parût fort denſe, on n'en put tirer d'étincelles.

11. Une partie de cette topaze & une du précipité du ſublimé du *ſpathum fuſibile* mêlées enſemble donnerent une maſſe, dont la partie ſupérieure paroiſſoit quelque peu tranſparente, mais dont la partie inférieure étoit opaque; elle parut fort denſe; on n'en tiroit aucune étincelle.

12. Même portion de topaze mêlée, parties égales, avec de l'argille de *Soſa*, & du précipité du ſublimé du *ſpathum fuſibile*, donna une maſſe tranſparente, jaune, ſemblable à la topaze; quoique dure & denſe, on n'en tira point d'étincelles.

13. Deux parties de cette topaſe mêlées avec une de borax donnerent une maſſe écumeuſe, où l'on n'apperçut aucune trace de fuſion.

14. Une partie de cette topaze mêlée avec autant de borax donna une maſſe bien fondue, dure & un peu opaque.

J'ai encore fait quelques expériences avec du ſel d'urine fuſible calciné, tant de la premiere que de la ſeconde cryſtalliſation: j'en rapporterai deux.

15. Je pris une portion de la topaze travaillée avec l'acide du ſel, & je mêlai avec une partie égale de ſel d'urine fuſible de la premiere cryſtalliſation, & j'expoſai le tout à un feu violent trois heures durant; j'en tirai une maſſe d'un gris blanc.

16. La même expérience avec le ſel d'urine fuſible de la ſeconde cryſtalliſation produiſit une maſſe tranſparente, qui rayoit le verre, mais ne donnoit point d'étincelles.

EXAMEN

EXAMEN

D'UNE QUESTION DE PHYSIOLOGIE,

relative à l'état du Baſſin des Femmes dans la circonſtance de l'Enfantement. (*)

Par Mr. de Francheville.

La Queſtion que je me propoſe d'examiner, n'eſt pas ſeulement des plus curieuſes, mais auſſi des plus importantes. Il s'agit de ſavoir, ſi dans le tems de l'Accouchement le Baſſin de l'Hypogaſtre des Femmes prête & ſe dilate pour faciliter le paſſage de l'enfant. Cette queſtion partage depuis longtems les Maîtres de l'Art. La plupart le nient, mais d'autres l'affirment pour l'avoir remarqué; ce qui prouveroit d'abord que cette dilatation n'arrive pas à toutes les femmes, mais qu'elle peut arriver, & c'eſt ce que je me propoſe de faire voir. L'Enfantement, cette grande & douloureuſe opération de la Nature, eſt accompagné de tant de dangers, que ce ſera ſans doute un ſujet de reconnoiſſance & d'admiration de voir que la divine Providence ait ménagé aux femmes une reſſource ſi digne de ſa bonté. En effet, que cette dilatation ſoit probable, ce qui donne lieu de le croire eſt, indépendamment de la ſageſſe de Dieu dans toutes ſes œuvres, la conſtruction même du Baſſin; & enfin qu'elle ſoit prouvée, c'eſt ce que fera voir le témoignage d'un grand nombre d'Autorités reſpectables, tant des ſiecles paſſés que de celui-ci.

(*) Lu le 12 Décembre 1776.

§. I.

Description des os & des ligamens du Bassin avec la différence de celui des femmes à celui des hommes.

Le Bassin, ainsi nommé à cause de sa figure, est divisé en deux, le grand & le petit. C'est une espece de charpente osseuse, qui dans les adultes des deux sexes consiste en trois grands os, & en trois ou quatre petits: les trois grands sont l'os *sacrum* & les deux os dits *innominés*, parce qu'ils sont les seuls du corps qui n'ont point de nom: les autres os forment le *coccyx*. Mais dans les enfans des deux sexes les os du bassin sont en plus grand nombre que dans les adultes; car l'os *sacrum* est composé de cinq pieces distinctes, nommées fausses vertebres, & chaque os *innominé* est divisé en trois, ce qui fait onze pieces en tout, sans y comprendre le *coccyx* qui dans la plus tendre enfance est entierement cartilagineux.

L'os *sacrum*, qui est d'une forme triangulaire, a deux grandes surfaces; dont la postérieure est inégale & convexe, & l'antérieure unie & concave. Ces os forment la partie postérieure du bassin. La longueur la plus ordinaire de l'os *sacrum* est de 3 à 4 pouces depuis sa pointe jusqu'au milieu de sa base; & la profondeur de sa partie concave est de 6 à 8 lignes: ceux qui ont moins de profondeur sont applatis, & ceux qui en ont plus sont trop creux. Les deux os *sacrum* applatis & bien situés contribuent beaucoup à rendre spacieux le vuide du bassin; & ceux qui sont trop concaves en rétrécissent l'entrée & la sortie. Plus la partie supérieure de l'os *sacrum* s'approche de l'axe du bassin, & plus le *pubis* s'en rapproche aussi, & au contraire *vice versa*. Si la partie supérieure de l'os *sacrum* se jette en arriere, le bassin est rétréci par en bas, & si elle se porte beaucoup en dedans, il est rétréci par en haut.

Les deux os *innominés* sont adhérens à la colonne du corps humain ou à l'échine par la partie inférieure; & au moyen d'un cartilage ils sont attachés de part & d'autre aux côtés de l'os *sacrum* par deux ligamens très-forts. Chacun de ces os est composé, comme j'ai dit plus haut, de trois autres, qu'on nomme *ileum*, *ischium* & *pubis*: tous trois joints étroitement par des cartilages qui dans l'enfance peuvent être séparés par un couteau à

dos mince, & les endroits de leurs séparations sont visibles jusqu'à la septiéme année. Ensuite leurs cartilages étant desséchés ils deviennent un seul os très-fort, qui joint des deux côtés à l'os *sacrum* forme le bassin, ou cette cavité qui renferme une partie des intestins, la vessie, & dans les femmes la matrice qui contient le *fœtus*.

Les os *ileum*, dont le nom vient de l'intestin *iliaque* ou long boyau qui en est proche, sont aussi nommés en François les os *des iles* ou des *hanches*. Ces os sont les plus grands du bassin & en occupent latéralement la partie la plus haute. Ils ont une étendue remarquable, un peu concave, à laquelle on donne le nom de *côte*. Leur circonférence est demi-circulaire, inégale, & leurs extrémités devant & derriere sont appellées par quelques-uns *épines*, *sourcils* & *levres*; & tout l'extérieur de ces os a le nom de *dos*. Ces os, indépendamment d'un cartilage, sont joints à l'os *sacrum* par un ligament commun d'une membrane très-forte. Quand les épines antérieures de ces os sont trop portées latéralement & en arriere, le bassin est ovale.

Les os *ischium*, ou *moyens*, sont la partie extérieure & la plus basse du bassin. Ils ont de l'épaisseur & de la fermeté. On y trouve une cavité ample & profonde, revêtue d'un cartilage très-uni & glissant; on la nomme l'*acétabule*, la *boëte* ou l'*emboëture*, dans laquelle la tête globuleuse de l'os du *femur* ou de la cuisse est enfermée, & d'où venant à sortir, il se fait une luxation; ce que la Nature voulant empêcher, elle a joint fermement cet os par un double ligament; & l'apophyse est plus grande par derriere que par devant, afin que quand nous nous asséions, le *femur* fasse plus facilement un angle aigu. Mais dans l'intérieur de la cavité on remarque un sinus un peu âpre & inégal, auquel est fortement attaché le ligament qui retient la tête du *femur* au dedans de l'*acétabule*. On y observe aussi deux éminences, pour l'attache de plusieurs muscles. Si les tubérosités des *ischions* sont trop grandes, elles s'approchent trop & nuisent dans l'accouchement. Dans une femme de stature médiocre la séparation ou l'éloignement des tubérosités des os *ischions* entr'elles & leur distance de la jonction de l'os *sacrum* avec le *coccyx*, doivent être de quatre pouces de toute part,

de maniere que ces trois lignes représentent un triangle équilatéral d'un pied de circonférence: & l'espace compris entre les deux tubérosités des *ischions* égale ordinairement un des trois diametres de l'entrée supérieure du bassin, ou un des côtés du triangle de la sortie.

Les os *pubis* ou du *pecten* sont la partie de devant & la plus petite des os *innominés*, qui pour plus grande legéreté sont percés d'un ample trou situé entre l'os *pubis* & l'*ischion*. Ils sont unis fortement avec leur semblable par le moyen d'un cartilage, & leur partie supérieure forme une arcade réguliere dans laquelle se trouve un sinus par où passent les vaisseaux qui portent le sang à la jambe. Ce trou donne place aux deux muscles du fémur, savoir en dehors à un externe, & en dedans à un interne qui le bouche; ces deux muscles sont le second & le troisiéme des muscles tournans lesquels sont séparés l'un de l'autre par un fort ligament qui s'étend sous le trou. *Riolan* nie que cette jonction des os *pubis* soit affermie par un ligament membraneux: mais *Wesling*, & plus récemment encore *Winslow*, n'ont pas été de son avis. Lorsque les os *pubis* sont applatis, l'entrée supérieure du bassin est rétrécie à proportion de leur applatissement; & c'est le cas où les Anciens disoient, mais improprement, que les femmes étoient *barrées*. La jonction des os *pubis* entr'eux, dans les deux sexes, est recouverte extérieurement d'une grande quantité de fibres ligamenteuses & aponévrotiques très-fortes & très-serrées, qui sont fournies en grande partie, par les muscles droits.

Enfin le *coccyx* est attaché à la pointe de l'os *sacrum* par un cartilage à ressort ou élastique: il est composé de trois petits os unis de même, & par conséquent susceptibles de petits mouvemens les uns avec les autres; sa courbure, qui est conforme à celle de l'os *sacrum*, sert encore de soutien aux parties contenues, d'attache à de petits muscles, & d'une espece de ressort pour adoucir la commotion de l'épine dans les chûtes, en obéissant, & amortissant un peu la violence de l'impression qui se fait sentir quand on tombe. Dans le premier âge de la vie, le *coccyx* est entiérement cartilagineux. Il est rare aussi que la premiere vertebre de celui des femmes ait des apophyses obliques, bien distinctes; il est au contraire fort commun que le

coccyx des hommes, à âges pareils, ait de ces éminences très-longues: aussi voit-on que le *coccyx* des femmes est ordinairement à tout âge plus mobile que celui des hommes du même âge. On trouve quelquefois dans les femmes, qui ont passé 40 ans sans avoir eu des enfans, la premiere des vertebres du *coccyx* soudée avec la derniere piece de l'os *sacrum*. Cette soudure se fait par le desséchement des ligamens qui tiennent ces os unis ensemble, tant latéralement que postérieurement: l'os *sacrum* est alors percé de cinq paires de trous au lieu de quatre. Les autres pieces osseuses qui composent le *coccyx*, se soudent aussi quelquefois dans un âge avancé; mais c'est presque toujours la jonction de la premiere avec la seconde vertebre de cet os qui reste le plus longtems mobile. Si le *coccyx* n'est pas vicieusement conformé, & qu'on ne s'oppose pas à sa rétrocession, il ne porte point d'obstacle à l'accouchement. Il y a cependant des cas, où il faut empêcher cet os de se porter trop en arriere, afin d'éviter le déchirement de la fourchette. Il y a aussi quelques autres cas, où le *coccyx* est par lui-même la cause essentielle du retardement de la sortie de la tête de l'enfant venu à terme & vivant.

Telle est la description du bassin commun aux deux sexes. A présent il faut remarquer les différences qui se trouvent entre celui des hommes & celui des femmes. Voici en quoi elles consistent.

1°. Dans les femmes la cavité du bassin a plus d'étendue en tous sens.

2°. La face intérieure de l'os *sacrum* est plus enfoncée, & forme une cavité plus profonde pour donner plus de place au *fœtus* qui doit y passer dans l'enfantement; & par la même raison cet os est attaché à l'*ischion* par un ligament beaucoup plus lâche que dans les hommes.

3°. Les côtés du bassin formés par les os des *iles* sont plus évasés: ces os sont plus grands, & leurs épines s'étendent plus vers les côtés dans les femmes.

4°. Les branches de l'*ischion* & des os *pubis* sont plus écartées les unes des autres: les parties inférieures des mêmes os s'avancent plus en devant & rendent le bassin plus large.

5°. Le cartilage, par lequel les os *pubis* font attachés, pour pouvoir mieux s'étendre, eft plus épais & plus lâche dans les femmes que dans les hommes, furtout fi elles ont eu plufieurs couches.

Ajoutez à cela que dans le tems de l'enfantement, fi le *fœtus* eft petit, il peut paffer fans beaucoup de peine par le détroit du baffin, comme l'expérience le montre tous les jours par l'exemple de tant de femmes qui accouchent fubitement & fans le fecours de perfonne: car en ce tems-là les parties génitales font tellement humectées, lubréfiées, relâchées, devenues molles & gliffantes par la copieufe affluence des humeurs, qu'elles admettent facilement la main de la Sage-femme & de l'Accoucheur. Mais fi le *fœtus* eft d'un gros volume & que les parties foient étroites, alors l'accouchement devient plus ou moins difficile & laborieux: & c'eft le cas où les os *pubis*, par le relâchement des ligamens & des cartilages, s'ouvrent quelque peu; & même la connexion cartilagineufe de l'os *facrum* avec les os des iles fe relâche de maniere qu'ils s'écartent manifeftement l'un de l'autre. En effet, à quel deffein la Nature, qui ne fait rien d'inutile, auroit-elle mis tant d'os & de liaifons dans cette partie, fi ces liaifons n'avoient pas dû fe prêter au befoin de l'enfantement?

On voit donc évidemment par-là, que la dilatation du baffin des femmes dans l'enfantement eft tout au moins probable, comme j'ai eu deffein de le montrer dans cette premiere Section. Il ne me refte plus qu'à rendre cette probabilité inconteftable, en provoquant au témoignage d'un grand nombre d'Autorités que je vai produire en commençant par les plus anciennes & finiffant par celles que nous fournit ce XVIIIe fiécle.

§. II.

Autorités anciennes.

I. HIPPOCRATE, ou l'Auteur du Livre qu'on lui attribue fur la nature de l'Enfant, paroît avoir touché la queftion que je traite: il affure qu'il fe fait un écartement des os du baffin, au moins lors du premier enfantement. Les femmes fouffrent principalement, dit-il, la première fois qu'elles accouchent, parce qu'elles ne font point accoutumées à ces dou-

leurs; tout le corps en eſt ébranlé: elles ſe font particulieremeot ſentir dans la région des lombes & des hanches qui s'écartent dans le travail: *Ex puerperis autem præcipuè laborant, quæ primos partus experiuntur, eò quod doloribus non aſſueverint, & totum quidem corpus dolor occupat, præcipuè vero lumbos & coxendices, quæ ipſis diducuntur.* Cette verſion eſt tirée d'un Mémoire inſéré dans l'Hiſtoire de l'Académie Royale de Chirurgie, Tom. IV. page 64. Mais *Sèverin Pineau* veut qu'on traduiſe ainſi ce paſſage d'*Hippocrate*: *Mulieres quæ pariunt graviſſimis torquentur doloribus, hæ vero maximè quæ non conſueverunt & adhuc incipiunt: ſed dolores lumbos præcipuè & ilia occupant: tunc enim diſtenduntur diſtrahunturque ab invicem.* Sur quoi *Pineau* dit que ce ſentiment d'*Hippocrate* eſt que par les os *ilium* on doit entendre auſſi les os *pubis* & *iſchium*; car s'il ne s'agiſſoit que des ſeuls os *ilium* diſtingués des os *iſchion* & *pubis*, comme ils le paroiſſent daos les jeunes gens avant que la ſymphiſe ſe faſſe immédiatement vers la 16e année au plus, auroit-il dit? pendaot que les os des iles s'écartent l'un de l'autre, puiſque jamais ils ne s'uniſſent entre eux par le moyen d'un ſimple cartilage, mais qu'ils ont toujours entre deux l'os *ſacrum* qui les unit de côté à droite & à gauche? Il auroit dit plutôt que ces os des iles s'écartoient de l'os *ſacrum* que non pas l'un de l'autre. De plus, quand même *Hippocrate* parleroit effectivement en cet endroit de la partie de derriere des os *ilium* ſeulement eotant qu'ils ſont unis avec l'os *ſacrum*, car encore qu'ils ayent ce *medium*, ces os *ilium* ne ceſſent pas néanmoins de s'écarter l'un de l'autre, c'eſt à dire d'acquérir eotre eux un plus grand eſpace dans le tems de l'accouchement, ce qui ne peut ſe faire, que par des cartilages devenus plus épais & ſitués entre les mêmes os *ilium* & l'os *ſacrum*, après qu'ils ont été abreuvés de l'humeur muqueuſe, par leſquels moyeos ils s'uniſſent. Cela poſé, qui empêchera que le cartilage oblong qui eſt entre les os *pubis*, ne puiſſe auſſi par une certaine analogie qu'il a avec ceux de derriere, s'abreuver & ſe dilater & conſéquemment les os s'écarter, ce cartilage étant ſurtout très-proche de l'*uterus*, de ſon col & du *ſinus pudoris*, par leſquels ſurtout l'humeur eſt envoyée à toutes les parties d'alentour. D'où il n'y a aucuoe raiſon pour que l'écartement des os qui conſti-

tuent le baſſin des femmes ſe faſſe plus vîte par derriere que par devant & la dilatation plutôt auſſi dans une ſymphiſe que dans l'autre; à moins qu'on ne prétende que celle de devant comme plus voiſine, étant ſituée entre les deux os *pubis*, ſe dilate plutôt que les deux de derriere. Enfin il y a une troiſieme raiſon, qui eſt que l'os innominé, compoſé de trois os, comme on l'a dit, a été tout entier appellé tantôt os *pubis*, tantôt os *iſchium*, & plus ſouvent même du tems d'Hippocrate, comme encore aujourd'hui, os *ilium*. Ainſi *Pineau* ne craind point de conclure, que par les os *ilium Hippocrate* a entendu auſſi les os *pubis*, qui relâchant leur propre & particuliere ſymphiſe, s'écartent l'un de l'autre, puiſque les loix & l'uſage de ces trois ſynchondroſes ſont les mêmes. Et c'eſt auſſi ce qu'*Hippocrate* paroît avoir confirmé ailleurs en parlant des femmes groſſes & de l'acconchement, lorſqu'il dit, qu'au bout de trois fois 90 jours, c'eſt à dire neuf mois, la droite & la gauche s'entr'ouvrent: *Et quicquid in nonaginta diebus movetur in triplicitate perficitur; poſt menſes dextra & ſiniſtra hiant.*

II. Le Rabbin SIMÉON fils de *Jochaï*, qui vivoit au commencement du ſecond ſiecle de notre Ere, & que les Juifs regardent comme le Prince de leurs Cabbaliſtes, paroît avoir connu l'écartement des os du baſſin, comme il le montre dans ſon commentaire intitulé *Zoar*, ſur ces paroles du premier Chapitre de l'Exode, où les deux Sages-femmes répondent au Roi d'Egypte: *Les femmes des Hébreux ne ſont pas comme celles des Egyptiens, car elles ſavent elles-mêmes comment il faut accoucher, & avant que nous ſoyons venues les trouver, elles ſont déja accouchées.* Sur quoi le Rabbin prenant cette réponſe dans le ſens phyſique, dit poſitivement; qu'il n'y a rien de plus admirable dans toute la Nature, que l'écartement des os *pubis* qui ſe fait dans les femmes pour faciliter l'accouchement; que c'eſt un grand ſecours de la Nature, ou plutôt de la Providence divine, à laquelle la Nature elle-même eſt ſubordonnée; & que les plus grands efforts ne produiroient pas une pareille dilatation, quelque force qu'on pût y apporter. Le Rabbin employe à ce ſujet la comparaiſon des bois de cerf qui renaiſſent tous les ans.

III. CLAUDE GALIEN, célebre Médecin, qui mourut vers l'an 200 de notre Ere, me paroît, ainsi qu'à *Pineau*, mériter d'être mis aussi au nombre des Anciens qui ont cru la dilatation du bassin dans l'accouchement. Car ayant parlé de l'enfantement comme d'un miracle, on peut croire avec *Pineau*, qu'il a eu tacitement en vue, à l'exemple d'*Hippocrate*, l'écartement des os du bassin.

IV. AVICENNE, ce Prince des Médecins Arabes dans le XI[e] siecle, étoit si persuadé que les os *pubis* & *ilium* s'ouvrent & s'écartent dans l'enfantement, qu'il dit, selon son Interprete; que quand le *fœtus* se détache, le bassin s'ouvre d'une telle ouverture, qu'il n'en fautoit faire une semblable dans un autre tems; qu'il faut que certaines jointures se séparent & se soutiennent avec l'aide du Dieu très-haut, qui les prépare & les dispose à cela & qui ensuite les rapproche pour continuer leur fonction naturelle; & notre Philosophe dit expressément, que c'est la plus forte des œuvres de la Nature: *Validissimum ex Naturæ operibus.* (*)

Voilà ce qui paroît avoir été cru l'espace de deux mille ans, pendant lesquels on ne trouve aucun Médecin ni Philosophe qui ait nié l'écartement des os du bassin dans l'accouchement.

§. III.

Autorités Modernes.

V. JEAN FERNEL, né au commencement du XVI[e]. Siecle & mort en 1558, fut le premier qui malgré son respect pour les Médecins Arabes, osa s'élever contre l'ancienne doctrine de l'écartement des os du bassin. Voici ce qu'il en dit dans sa Pathologie Livre VII. chap. XI. touchant la procréation de l'homme. „*Avicenne* est dans l'opinion qu'en ce tems-là les os *pubis* s'écartent nécessairement, & que leur jointure s'ouvre comme si elle étoit désoudée: ce qui ne peut se faire par aucune raison, & n'a point été reconnu par l'usage: *Avicennas in ea est opinione, ut existimet pubis ossa tum necessario sejungi, horumque commissuram quasi dissolutam patere, quod tamen fieri nulla ratione potest, nec est usu deprehensum.*" Mais

(*) Lib. 3. fenin. 2. Tract. I. cap. 2.

cette négation inconſidérée n'a pas empêché ce Médecin, en établiſſant dans ſa même Pathologie Livre VI. Chap. XVI, les difficultés de l'accouchement, de mettre au nombre des obſtacles qui dépendent de la mere, l'union trop ferme des os *pubis*: *Anguſtia & oſſis pubis firmior compactio*. En quoi certainement il s'eſt conrredit lui-même.

VI. JOSSE WILLICH, mort en 1552, Profeſſeur daos l'Univerſité de Francforr ſur l'Oder, dans ſon Anatomie Livre I. Ch. 23. témoigne que les os *pubis* ſont joints par une ſynchondroſe ou cartilage qui a coutume de ſe relâcher conſidérablement dans les femmes qui accouchent.

VII. JACQUES SYLVIUS, mort en 1555, dans ſon Introduction à l'Anatomie chapitre 2. dit que dans les femmes nouvellemenr accouchées, ou au moment de l'accouchemenr, le cartilage qui lie les os *pubis*, eſt plus mou & plus relâché qu'en tout autre tems, de ſorte qu'en le coupant il ſe ſépare facilement.

VIII. JEAN DE GORRIS, ou GORRÆUS, mort en 1577, dans ſon Commentaire ſur le Livre d'*Hippocrate de natura pueri*, dit, qu'aux femmes qui accouchent les hanches ſe déſuniſſent & que c'eſt pour cela que les reins & les cuiſſes leur cauſeot de la douleur: mais, ajoute-r-il, quoique ces os ſe ſéparent & s'ouvrent, cependant ils ne ſe déboitent pas; car ſi cela arrivoit, jamais ils ne retourneroienr à leur premiere ſituation.

IX. SÉVERIN PINEAU, ou PINÆUS en Latin, mort en 1619, le Doyen des Chirurgiens, que l'on regarde encore aujourd'hui comme le plus ſavant de l'ancienne Chirurgie, a éré uo des plus zélés défenſeurs de la dilatation du baſſin dans l'accouchement. Voici ce qu'il en dit dans ſon Opuſcule phyſiologique & anatomique, que je rraduirai du Latin en François, ſur l'édition de Leyde de 1641, m'y bornant à ce qui touche préciſément ma queſtioo.

Chapitre V. Suivent les cauſes & raiſons par leſquelles on peut prouver que les os *pubis* peuvent & doivenr ſe disjoindre l'un de l'aurre & les os *ilium* de l'os *ſacrum* avant l'enfantement & dans l'accouchement même, & que cela ſe fait peu à peu, mais pourtant critiquement, dès le ſeptieme

mois, & augmente & s'acheve dans l'eſpace de ſix ou ſept ſemaines juſqu'à l'heure de l'accouchement.

La premiére raiſon donc par laquelle on prouve que les os *pubis* s'écartent l'un de l'autre & l'*ilium* du *ſacrum*, eſt que la Nature qui prépare la voie & la facilite autant qu'elle peut, au *fœtus* qui doit ſortir hors de la matrice, oblige toutes les parties génitales tant internes qu'externes & leurs voiſines qui peuvent nuire au *fœtus* ou l'aider, comme cela eſt ſenſible, d'arroſer toutes les ſymphiſes ou jointures des os de cette région, d'une certaine humeur muqueuſe, douée d'une chaleur modérée & d'une vertu bénigne, pour que ces parties en étant humectées, s'amolliſſent, ſe dilatent & ſe relâchent; ce qui étant opéré par l'humidité & la chaleur, facilite la ſortie du *fœtus*, pourvu qu'en même tems trois autres choſes y concourent, ſavoir, la vigueur de la mere, ſa faculté expulſive & la bonne conformation d'elle & de ſon fruit ....

Chap. VI. La ſeconde raiſon eſt à cauſe de la groſſeur du corps de l'enfant, qui eſt telle quelquefois qu'il ne pourroit jamais paſſer par une voie ſi étroite, ſi la Nature avoit refuſé aux os la faculté de s'écarter dans le travail de l'accouchement ....

La troiſiéme raiſon eſt que les os *ilium* ne peuvent jamais ſe réunir avec l'os *ſacrum* & le *pubis* que par une ſymphiſe abuſive & accidentelle, comme ſont les ſutures effacées des os qui ont été rompus, au lieu que dans les os *ilium*, la jointure reſte viſible tant chez les hommes que chez les femmes, juſqu'à l'âge le plus reculé ....

La quatriéme raiſon eſt que les femmes vieilles ou jeunes, qui ſont dans leur premiere groſſeſſe, ont vers le tems de l'accouchement, c'eſt à dire ſix ou ſept ſemaines auparavant, les os *ilium* plus élargis, l'hypogaſtre plus ample, les ſeſſes & la région de l'os *ſacrum* plus ouvertes, ce qui n'arrive que par la dilatation de la ſymphiſe de ces os ....

La cinquiéme raiſon eſt priſe de l'expérience: Les filles qui ſe marient dans un âge déja avancé comme de 35 à 40 ans, ou des femmes qui s'étant mariées jeunes n'ont eu des enfans que longtems après, leurs premieres couches ſont longues, difficiles & périlleuſes, ce qui n'arrive qu'à cauſe que

les jointures des os du baſſin étant deſſéchées, la dilatation ne peut plus s'en faire qu'avec beaucoup d'efforts. . . . Pluſieurs Médecins & Chirurgiens de ce tems-ci nient que cette dilatation ait lieu dans l'enfantement. Mais toutes les femmes de la ville & de la campagne, inſtruites par un inſtinct de la Nature, en ſont perſuadées, & la mettent en uſage. Car je me ſouviens d'avoir été ſouvent appellé pour aller délivrer des Payſannes, auprès deſquelles je trouvois, ſelon la coutume, des voiſines & des amies qui dans un accouchement laborieux étoient occupées par ordre de la ſage-femme, à ouvrir & tirer les jambes de la malade pour opérer par force la dilatation du baſſin . . . .

La ſixiéme raiſon eſt priſe de l'Anatomie: ceux qui ont diſſéqué pluſieurs cadavres de femmes & de filles, ont pu voir que celles qui n'avoient jamais eu d'enfans étoient beaucoup plus étroites, & avoient les cartilages ſitués entre ces os & par le milieu deſquels ils étoient unis, beaucoup plus minces, deſſéchés & preſque nuls en comparaiſon des autres femmes qui avoient eu des enfans; mais que dans ces dernieres, quoiqu'elles fuſſent mortes longtems après leur derniere couche, les mêmes cartilages étoient épais, les os *ilium* & les côtés de l'os *ſacrum* étoient amples, & les os *pubis*, partout & principalement entre leurs épines antérieures, étoient conſidérablement éloignés l'un de l'autre.

La ſeptiéme & derniére raiſon eſt priſe de ce qu'on donne en François aux *os pubis* le nom d'*os barrés*, pour marquer qu'ils ſont une barriere qui empêche l'accouchement, tant qu'ils ne ſont pas ouverts . . . .

Dans le Chapitre VII l'Auteur donne un Commentaire ſur les paſſages d'*Hippocrate*, du Rabbin *Siméon*, de *Galien* & d'*Avicenne;* mais il eſt inutile de les faire reparoître ici.

Le Chapitre VIII contient une Hiſtoire ou Obſervation anatomique, faite en public dans le College Royal de Chirurgie à Paris, en préſence de l'Auteur & d'une trentaine d'autres Anatomiſtes, Chirurgiens, Accoucheurs, & même de Médecins, qui tous ont été convaincus de l'écartement des os du baſſin dans & après un accouchement. Je vai en donner la traduction.

„L'An du Seigneur 1579 au mois de Février, dans le College Royal „des Chirurgiens de Paris, fous la Préfidence d'*André Maléfieu*, *Jacques* „*d'Amboife*, Maître-ès-Arts & Bachelier en Chirurgie, (mais à préfent „Docteur en l'une & l'autre Médecine & Médecin du Roi) felon la coutume „du College & des Bacheliers qui courent la carriere chirurgicale, difféqua „un cadavre de femme, démontra toutes & chacune de fes parties avec un „art admirable, expofa les fieges des maladies, & les remedes qui deman- „dent furtout le fecours des mains. Cette femme âgée d'environ 24 ans, „condamnée par Sentence & Jugement du Lieutenant-Criminel, confirmé „par Arrêt du Parlement, avoit été pendue le dixieme jour après fon accou- „chement, pour avoir tué fon enfant de fes propres mains à l'inftant qu'elle „l'avoit mis au monde, pouffée à ce crime par je ne fai quel mauvais génie; „& ayant été prife fur le fait elle avoit été menée en prifon; finalement le „lendemain de fon exécution, fon cadavre commença d'être anatomifé par „le dit Sieur d'*Amboife* en préfence de Meffieurs les Chirurgiens, qui „étoient Maître *Robert Gaignard* Doyen, *Nicolas l'Anglois*, *François* „*Nodée*, *Guillaume Sylvius* Chirurgien du Roi, *Ambroife Paré* premier „Chirurgien du Roi, *Louis le Brun*, *Jean d'Amboife* Chirurgien du Roi, „& Juré pour S. M. au Châtelet de Paris, *Jean de l'Isle*, *Jean Cointeret* „Chirurgien de la Reine-Mere, & Juré pour le Roi au Châtelet, *N. Nodée*, „*Rodolphe le Fort*, *Richard Hubert* Chirurgien du Roi, *Pierre Pigret* Chi- „rurgien du Roi, *Antoine Portal* Chirurgien du Roi, à préfent le Premier, „*Jacques Dioneau* Chirurgien du Roi, *André Maléfieu* Préfect du dit Col- „lege Royal, moi *Séverin Pineau*, *Ifmaël Lambert* Chirurgien du Roi, „*Jerôme Noé* Chirurgien de la Reine-Mere Catherine de Médicis, *Pierre* „*Cabal*, *Simon Pietreau*, *Urbain l'Arbaleftier*, *Jacques Guillaumeau* „Chirurgien du Roi. Avec tous ces Meffieurs & Maîtres en Chirurgie nom- „més par ordre de réception, étoient auffi préfens les Difciples & Bacheliers „en Chirurgie *Louis Hubert* & *Philippe Collot*, tous deux défignés Chirur- „giens du Roi, *Joffe de Beauvais*, & *Claude Viard*. Outre eux, il y „avoit d'externes, Maître *Laurent Jobert* Docteur Médecin & Profeffeur „Royal dans l'Académie de Montpellier, & Maître *Barthélemi Cabrol* Chi-

„rurgien de Montpellier, tous deux très-versés dans l'Anatomie, qui étoient „alors venus à Paris par ordre du Roi. Enfin il y avoit quelques Etudians „ou Studieux en Médecioe & en Chirurgie, & surtout de très-habiles Ana-„tomistes, à qui j'avois appris les années précédentes à disséquer non seule-„ment les cadavres humains mais aussi ceux d'aoimaux qui s'offroient à nos „mains, & parmi eux étoieot, si je ne me trompe, *Pierre Erauld*, *Jérôme* „*Copeau* tous deux Champenois, & *Gaspar Bauhin* de Basle, à présent „très-illustre Médecin & Professeur de Botanique & d'Aoatomie dans son „pays, qui aimoit tout le monde, & que je chérissois tendrement, tant par „cette raison qu'à cause de son pere, homme très-savant en l'une & l'autre „Médecioe & d'ailleurs mon Collegue. La premiere démonstration du sujet „ayant été commencée en présence de toutes ces personnes, on agita d'abord „une question sur laquelle on étoit bien aise de savoir le seotimeot de Mrs. „*Jobert* & *Cabrol* de Montpellier: *An, scilicet, venæ mammariæ descenden-*„*tes & epigastricæ ascendentes coëant?* .... Et de cette question on passa „à une autte de plus grande importance, savoir, si dans l'accouchement „des femmes les os *pubis* s'écartent ou non l'un de l'autte, & l'*ilium* de l'os „sacrum: *An in partu mulierum ossa pubis & ilium, hæc scilicet ab osse sa-*„*cro, & illa ab invicem distrahantur nec ne?* Sur quoi chacun dit son sen-„timeot; la plupart nioient la possibilité de l'écartemeot; quelques-uns la „soutenoient possible, & les raisonnemens opposés tenoient d'autres assistans „en doute: mais l'incertitude formée par cette diversité d'opinions fut bien-„tôt dissipée & la vérité parut dans tout son jour. Car ayaot pris, avant „la dissection, une jambe du cadavre & l'ayant soulevée avec toutes les par-„ties y adhérentes par symphise, on vit très-distinctement que l'os *pubis* de „ce côté-là étoit plus élevé que l'autre, d'un demi-pouce tout au moios: il „y avoit un travers de doigt d'intervalle d'un os *pubis* à l'autre; les divers „mouvemens qu'on fit faire à ces parties, prouvereot au doigt & à l'œil de „tous les assistans que cet écartement étoit très-réel; & que les synchon-„droses ou articulations qui unissoient les os *ilium* avec l'os *sacrum* étoient „beaucoup plus lâches que dans l'état naturel. Toute l'Assemblée se sépara „convaincue du fait & pénétrée d'admiration."

Dans le Chapitre IX. *Pineau* rapporte les raifons contraires à *l'écartement* & les réfute très-folidement.

Dans le Xe, il continue cette réfutation & dans le fuivant qui eft le dernier de fon Traité, il montre que c'eft une vaine raifon de dire que le reculement du *Coccyx* eft d'un grand fecours dans l'accouchement.

X. On a vu parmi ceux qui affifterent à la démonftration anatomique rapportée par *Séverin Pineau*, le nom d'*Ambroife Paré*, (mort en 1590 ou 1592) premier Chirurgien du Roi qui étoit alors *Henri III*, après l'avoir été fucceffivement des Rois *Henri II*, *François II*, & *Charles IX*, qui avoit tant d'eftime pour lui qu'il lui fauva la vie en l'obligeant de coucher dans fa garderobe la nuit du maffacre de la St. Barthélemi, grace unique, qu'il crut devoir à la vertu & au mérite d'un homme, qui étoit le premier Chirurgien de la Chrétienté, comme dit *Brantôme*. *Ambroife Paré* avoit été l'un des plus grands adverfaires de l'écartement des os du baffin. Il l'avoit combattu & de vive voix & par écrit; mais la vérité s'étant montrée à ce grand-homme, il s'empreffa d'avouer publiquement fon erreur. Il s'exprime avec tant de modeftie & de fincérité que je croi devoir tranfcrire ici fes propres paroles, que je tire de fes œuvres au Chap. XIII du Livre XXIV intitulé *de la Génération*.

„Semblablement la mere enfante avec une extreme douleur, parce qu'il „faut que le col de fa matrice, qui eft rond, eftroit & nerveux, fe dilate „& eslargiffe grandement pour faire paffage à l'enfant, & auffi que les os „*des hanches* fe féparent de l'os *facrum*, afin qu'eftant dilatez, toutes les „autres parties fe puiffent plus facilement ouvrir. Or que les dits os fe „desjoignent & féparent, il eft aifé à croire & à prouver; car comme „feroit-il poffible qu'un enfant eftant à terme ou deux gémeaux s'entretenans, joints enfemble peuffent paffer par cette petite voye eftroitte, fans „que les dits os ne fuffent disjoints l'un d'avec l'autre? Or véritablement je „le fçay, pour avoir ouvert des femmes fubit après avoir rendu leur fruit, „aufquelles j'ay trouvé entre les os *des hanches* & os *facrum* diftance, à mettre le doigt entre-deux. Davantage, j'ay remarqué eftant appelé aux

„accouchemens des femmes, ayant la main ſous leur croupion, avoir ouy „& ſenty un bruit de crépitation ou croquement des dits os pour la ſépara- „tion qui s'y faiſoit: & meſmes j'ay entendu de pluſieurs femmes honora- „bles, que quelques jours un peu devant que d'accoucher, appercevoyent „avec douleur certains bruits des dits os qui croquetoyent enſemble. Da- „vantage, les femmes qui ont recentement enfanté ſe plaignent fort avoir „douleur en la region de l'os *coccyx* ou *caudæ*, qu'ils appellent *les Reins:* „& icy je conclus, ſauf meilleur jugement que le mien, que les dits os com- „mencent à s'entr'ouvrir, quelques-fois avant l'enfantement, & principa- „lement à l'heure que l'enfant ſort & eſt mis ſur terre. Mais véritablement „les os *des hanches* & *pubis* s'ouvrent & ſéparent les uns des autres, en ſorte „que pluſieurs femmes (faute que Nature ne les a puis après bien rejoints) „ſont demeurées boiteuſes. Et quant à ce qu'on dit, qu'en Italie on „rompt l'os *pubis* aux jeunes filles (afin que lorſqu'elles auront des enfans, „elles accouchent plus facilement) c'eſt une choſe fauſſe & menſongere: „car encores qu'on les euſt rompus, il s'y feroit un callus, comme il ſe „fait toujours aux fractures des os, dont puis après l'enfantement ſeroit rendu „plus difficile.

„Il y a, continue le même Auteur, des hommes ſi fermes en leurs „opinions, qu'encores qu'on leur fiſt toucher au doigt, & voir à l'œil la „vérité du contraire de ce qu'ils maintiennent, ſi eſt-ce toutes fois que „jamais ils ne ſe voudront départir de ce qu'ils auront conceu & engravé en „leur eſprit: en quoy ils ſe monſtrent, ou merveilleuſement amoureux „d'eux-meſmes, s'ils aiment mieux leurs opinions que la raiſon: ou fort „ennemis de la poſtérité, ſi cognoiſſans la vérité, veulent toutes fois icelle „eſtre cachée & ignorée. *St. Auguſtin* n'a point fait de difficulté de com- „poſer luy-meſmes un Livre de ſes Retractations. Pareillement *Hippocra-* „*tes* eſcrit, comme font les excellens hommes, & qui ſe tiennent aſſeurez „de leur grand ſçavoir, qu'il a eſté deceu à recognoiſtre la ſuture de la teſte „d'avec la fracture. Certes, comme eſcrit *Celſe*, les petits & foibles „eſprits, parce qu'ils n'ont rien, ne ſe peuvent auſſi rien oſter: mais il eſt „bien ſéant à un généreux eſprit, de confeſſer & advouer plainement ſa

„vraye

„vraye faute, & principalement encores qu'on l'enſeigne à la poſtérité pour „le bien public, afin que nos ſucceſſeurs ne ſe trompent en meſme façon „que nous avons eſté. Or qui me fait tenir ce propos, eſt que juſques icy „j'avois maintenu & par paroles & par eſcrit, les os *pubis* ne ſe pouvoir ſé-„parer & entr'ouvrir aucunement en l'enfantement: toutesfois il m'eſt ap-„paru du contraire le premier jour de Février 1579 (*), par l'anatomie „d'une femme qui avoit eſté pendue quinze jours après eſtre accouchée, de „laquelle je fis la diſſection, & trouvay l'os *pubis* ſéparé en ſon milieu d'en-„viron demy-doigt, ès préſence de Maiſtre *Claude Rebours*, Docteur Ré-„gent en la faculté de Médecine, de Maiſtre *Jean d'Ambroiſe*, *Cointeret*, „*Dubois*, *Dionneau*, *Pineau*, *Larbaleſtier*, *Viart*, tous Chirurgiens jurez „à Paris: & meſmes nous veiſmes l'os *iſchion* ſéparé de contre l'os *ſacrum*. „Qui ne le voudra croire, je le renvoyeray au Livre de Nature, laquelle „fait des choſes que noſtre intelligence n'eſt pas capable d'entendre: & „principalement ces os s'ouvrent & ferment à l'enfantement."

Le même Auteur quatre pages plus loin, dans le Chapitre XVI du même Livre, parlant *des ſignes à la femme de bien-toſt accoucher*, ajoûte: „Les ſignes ſont, qu'elle ſent douleur au-deſſous de l'umbilic & aux aines, „& eſt la dite douleur communiquée aux vertebres des lombes, & principa-„lement lorſque les os *des hanches* ſe ſéparent de contre l'os *ſacrum*, & l'os „*de la queue* ſe recule en arriere...." Et 15 lignes plus bas parlant du fauteuil à accoucher: „L'utilité de cette chaire n'eſt à meſpriſer, parce que „la femme groſſe y eſt ſituée, eſtant renverſée ſur le dos, de ſorte qu'elle „a ſon inſpiration & expiration libre: auſſi que l'os *ſacrum* & l'os *caudæ* „ſont en l'air, n'eſtant aucunement preſſez, qui fait que les dits os ſe des-„joignent & ſéparent plus aiſément. Pareillement l'os *pubis* à cauſe que „les cuiſſes ſont eſcartées l'une de l'autre."

XI. JAÇQUES GUILLEMEAU, qui aſſiſta comme *Paré* à l'obſervation anatomique de 1579, s'exprime dans ſon Traité de l'heureux accouchement, liv. 2. chap. 1. en ces termes, que lui dictoit une longue

(*) Cette Obſervation eſt différente de celle du mois de Février 1579, qu'on a vue plus haut.

expérience: „Les femmes, dit-il, qui n'ont point encore accouché, souf-„frent plus que les autres, parce que les os des *iles* & *pubis* ne peuvent si „facilement se séparer. Je sai, ajoûte-t-il, que plusieurs grands person-„nages ont débattu cette question .... Mais pour mon regard, je croi ce „que l'expérience m'a fait voir depuis 40 ans aux travaux de plus de 500 „femmes desquelles j'en ai délivré quelques-unes, ausquelles j'ai manifeste-„ment entendu craquer & entr'ouvrir les dits os; ayant mis, entre les deux „*os pubis*, le doigt, y trouvant séparation manifeste; même toutes les fem-„mes qui ont un travail rude, se plaignent en tel acte de la douleur qu'elles „ont en tel endroit; & qui plus est, ayant mis la main dessous leur crou-„pion, je reconnoissois la séparation des dits os. Plus à quelques fem-„mes qui étoient en travail, que j'ai ouvertes étant récemment mortes, afin „de sauver leurs enfans par la section Césarienne, j'ai trouvé les dits os sépa-„rés & relâchés, les ligamens souples & élargis. Or telle dilatation & „élargissement ne se fait, ni tout à coup, ni en même tems que la femme „accouche & travaille; mon opinion est que les dits os commencent à „s'élargir lors & comme l'enfant prend sa croissance au ventre de la mere; „la Nature ayant le soin de préparer cette dilatation peu à peu: car d'esti-„mer que les os se dilatent tout à coup, cela est difficile à croire; non que „je veuille nier qu'une partie, voire même la plus grande dilatation ne se „fasse durant le travail, les ligamens qui tiennent & lient les dits os, se trou-„vant fort humectés, ramollis & beaucoup dilatés; & à vrai dire, vous ob-„servez les femmes sur la fin de leur grossesse avoir les hanches plus larges, „& les os barrés plus élargis que lorsqu'elles ne sont pas grosses."

XII. ALEXANDRE BENEDICTI Médecin de Vérone, dont les Ouvrages sont fort estimés, dit dans son Anatomie Livre V. Chap. III. que quand le *fœtus* est plus ample qu'à l'ordinaire, le *pecten* & l'os *sacrum* s'ouvrent d'eux-mêmes & prêtent à l'enfantement; que ces os, après l'accouchement, retournent peu à peu en leur situation naturelle; & que si l'un ou plusieurs de ces os refusent de s'y prêter, les accouchemens sont difficiles, quoique les autres circonstances y soient favorables.

XIII. JEAN RIOLAN aussi habile Anatomiste que savant Médecin, qui mourut en 1606, dit expressément, dans son Autropographie, au chapitre de la différence du corps de la femme à celui de l'homme; que dans les femmes nouvellement accouchées, le cartilage qui sépare les os *pubis* est plus épais & d'une consistance plus molle que dans une autre circonstance, & qu'en élevant une cuisse, on s'apperçoit que l'os *pubis* de ce côté devient plus haut que l'autre, & qu'il y a de la mobilité entr'eux. Il en dit autant de la jonction des os des *iles* avec l'os *sacrum*, que l'on peut séparer très-aisément avec un scalpel, sur le cadavre d'une femme nouvellement accouchée, ce qui ne se feroit pas de même dans tout autre tems. Le même Auteur dans ses Animadversions contre *Wesling*, assure qu'il avoit vu plus de trente fois dans des femmes mortes aussitôt après l'enfantement ou peu auparavant, que le cartilage qui lie ensemble les os *pubis* étoit écarté de la largeur du petit doigt; qu'il a trouvé la même chose avant la dissection; & que cet écartement des os du bassin se fait également dans les plus faciles accouchemens comme dans les difficiles.

XIV. FELIX PLATER, mort fort âgé en 1614 & nommé dans son épitaphe qu'on voit à Basle, *Urbis* & *Orbis Æsculapius*, atteste que les os *pubis* des femmes, à cause du ligament lâche qui les joind, peuvent beaucoup céder à l'impétuosité du *fœtus*, sans néanmoins se disloquer.

XV. ADRIEN SPIGELIUS, ou SPIEGEL, premier Professeur d'Anatomie à Padoue, écrit au Livre 2. Chapitre 24. de la fabrique du corps humain, que dans les dissections publiques qu'il a faites, de femmes mortes d'un accouchement difficile, il a fait voir une infinité de fois aux spectateurs, l'écartement de la conjonction des os *pubis*, ainsi que de l'*ilium* d'avec l'os *sacrum*.

XVI. JEAN PINCIERUS, ou PINCIER, Docteur en Médecine, qui a décrit en vers Latins, dans son Ouvrage intitulé *Otium Marpurgense*, imprimé en 1614, la fabrique du corps humain & toutes ses parties, dit au Livre second, page 103, que les os de l'aine s'ouvrent dans l'enfantement: *Inguinis ossa in partu dehiscunt.* Et voici comment il l'explique:

N 2

Hac datur egressus cedenti matris ab alvo
Proli: sed quoniam modò dicti claustra meatus
Non sunt ampla satis, vi pectinis ossa dehiscunt
Disrupto chondro, portæque angusta relaxant.
Nam velut in tergo sacrum os coxendicis ossa
Conjungit medium: sic lenti glutine chondri
Anterius coëunt, ubi nomen ab inguine sumunt.
Copia sed chondri muliebri in pectine major
Crassitiesque minor. Secus est in ventre virili.
Coccygis ossa putat partu retrusa Columbus
Cedere & amplificare vias, dum nascitur infans.
Sed verum prius esse fidem res astruit ipsa;
Namque puerperii modò cùm defuncta labore
Et vita defuncta simul, dissecta jaceret
Fœmina: quæ dixi clarè divortia visu
Appositisque etiam digitis percepta fuerunt,
Coccygis osse sua tunc in statione manente.
Auxilio Felix *opus esse* Platerus *utroque*
Contendit, solvique inguen, semperque reflecti
Coccyga, deque via nascenti cedere pupo.
Est quoque, qui coxæ tunc hiscere tradidit ossa.

„C'eſt par-là, dit-il, que doit ſortir l'enfant qui ſe retire du ventre „de la mere: mais, parce que les barrieres du paſſage dont j'ai parlé tout „à l'heure ne ſont pas aſſez amples, les os *pubis* ou du *pecten* s'entr'ouvrent „par force, en rompant leur articulation, & le détroit de la porte ſe re- „lâche. Car comme en arriere l'os *ſacrum* joind par le milieu les os *coccyx*; „de même leurs flexibles articulations ſont ſoudées par devant à l'endroit „où l'aîne leur donne ſon nom. Mais il y a plus d'étendue & moins „d'épaiſſeur dans le *pecten* des femmes que dans celui des hommes. *Colum- „bus* croit que dans l'enfantement les os *coccyx* repouſſés en arriere font „place & élargiſſent le paſſage quand l'enfant naît. Mais la choſe même „fait croire ce qui a été dit auparavant. Car lorſqu'une femme délivrée du „travail de l'enfantement & mourant tout à la fois, a été diſſéquée, les ſépa- „rations que j'ai dites ont toujours paru clairement au doigt & à l'œil, mais „l'os *coccyx* étoit reſté dans ſa place. *Felix Platerus* ſoutient que l'un & „l'autre ſecours ſont néceſſaires, que l'aîne ſe ſépare & les os *coccyx* ſe reti-

„rent toujours, pour faire place à l'enfant qui naît. Et c'eſt auſſi lui qui a „rapporté que les os des hanches s'ouvroient alors."

Le Poëte-Médecin revient encore ſur ce ſujet dans ſon quatriéme Livre, où il parle de la maniere dont ſe fait l'accouchement: *Partus quomodo fiat.*

Tempus adeſt partûs: non te, Lucina, vocabo
Auxilio ut venias, Deus auxiliator adeſto,
Verbaque ſuppeditet magnis æqualia rebus.
Augmina tanta ſui cùm cepit corporis infans,
Ut ſpatii impatiens anguſti exire laboret,
Calcitrat, & molles pedibus perrumpit amictus,
Eſſe quibus dixi tectum genitricis in alvo.
Fortè manus etiam quatit, & molimine crurum
Utitur adque fugam ſibimet calcaria ſubdit.
Tum verò anguſtis compreſſus faucibus hæret,
Cartilagineâ nondum compage ſolutâ,
Grandè dolens, & flere volens, ſi flere daretur,
Et quos perpetitur teſtari voce dolores.
Indè ubi jam matrix nimio diſtenta tumore
Æſtuat, atque fores laxat, fœtumque pigrantem
Trudit agens, aliasque adigit ſibi quærere ſedes,
Ipſa inteſtinis perculſa puerpera turbis
Aſſiduo nixu muſclos abdominis arctat,
Succurritque utero, puerumque exire parantem
Hortatur pertæſa oneris, pertæſa laborum,
Quos tolerat laceris valido conamine membris.
Interea gemitus, crebra & ſuſpiria miſcet,
Vicinasque ciet mœſtis clamoribus ædes,
Quoad tandem anteriùs compages oſſea pubis,
Ipſaque coxendix remorantis glutine chondri
Diffracto rimas agat, infantique miſello
Pandat iter, patulaſque vias in luminis oras.
Non id viriculæ pueri, non matris egenæ
Auxilii præſtant: verùm is, qui roborat ægros,
Atque per exiguos opera edere grandia novit.
Hic eſt qui terebrat terram, cum nata ſepultis
Germina ſeminibus, quantumvis mollia ſurgunt.
Hic facit ut lapidum junctura ſoluta dehiſcat,

Cum muri inferuit radicem arbuſcula rimæ.
Nempe aperit Deus ipſe viam, cum provenit infans,
Germenve exoritur præduraque ſaxa dehiſcunt:
Tuncque premi puer indignans, atque aëre matris
Contentus non eſſe volens, alimentaque poſcens
Uberiora, parens quàm ſuggerit, ipſe recluſi
Per cervicem uteri ſubeuntes appetit auras,
Et placidè nares illis obvertit hiantes.
Ergo priùs ſublime caput declinat & ima,
Quà data porta, petit, clauſtriſque erumpere geſtit,
E triplici haud æquo pendens libramine chordâ.
Namque, quod umblicum ſupra natura locavit,
Ut caput, & pectus, ſubque his epigaſtrion, infra
Umblicum poſitas excellit pondere partes.

„Le tems de l'enfantement, dit-il, eſt arrivé: Je ne t'invoquerai „point, Lucine, pour que tu viennes au ſecours. Mon Dieu, c'eſt votre „aide que j'implore: mettez dans ma bouche des paroles proportionnées aux „grandes choſes que j'ai à dire. Lorſque l'enfant a pris un ſi grand accroiſ„ſement de ſon corps, impatient qu'il eſt du peu d'eſpace qu'il occupe & „travaillant à en ſortir, il donne des coups de pied qui rompent les molles „enveloppes dont j'ai dit qu'il étoit couvert dans le ventre de la mere: peut„être qu'il agite auſſi ſes mains, qu'il employe l'effort de ſes jambes, & qu'il „s'excite à prendre la fuite. Mais alors ſentant qu'il eſt preſſé dans un paſ„ſage étroit, ſes liens cartilagineux n'étant pas encore deſſerrés, il s'arrête „fort affligé & pleureroit volontiers s'il lui étoit permis de pleurer & de „témoigner de vive voix les douleurs qu'il endure. Enſuite, dès que la ma„trice, dans la diſtenſion qu'elle ſouffre par ſon exceſſive tumeur, s'échauffe, „relâche ſa porte, repouſſe par ſes efforts le *fœtus* qui tarde à ſortir, & „l'oblige à chercher une autre demeure; pendant ce tems-là, la mere elle„même troublée d'agitations inteſtines, preſſe par des efforts continuels les „muſcles de l'abdomen, ſeconde la matrice, & ennuyée de ſon fardeau, „ennuyée des travaux qu'elle ſouffre, déchirant ſes membres par la violence „de ſes efforts, elle ne ceſſe d'exciter l'enfant à ſortir. Durant ce tems-là, „elle mêle ſes gémiſſemens à de fréquens ſoupirs, ſes triſtes clameurs reten-

„tiſſent dans le voiſinage; juſqu'à ce qu'enfin la jointure oſſeuſe du *pubis* „par devant & celle de la hanche ayant rompu la ſoudure de leur cartilage „tardif, faſſent ouverture, & livrent paſſage au petit miſérable pour venir à „la lumiere. Ce ne ſont point les chétives forces de l'enfant ni celles de la „pauvre mere, qui apportent ces ſecours: mais c'eſt celui qui fortifie les „malades, & qui ſe ſert des plus petits moyens pour opérer les plus grandes „choſes. C'eſt lui qui perce la terre, lorſque des germes nés de ſemences qui „y ont été enſevelies, commencent à lever, quelque tendres & mous qu'ils „ſoient. C'eſt lui qui fait que des pierres ſe fendent pour donner paſſage à „la racine d'un arbriſſeau qui s'eſt planté dans la petite crevaſſe d'un mur. „Oui, c'eſt Dieu qui ouvre le chemin par où l'enfant vient au monde, de la „même maniere qu'un germe ſort de la terre, & que les pierres les plus „dures ſe fendent. Alors l'enfant, qui ſouffre impatiemment d'être à l'étroit, „qui ne veut plus ſe contenter de reſpirer l'air de ſa mere, & qui demande „une nourriture plus abondante que celle qu'elle lui donne, deſire ardem-„ment auſſi de reſpirer l'air extérieur qui entre par le col de la matrice ou-„verte & il tourne avec plaiſir de ce côté-là ſes narines béantes. D'abord „donc ſa tête élevée s'incline, va chercher en bas la porte qui eſt ouverte, & „ſe réjouit de s'échapper de ſa priſon, étant ſuſpendu inégalement à un triple „cordon; car ce que la Nature a placé au deſſus du nombril, comme la „tête & la poitrine, & ſous elles l'épigaſtre, eſt plus peſant que les parties „qu'elle a miſes au deſſous du nombril."

Immédiatement après, le Poëte-Médecin parle encore d'une autre merveille qui concourt auſſi à faciliter l'accouchement. Ce ſont les eaux qui percent un peu auparavant & qui amenent ordinairement l'enfant, & ces eaux ſont ſes urines qui s'amaſſent entre deux membranes que l'enfant déchire, & qui viennent alors humecter & lubréfier les lieux de ſon paſſage: *Urina pueri inter duo involucra ejus collecta partum reddit lubricando faciliorem.*

Tum verò medio geminas, quas diximus, inter
Membranas ſpatio collecta urina puelli
Profluit & lentis latera intima lubricat undis,

Labenti ut celerem faciat per ſtricta meatum.
Væ puero, ceſſator iter qui carpere differt,
Donec adhuc cervix eſt lubrica, namque morando
Aſpera fit, facilemque negat facta aſpera curſum!
Defectum naturæ igitur tunc ſuppleat arte
Obſtetrix, ſiccosque locos emendet olivo,
Inſeruere ſuas cui candida lilia vires,
Aut decocto aliquo, virtus cui talis olivi.

„Mais alors, dit-il, l'urine du *fœtus* raſſemblée dans un moyen eſpace „entre les deux membranes que j'ai dites, coule & par des eaux lentes rend „gliſſantes les parties intérieures pour faire un paſſage prompt au *fœtus* qui „tombe dans ces lieux étroits. Malheur à l'enfant qui trop tardif differe à „prendre ce chemin, tandis que ſa tête eſt encore gliſſante; car en tardant, „elle devient âpre, & cette âpreté rend ſon paſſage moins facile! Alors „donc il faut que la ſage-femme ſupplée par ſon art au défaut de la Nature, „& qu'elle humecte les parties ſeches avec l'huile d'olive à laquelle les lis „blancs ayent communiqué leur qualité, ou avec quelque autre décoction „dont la vertu ſoit pareille à celle de l'huile d'olive."

XVII. GASPAR BAUHIN, très-célebre Médecin de Basle & grand Anatomiſte, mort en 1624, ſoutient dans ſon Théâtre Anatomique Livre I. Chap. XLIX, le relâchement des cartilages du baſſin dans les accouchemens, & le prouve tant par l'obſervation rapportée par *Pineau*, à laquelle il avoit aſſiſté à Paris au mois de Février 1579, que par une ſeconde anatomie faite à Bâle ſur une Dame qu'il avoit diſſéquée publiquement & qui étoit morte d'un arriere-faix retenu.

XVIII. FABRICE DE HILDEN rapporte dans la 39[e] de ſes Obſervations chirurgicales de la ſixiéme Centurie, une Lettre qu'il écrivit de Berne le 9 Mai 1625 à un de ſes amis Médecin à Schaffhouſe, qui lui avoit demandé ſon ſentiment ſur la disjonction des os *pubis* dans l'accouchement: *An oſſa pubis in partu disjungantur?* „Je ſai, dit *Fabrice*, que les opinions „ſont partagées entre les Médecins & les Chirurgiens rationels ſur ce ſujet: „je vous avouerai franchement, que dans ma jeuneſſe, voyant dans les diſ„ſections anatomiques la connexion très-ſerrée de ces os, j'ai cru que leur

„écar-

„écartement étoit impossible: la pratique m'a détrompé, & j'ai observé qu'il „se faisoit disjonction non seulement entre les *os pubis* mais même entre l'*os* „*sacrum* & ceux des *iles*, mais plus ou moins selon la constitution de la „femme & l'état du *fœtus*. Quand tout concourt à un accouchement „facile, les femmes ne s'en apperçoivent pas; il y a des circonstances „où la malade & les assistans même peuvent aisément juger de la réa- „lité de cette disjonction. J'en ai eu un exemple dans ma très-chere „épouse lorsqu'elle mit au monde mon fils *Pierre*. C'est de là qu'on voit à „la suite des accouchemens difficiles des foiblesses de reins, & que les fem- „mes restent boiteuses." On peut ajoûter que ces accidens sont très-fré- „quens, & qu'ils le seroient moins peut-être, si au lieu de rendre problé- „matique la question de l'écartement des os du bassin, on s'étoit appliqué à „en prévenir les suites & à y apporter du remede."

XIX. GUILLAUME HARVEI, ce fameux Anatomiste Anglois qui mourut en 1657 âgé de 80 ans, soutient aussi l'écartement des os dans le tems de l'enfantement. Voici de quelle maniere il s'en explique dans son Traité de la génération animale, Exercitat. 57. „L'accouchement approche lors- „que les parties se relâchent & se disposent à une grande dilatation. Il y a plus, „la jonction des os *pubis* & celle de l'os *sacrum* avec les os des *iles* s'humectent „& se relâchent, de façon qu'ils prêtent beaucoup pour favoriser la sortie de „l'enfant; & leur entre-baillement rend manifestement la région hypogastrique „plus ample. La Nature présente dans ses ouvrages mille exemples d'un „semblable écartement. Peut-on voir sans admiration, la petite pointe „qui commence à germer dans un noyau, dans une amande, par exemple, „ou dans l'intérieur des noyaux de cerises, de prunes, d'abricots, de pêches „& d'autres fruits, ouvrir la substance ligneuse & si dure qui les enveloppe, „& se faire jour à travers des corps qu'on ne peut rompre qu'avec difficulté „& à coups de marteau. Les fibres tendres de la racine de lierre, qui naif- „sent dans la fente d'un rocher, le font éclater, & sont capables de renver- „ser, par des effets imperceptibles, de très-gros murs. La main souve- „raine du Créateur est marquée partout, & la Nature est pleine de prodi-

„ges: *Jovis enim plena ſunt omnia & Naturæ numen ubique præſens „cernitur.*"

XX. JEAN DOMINIQUE SANTORINI, dans ſes Obſervations Anatomiques, Chapitre XI, aſſure avoir remarqué ſur des femmes mortes en couches, que les os *pubis* étoient écartés l'un de l'autre, au point qu'il pouvoit mettre aiſément ſon pouce entre leurs extrémités. De cette obſervation il a tiré une conſéquence ſur la nature des jonctions des os du baſſin; il croit que ce ne ſont point de ſimples ſynchondroſes, comme on l'a dit: ainſi les cartilages ſeroient ſuſceptibles de ſoupleſſe & d'une grande flexibilité par l'augmentation de leur volume. Cette diſpoſition ſuffit pour concevoir la mobilité des pieces oſſeuſes.

XXI. DANIEL LUDOVIC, premier Médecin du Duc de Saxe-Gotha, a publié dans les Ephémérides des Curieux de la Nature, année 1672, une Obſervation intitulée: *De dislocatione oſſium pubis in partu;* de la dislocation des os *pubis* dans un accouchement. Le ſujet étoit une femme qui fit ſon premier enfant dans un âge mûr: la couche fut laborieuſe; les os *pubis* s'écarterent & reſterent ſéparés, en ſorte que cette femme ne pouvoit ni monter ni deſcendre un eſcalier en portant alternativement un pied d'une marche ſur l'autre. Après avoir poſé un pied, il falloit qu'elle tirât l'autre enſuite pour le poſer à côté du premier, & dans ces mouvemens on ſentoit les extrémités des os *pubis* qui vacilloient. L'Auteur ne parle que des os *pubis*, n'ayant pas pris garde que les jonctions des os des *iles* avec l'os *ſacrum* devoient avoir la même mobilité.

XXII. ISBRAND DE DIEMERBROECK, Profeſſeur de Médecine & d'Anatomie dans l'Univerſité d'Utrecht, rapporte dans ſon Anatomie Livre IX. Chapitre XVI, Edition de 1685, qu'au mois de Mars 1654 il fit publiquement la diſſection d'une femme qui étoit morte le lendemain de ſon accouchement, & dont les os *pubis* étoient tellement ſéparés l'un de l'autre, qu'on pouvoit mettre facilement le petit doigt entre deux. Il ajoûte que cette déſunion forcée des os eſt cauſe que les femmes qui ont eu un accouchement laborieux & un *fœtus* d'un gros volume, ſe plaignent

ſouvent de douleurs autour des os *ſacrum* & *pubis;* que de là vient auſſi que les femmes qui ont eu de fréquentes couches & de gros enfans, ſe trouvent avoir ces mêmes cartilages beaucoup plus épais que celles qui ne ſont pas dans ce cas; que les vieilles filles dans qui ces cartilages ſont plus deſſéchés que dans les jeunes, venant à ſe marier & à être enceintes, accouchent auſſi plus difficilement; & qu'enfin, quoique les autres cartilages du corps ſe deſſéchent à meſure qu'on avance en âge & même s'oſſifient en pluſieurs parties, cependant les os du baſſin dont il s'agit ne ſe deſſéchent jamais entierement dans les femmes, bien loin de s'oſſifier.

XXIII. SCULTET, dans la 78[e] Obſervation de ſon *Armamentarium chirurgicum*, dit que l'ouverture des cadavres de trois femmes qui avoient péri pour n'avoir pu accoucher d'enfans morts, lui a fait reconnoître la vérité du ſentiment de ceux qui ont écrit que les os *pubis* ſouffrent un écartement dans un accouchement difficile: *In iisque obſervavi, quòd vera ſit illorum ſententia, qui oſſa pubis in difficili partu à ſe invicem diduci ſcribunt.*

XXIV. Mr. ROEDERER, Profeſſeur à Gœttingue & Aſſocié étranger de l'Académie Royale de Chirurgie de Paris, a été oppoſé à la doctrine de l'écartement des os du baſſin, & ne l'admettoit que dans les cas de cachexie vénérienne ou ſcorbutique. Mais il a été réfuté par Mr. *Morgagni*, Mr. *Verdier* & Mr. *Louis*, comme je le dirai dans la ſuite.

XXV. Mr. J. B. MORGAGNI, dans le Livre III. de ſes *Adverſaria Anatomica*, *Animadverſio XV.* publiés en 1717, & dans ſon Traité *de ſedibus & cauſis morborum per Anatomen indagatis*, qui a paru en 1761; admet la poſſibilité de l'écartement des os du baſſin, dans les accouchemens laborieux. Il répond de deux cas dont il a été le témoin, & qui détruiſent l'opinion de feu Mr. *Rœderer*, Profeſſeur à Gœttingue qui n'admettoit l'écartement que dans les cas de cachexie vénérienne ou ſcorbutique; Mr. *Morgagni* aſſurant que les deux femmes dont il parle n'étoient atteintes d'aucun vice.

O 2

XXVI. Mr. BASSIUS, Docteur en Médecine & en Chirurgie de l'Univerfité de Halle, rapporte (dans fes Obfervations d'Anatomie, de Chirurgie & de Médecine, Décade I. Obfervation III, publiées en 1731) un exemple qui prouve que notre fexe n'eft pas plus exemt que l'autre de l'écartement des os du baffin. En 1728, un Etudiant en Droit, âgé de vingt ans, d'une conftitution molle, & dont l'habitude du corps étoit délicate & lâche, en tirant des armes fut ferré de près par fon adverfaire. Ce jeune homme fit alors des mouvemens affez vifs de la partie inférieure du tronc fur les os des cuiffes, & dans ces mouvemens il fe fit divulfion d'un des os innominés d'avec l'os *facrum*. Le malade fentit fur le champ une vive douleur dans la partie, & une retraction de la jambe; il ne pouvoit marcher; il fouffroit même étant affis, & ne pouvoit pas fe relever. Mr. *Baffius*, appellé le troifiéme jour, reconnut la maladie; il fit frotter l'endroit douloureux avec l'efprit matrical de *Blanckius*, compofé de maftic, de myrrhe, d'encens, de fuccin, parties égales, & d'efprit de vin; on y appliqua enfuite l'emplâtre diachylon gommé, malaxé avec fuffifante quantité d'huile fœtide de corne de cerf. En quatre ou cinq jours l'ufage de ces topiques diffipa la douleur, raffermit les ligamens, donna à toutes les parties le reffort qu'elles avoient perdu par la violente extenfion, & le malade marcha auffi-bien qu'auparavant. Ce cas a été pour Mr. *Baffius* un objet de méditations; il a depuis examiné avec attention des enfans boiteux, & a reconnu que la caufe en étoit fort fréquemment dans le vice de la connexion de l'os innominé avec l'os *facrum*. Il donne à ce fujet trois obfervations faites fur des enfans âgés de trois, de quatre & de fept ans: la protubérance de l'os *facrum* étoit manifefte, & en faifant marcher ces enfans on ne pouvoit pas méconnoître que la foibleffe de la partie ne fût l'effet de la mobilité des deux os, dont l'union auroit dû être ferme & ferrée. Les enfans qu'on fait tenir fur leurs pieds avant que les parties foient affez fortes pour foutenir le poids du corps, la négligence des nourrices qui portent fans précaution leurs nourriffons fur les bras, peuvent contribuer à l'écartement des pieces offeufes dans un âge tendre où ces parties n'ont pas encore acquis

la conformation réciproque qui doit faire la solidité de leur union: ces remarques très-intéressantes manquent dans l'Orthopédie de Mr. *Andry*.

XXVII. HENRI DE DEVENTER, Médecin Hollandois très-connu par des Observations importantes sur le Manuel des Accouchemens, traduites & augmentées par *Jacques-Jean Bruier d'Ablaincourt* Docteur de la même faculté, Paris 1734, dit au Chapitre III. parlant du bassin & des os qui le composent, que dans les squelettes des femmes, les parties inférieures des *os ischium* ne s'approchent point tant les unes des autres ni du *coccyx* que dans ceux des hommes, ce qui est un effet de la sagesse & de la bonté de Dieu, qui a voulu par cette disposition diminuer le nombre des accouchemens difficiles, qui malgré cette précaution ne sont encore que trop communs.... que ces os sont articulés par le moyen d'un cartilage ou d'un ligament capable d'extension & de relâchement tant qu'il n'est pas ossifié, & que dans cet état il n'est pas difficile de les séparer; ce qui confirme le sentiment de ceux qui attestent qu'ils ont senti un écartement des os *pubis* dans des accouchemens très-difficiles qu'il faut cependant convenir que le cas est rare, & que cet écartement est d'un foible secours. L'Auteur ajoûte que l'augmentation du bassin en grandeur dans le tems de l'accouchement, vient de ce que l'os *sacrum* recule en entier, ou au moins sa pointe qu'on a appellée *coccyx*.

XXVIII. Mr. PUZOS, Chirurgien de Paris & Membre de l'Académie Royale de Chirurgie, dans son Traité des Accouchemens, corrigé & publié en 1759 par Mr. *Morisot Deslandes*, Docteur Régent de la Faculté de Médecine de Paris, dit à la page 7: „Dans l'enfance, l'os *pubis*, „comme l'on sait, est formé de deux pieces, qui par la suite sont tellement „unies par un cartilage intermédiaire, qu'elles ne semblent plus former „qu'un seul os. J'ai cependant vu plusieurs fois l'extrémité de chaque piece „éloignée l'une de l'autre d'un demi-travers de doigt, par l'extension & „non par la rupture du cartilage qui les réunit. La facilité qu'ont ces „os de s'écarter dans des cas où le bassin n'a pas encore acquis toute son „étendue, est favorable aux accouchemens des femmes qui ont été mariées

„fort jeunes: ce leger écartement eſt encore plus favorable à tout le baſſin „dans de legers vices de conformation, qui ſans ce ſecours pourroient re-„tarder ou empêcher l'accouchement. Les vices de conformation de l'os „*pubis*, ſont de n'être pas aſſez arqué en dedans, d'avoir ſes branches ou „aîles trop ſerrées, d'être trop bas."

XXIX. Mr. LEVRET, Accoucheur de Madame la Dauphine &c. dit dans ſon Art des Accouchemens imprimé en 1761

1°. page 5. „Les connexions de l'os *ſacrum* avec les os des *iles* ſont „d'autre part fortifiées par pluſieurs plans de fibres aponévrotiques très-denſes, „mais très-élaſtiques. Les jonctions des os du baſſin des femmes ſouffrent quel-„quefois des diſtenſions ou écartemens conſidérables dans les accouchemens „laborieux; cet effet arrive peut-être plus ſouvent en pareil cas qu'on ne „l'imagine. Des recherches ſcrupuleuſes faites & répétées dans un très-„grand nombre de cadavres, & différentes obſervations & remarques re-„cueillies de ma pratique, m'ont confirmé dans le ſentiment que je ſoutiens."

2°. page 434. dans l'Abrégé de ſon ſentiment ſur les Aphoriſmes de *Mauriceau.* Celui-ci avoit dit: *Les femmes au deſſus de quinze ans accouchent d'autant plus facilement qu'elles ſont jeunes.* Mr. *Levret* répond: „A cauſe de la facilité plus ou moins grande qu'ont alors les os du baſſin de „s'écarter les uns des autres pour aggrandir le paſſage."

3°. page 435. MAURICEAU dit: *Les os* pubis *ni ceux des hanches ne ſe ſéparent point dans le tems de l'accouchement: il n'y a que le* coccyx *dont l'articulation eſt mobile, qui ſe recule un peu en arriere.* LEVRET répond: „On vient de voir que nous ne ſommes pas de ce ſentiment, ſi on „ne prend pas dans un ſens trop rigoureux le mot de *ſéparation;* car alors „nous penſerions comme *Mauriceau:* c'eſt à dire que nous croyons que „cet Auteur a entendu, comme nous, l'éloignement plus ou moins conſi-„dérable des os *innominés*, tant par derriere que par devant, au moyen „d'une violente extenſion de leur jonction qui eſt toujours cartilagineuſe & „aponévrotique, mais qui ne ſe déchire nulle part, & qui par conſéquent „ne ſe ſépare pas rigoureuſement parlant, ne faiſant que s'étendre & prêter."

4°. Mr. *Levret* pense que chaque portion d'os est encroûtée d'un cartilage particulier, & que la connexion est faite par le simple contact des inégalités respectives, retenues en place par des expansions ligamenteuses. Quoi qu'il en soit de cette structure, il n'y a point de vérité physiologique plus solidement établie par les faits, que l'écartement des os du bassin. *Hist. de l'Acad. R. de Chir. Tom. IV. p.77.*

XXX. Mr. VERDIER parle dans son Ostéologie de deux femmes, qui pouvoient à peine se soutenir, & ne marchoient qu'avec beaucoup de difficulté, parce que les os des *iles* avoient souffert un écartement trop grand d'avec l'os *sacrum* dans un accouchement laborieux. Leur démarche étoit chancelante à raison de la mobilité de ces os. Mais ces deux femmes que Mr. *Verdier* a connues & qui ont survécu à leur couche laborieuse n'avoient aucun vice, ce qui réfute l'objection de Mr. *Rœderer* dont il a été parlé à son article, & le plus scrupuleux examen des observations fournies sur ce sujet ne peut faire admettre la préexistence d'une cause cachétique.

XXXI. Mr. SMELLIÉ, Accoucheur de grande réputation à Londres, commence le second volume de ses Observations sur les Accouchemens, par des exemples sur la séparation des os du bassin. Une femme de 35 ans, en travail de son premier enfant, sentit une douleur violente du côté gauche à la jonction des os *des iles*, avec l'os *sacrum.* Dans le tems des plus fortes douleurs, il lui sembloit que ces os étoient violemment écartés l'un de l'autre: une sage-femme termina l'accouchement qui fut long, quoique naturel. La douleur subsista; & de tous les maux dont la malade se plaignoit, ce fut celui dont elle étoit le plus incommodée. Mr. *Smellié* appellé le cinquiéme jour trouva que la douleur du bassin empêchoit la malade de prendre aucun repos. Au moyen des secours qu'on lui donna on parvint au bout de dix jours à la tirer de son lit; mais il s'en passa vingt avant qu'on pût l'asseoir sur une chaise. Pour peu qu'on lui remuât la jambe droite, elle se plaignoit d'un sentiment aussi vif entre l'os *sacrum* & l'*ilium* de ce côté-là que si on lui avoit déchiré ces parties: & en appliquant la main sur cet endroit, Mr. *Smellié* appercevoit un mouvement sen-

ſible dans ces os. La malade ne pouvoit encore ni marcher ni ſe tenir debout après un mois, à moins qu'elle ne fût ſoutenue à droite par deſſous l'aiſſelle. Cette triſte ſituation dura cinq ou ſix mois: elle ne pouvoit marcher qu'avec une béquille, ou qu'en s'appuyant ſur le bras de quelqu'un. Alors on lui conſeilla les bains qui lui furent ſi ſalutaires, qu'elle put marcher enſuite, appuyée ſeulement ſur une canne. Cette femme a eu depuis pluſieurs couches très-heureuſes; mais le travail de l'enfantement lui faiſoit toujours ſentir des douleurs dans la partie qui avoit ſouffert la ſéparation, & elle n'a jamais repris ſa premiére force, ni ſon ancienne fermeté.

XXXII. Le Docteur SMOLETT, ami de Mr. *Smellié*, lui a communiqué une obſervation, qui confirme les faits & les raiſonnemens qui ont prouvé que la dilatation du baſſin ſe fait par gradation pendant tout le cours de la groſſeſſe. En 1748, une Dame âgée d'environ 27 ans, d'une conſtitution fort délicate, étant au huitiéme mois de ſa groſſeſſe, ſe trouva incommodée en marchant, d'une ſorte de douleur, accompagnée de craquement dans les os *pubis*. Mr. *Smolett*, appellé pour ſavoir quelle en pouvoit être la cauſe, ſentit un relâchement extraordinaire dans le ligament qui maintient les os *pubis*. Il étoit ſi conſidérable que la malade étant couchée ſur un côté, il pouvoit aiſément mouvoir ces os, de maniere qu'ils paroiſſoient ſe chevaucher & ſe croiſer l'un par deſſus l'autre. Après l'accouchement, les parties ont repris inſenſiblement leur *tonus*, de maniere qu'en deux mois de tems les os *pubis* étoient réunis enſemble, auſſi parfaitement qu'ils l'euſſent jamais été. Mr. *Smellié* n'avoit jamais rencontré un pareil écartement dans les femmes vivantes.

XXXIII. Mais le Docteur LAURENCE lui a fait voir le baſſin d'une femme peu de tems après ſon accouchement, où les trois os qui concourent à la formation du baſſin étoient écartés les uns des autres preſque d'un pouce.

XXXIV. Mr. HUNTER, Anatomiſte de la premiere réputation à Londres, conſerve un pareil baſſin parmi les curioſités de ſon cabinet.

XXXV.

XXXV. Mr. Monro, célebre Professeur d'Anatomie à Edimbourg, dit dans son Ostéologie qu'il n'a jamais vu de séparations aussi marquées que celles dont il vient d'être parlé. Cependant il présume qu'il doit y avoir un relâchement des ligamens qui unissent les os innominés entr'eux & avec l'os *sacrum*, aux femmes de foible complexion, & lorsqu'à la suite d'un travail pénible, elles ressentent dans ces parties une sorte de douleur, de foiblesse & de mobilité qui n'est pas naturelle. Il y a des femmes, ajoûte-t-il, qui sont plusieurs mois sans pouvoir demeurer debout ni assises; la foiblesse dure quelquefois pendant un tems bien plus long, & les malades s'imaginent toujours que le tronc va tomber, pour ainsi dire, entre leurs hanches. Quoiqu'à l'examen des parties on ne puisse y rien appercevoir par le toucher, il est certain que la foiblesse des ligamens & la mobilité des os qui en est une suite, sont la cause de ce défaut de soutien. La marche sera nécessairement difficile lorsque les os du bassin ne seront pas liés entr'eux d'une maniere ferme & solide.

XXXVI. Mr. de la Malle, Membre de l'Académie Royale de Chirurgie de Paris, dans la séance du 9 Janvier 1766, a montré le bassin d'une femme morte depuis quelques jours, six semaines après son premier accouchement, à l'âge de 36 ans. L'enfant présentoit le derriere: Mr. *de la Malle* qui reconnut assez à tems cette disposition contre nature, porta sa main dans la matrice, saisit les pieds de l'enfant, & termina l'accouchement suivant les regles de l'Art. Les suites en furent assez heureuses jusqu'au huitiéme jour que les urines devinrent louches & d'une odeur fœtide, de même que les selles. Le 14 au matin, la malade se plaignit d'une douleur dans l'aine gauche, & de l'impossibilité de pouvoir remuer la cuisse du même côté: on ne pouvoit essayer des mouvemens sans exciter les plus vives douleurs. On fit une saignée du bras; le sang cöeneux & inflammatoire parut une indication pour la réitérer, & l'on eut à s'en applaudir pendant quelques jours. Le 19, après un frisson d'une heure, la fievre s'alluma, la douleur & l'impuissance de mouvoir la cuisse se renouvellerent; on eut de nouveau recours à la saignée: elle fut suivie d'une sueur abondante; la

malade en reçut un ſoulagement ſi marqué, qu'elle ſe crut abſolument guérie. Les friſſons irréguliers, & les accès, d'abord intermittens, d'une fievre qui devint continue, avec ſéchereſſe à la langue, concentration du pouls, & engourdiſſement de la cuiſſe, firent mal augurer de l'événement. La malade mourut le 42e jour de ſa couche, après avoir reçu tous les ſecours, tant intérieurs qu'extérieurs, que les différens ſymptômes & accidens parurent exiger. A l'ouverture du corps, on trouva l'os des *iles* gauche ſéparé de l'os *ſacrum* par un écartement de trois lignes: le périoſte étoit décollé à la circonférence; les muſcles *pſoas* & *iliaque* étoient abreuvés d'une humeur ſanieuſe, d'un blanc griſâtre, dont le foyer ſe trouva à l'endroit de l'écartement des os. Ce fait ſe lie parfaitement avec tous ceux qui ſont le ſujet de cette Diſſertation. On ne peut méconnoître dans ce cas, les ſuites fâcheuſes de la diſruption de la ſymphiſe de l'os innominé.

XXXVII. Mr. HERMANN, jeune Médecin d'un mérite très-diſtingué par l'étendue & la ſolidité de ſes connoiſſances, à donné à Leipſick le 10 Avril 1767, pour ſon Doctorat, une ſavante Diſſertatiou ſur l'*Oſtéoſtéatome*, dans laquelle il rapporte, entr'autres Obſervations curieuſes & intéreſſantes, qu'il a vues à Paris chez Mr. *Levret* où il a fait un cours d'accouchement, le baſſin d'une femme, dont l'os *des iles*, à ſa jonction avec l'os *ſacrum*, & une grande portion de ce dernier os, avoient été détruits du côté droit par une carie, ſuite d'un abſcès qui s'étoit formé ſourdement dans cette partie. Ce qui prouve que les femmes ſont plus ſujettes qu'on ne penſe, aux accidens conſécutifs de cette diſtraction des os trop ſouvent méconnue.

XXXVIII. Mr. BERDOT *le fils*, Docteur en Médecine, Conſeiller du Duc régnant de Wirtemberg &c. dans ſon Abrégé de l'art d'accoucher, à l'uſage des Accoucheurs, des Sages-femmes & des meres de famille de la Principauté de Montbéliard, imprimé à Basle en 1774, Tome I. page 3. écrit ce qui ſuit:

I. Les os du *pubis* forment le devant du baſſin: ces os ſont joints enſemble à leur partie ſupérieure au moyen d'un cartilage qui ſe durcit beau-

coup avec le tems, & ne leur permet pas de s'écarter sensiblement l'un de l'autre, si ce n'est dans des accouchemens fort laborieux, ou dans d'autres circonstances extraordinaires dont on est communément la victime. La jonction de ces deux os forme un ceintre dont la convexité est en dehors, & la concavité est en dedans. Chacun de ces os fournit une branche; ces deux branches en s'écartant l'une de l'autre à mesure qu'elles descendent pour aller se joindre à celles des os ischions, forment l'arcade du *pubis*, & concourent à la formation de l'ouverture inférieure du bassin. Les os du *pubis* sont joints sur les côtés à ceux des iles, & en bas sur le devant aux os *ischions*.

II. Les os des iles constituent les côtés du bassin ou les hanches; ces os qui sont les plus considérables & forment comme deux aîles par leur évasement, sont joints par devant aux os du *pubis*, en bas aux os ischions, & par derriere à l'os *sacrum*, qui y est enclavé & affermi par des cartilages & de forts ligamens, lesquels dans des cas extraordinaires, permettent l'écartement de ces os & la dilatation du bassin, comme le fait le cartilage qui unit les os du *pubis*.

XXXIX. Mr. PHILIPPE, Maître-ès-Arts & en Chirurgie à Chartres, a publié un Mémoire sur la luxation de la symphise sacro-iliaque, à l'occasion d'un fait de pratique qui se concilieroit bien avec la doctrine de l'écartement des os du bassin. En 1763, un Paysan nommé *Binay*, âgé d'environ 21 ans, de la Paroisse de Ver près de Chartres, portoit sur son dos un sac de bled pesant 350 livres, à une charette, sur le derriere de laquelle il appuya d'abord ses mains, & ensuite sur les mains sa tête, pour mettre son corps dans une direction à peu près horizontale ... Un homme monté sur la voiture, devoit recevoir ce sac & l'enlever en le redressant: à peine l'eut-il soulevé qu'il lui échappa & tomba droit sur le dos de *Binay*, qui n'avoit pas eu le tems de se retirer. Il reçut le sac sur le croupion un peu du côté droit. Ce choc ne l'empêcha pas de se faire charger successivement de trois autres sacs de pareil poids, & de les porter à la charette. C'étoit le 11 Octobre à 4 heures après-midi. Il sentit ce

même jour un leger engourdissement dans l'endroit frappé; & le lendemain il vaqua à ses travaux ordinaires, la douleur étant entiérement dissipée. Le surlendemain il eut une legere douleur qui ayant augmenté la nuit du 14, lui fit remplir ses occupations avec un peu de peine. Le 15 au matin, la douleur le força d'appeller le Chirurgien du village qui le saigna deux fois, & de même le 16, parce que la douleur avoit augmenté: elle s'étendit les jours suivans, & se faisoit ressentir dans les entrailles: le ventre se gonfla, & le malade perdit peu à peu le mouvement des extrémités inférieures, & la faculté de retenir ses eaux & ses excrémens. Mr. *Philippe* fut appellé le 25; il examina avec attention la colonne de l'épine, croyant trouver dans le déplacement de quelque vertebre la cause de tout le mal: il n'apperçut pas le moindre défaut de conformation: il n'y avoit ni rougeur ni gonflement extérieur; cependant toute l'étendue du bassin étoit douloureuse, sans qu'on y pût voir le siege du mal. La petitesse du pouls, le froid de la peau & le défaut de sécheresse à la langue empêcherent Mr. *Philippe* de prendre la tension du ventre pour un état inflammatoire; il se contenta de prescrire quelques lavemens émolliens, & le petit lait pour boisson. Le malade avoit continué ses travaux pendant trois jours; la compression de la moëlle épiniere par déplacement ou fracture d'une vertebre auroit produit des accidens plus promts & immédiats. L'extinction du sentiment & du mouvement n'avoit été complette qu'au bout de huit jours: une forte commotion n'auroit pas donné ce délai. D'après ces idées, Mr. *Philippe* crut qu'il s'étoit fait peu à peu un épanchement de matiere lymphatique par la rupture de quelques vaisseaux, & que les nerfs en souffroient conséquemment. Le malade alla de mal en pis, & mourut le 30 du même mois d'Octobre. A l'ouverture du cadavre, la premiere chose qu'on apperçut, fut une saillie très-visible de plus de trois pouces, à côté de l'os *sacrum* & parallélement à son axe: c'étoit l'os des *îles*. Mr. *Philippe* se reprocha de n'avoir pas examiné le local depuis cinq jours; mais les livres de l'art n'ayant point fait mention de la possibilité de l'écartement de la symphise sacro-iliaque par cause externe, elle ne s'étoit pas présentée à son esprit; & il n'auroit gueres pu l'accorder avec ce qu'il savoit des premiers jours de l'accident, qui

avoit permis au bleſſé de marcher, d'agir & de travailler. Bien aſſuré de n'avoir reconnu aucun déplacement dans ſon premier examen, Mr. *Philippe* avoit craint que de nouvelles techetches n'occaſionnaſſent de plus grandes douleurs, ſans procurer plus de lumieres ſur la cauſe. Toute la ſurface interne du baſſin étoit conſidérablement enflammée, ſurtout du côté droit: il y avoit un épanchement de matiere putuleote daos le bas-ventre. Les inteſtins étoient diſtendus & enflammés. L'expaoſion membraneuſe qui recouvre la ſymphiſe, étoit plus épaiſſe que dans l'état natutel; elle étoit décollée d'environ 3 à 4 lignes ſur l'os *ſacrum* & d'un pouce & demi ſur l'os des *iles*. En pouſſant ces os un peu ſortement, on leur faiſoit perdre aiſément le niveau, de preſque toute leur épaiſſeur; & au plan de leur jonction ils étoient plus épais que dans l'état naturel: il y avoit manifeſtement inflammation & eogorgement dans le tiſſu oſſeux. Le ſac de bled avoit porté un peu du côté droit; & pour déprimer l'os *ſacrum*, il a dû n'agir que par une petite ſurface: un angle du ſac aura produit cet effet; il ne peut pas y avoir de déplacement ſenſible, parce que les os après avoir été forcés dans leur jonction par le choc, ſe rétabliſſent dès que l'impreſſion de la cauſe qui les a déplacés ceſſe d'agir. Son action a cauſé la cootuſion de la membraoe ligamenteuſe qui recouvre la connexion des os, & le décollement des cattilages qui encroûtent leurs ſurfaces reſpectives: mais la reſtitutioo des os ſe faiſant l'inſtant d'après leur dérangement, la progreſſion n'eſt d'abord ni gênée ni empêchée; un ſimple engourdiſſement peut être le ſeul ſymptôme primitif de la contuſion profonde des parties: l'ioflammation qui ſurvient, l'effuſion des ſucs par les orifices des petits vaiſſeaux dilacérés, ſont les cauſes conſécutives des accidens tardiſs qui naiſſent les uns des autres, relativement aux progrès de l'inflammatioo qui gagne de proche en proche, & qui peut cauſer par la communication des netſs, des ſpaſmes convulſifs, des étranglemens &c. à des patties fort éloignées. Cette obſervation de Mr. *Philippe* confirme la poſſibilité de la luxatioo de la ſymphiſe ſacro-iliaque. Il eſt perſuadé qu'il y a eu beaucoup de déplacemens de cette oature, qui n'ont pas été reconnus ni même ſoupçonoés faute d'accidens conſécutifs, ſoit que le déplacement ait été par lui-méme trop peu

confidérable pour les occafionner, foit que les fujets ayent eu le genre nerveux moins irritable & moins de difpofition à l'inflammation que fon bleffé. L'Auteur conclud judicieufement que dans les maladies obfcures du baffin, à la fuite du choc violent d'un corps mû avec une certaine force, ou fur lequel on feroit tombé avec une certaine quantité de mouvement, on doit chercher dans les fignes commémoratifs & rationels les indices de léfion dans la contiguité des parties offeufes. Il faut être attentif à toutes les circonftances, dont l'enfemble eft néceffaire pour que cet écartement arrive: la défunion fera plus ou moins facile fuivant l'état de la connexion des os, toujours plus ferrée dans un âge avancé. L'effort doit agir précifément fur la partie latérale de l'os *facrum*, pour l'ébranler dans fa jonction avec un os des *iles*; & fi la violence du choc portoit fur le centre de l'os *facrum*, les deux fynchondrofes latérales fouffriroient également diftraction. Le corps qui fait impulfion, ne peut agir que par une petite furface fur un endroit déterminé, & il faut que le fujet foit fitué de maniere qu'il ait deux points d'appui fixes. Le bleffé en queftion étoit appuyé fur fes jambes; fes mains & fa tête formoient un fecond point d'appui fur le derriere de la charette; la colonne vertébrale pouvoit être confidérée comme parallele à l'horizon; & le mouvement de la caufe qui a bleffé a été perpendiculaire. Dans cette fituation, les fémurs fourniffent au baffin un appui, qu'on doit regarder comme inflexible. L'os *facrum*, de la maniere dont il a été frappé, devoit céder pour un inftant au mouvement qui lui a été imprimé; la foupleffe du cartilage dans ce jeune homme y a beaucoup contribué. Mr. *Philippe* obferve que la même force qui a défuni l'os *facrum* d'avec l'os des *iles* dans l'attitude où étoit le bleffé, n'auroit certainement pas produit cet effet, fi elle l'eût frappé dans une pofition verticale; alors elle l'auroit renverfé; & même fi elle l'eût frappé debout, ayant la partie fupérieure abfolument immobile, il ne fe feroit point fait de diftraction dans la fynchondrofe, parce que le corps auroit obéi à l'impulfion, par rapport aux articulations du fémur avec les os innominés & avec le *tibia*: il faut donc pour que la fymphife facro-iliaque foit ébranlée, que le fujet ait deux points d'appui qui offrent plus de réfiftance que cette fymphife, & que l'os *facrum* foit frappé

d'une maniere déterminée, comme dans le cas dont il est question. Tel est l'extrait de l'Observation lumineuse de Mr. *Philippe* que j'ai cru devoir insérer ici un peu au long, à cause de son importance.

XL. Mr. BERTIN, dans son Traité d'Ostéologie, in 12. Paris 1754. Tome III. page 247, soutient que malgré la solidité qu'on observe dans la jonction des os du bassin, les liens qui affermissent cette union se ramollissent par des loix purement naturelles & très-simples, pour faciliter notre naissance. La Nature a si sagement disposé les vaisseaux qui se distribuent dans la matrice de nos meres que les troncs de ceux qui vont s'y jetter pour la dilater & nourrir l'enfant pendant neuf mois, fournissent des rameaux aux couches cartilagineuses & ligamenteuses qui lient les os du bassin & du *coccyx*. Il suinte de ces vaisseaux une rosée qui abreuve les os & leurs symphises, & qui les met en état de s'écarter un peu dans les accouchemens difficiles. Si le bassin étoit ou composé d'une seule piece, ou que ses liens fussent si serrés que son ouverture inférieure ne pût être aucunement aggrandie, la mort de l'enfant seroit le plus souvent inévitable, & la mere seroit exposée aux accidens les plus funestes.

Le même Mr. *Bertin* a eu occasion de disséquer deux femmes, l'une morte au quatriéme mois de sa grossesse & l'autre au septiéme: les os du bassin étoient mobiles par l'augmentation de volume des cartilages intermédiaires: ce qui prouve que la diduction est un état naturel & très-favorable à l'accouchement, & qu'elle se prépare de très-bonne heure. Ceux qui chercheroient des argumens pour prouver l'impossibilité de cette opération de la Nature, se refuseroient à ce qu'il y a de plus certain & de plus solidement démontré.

Le même encore a soutenu, en 1739, sous la Présidence de Mr. *Bouvard*, Docteur Régent de la Faculté de Paris & Membre de l'Académie Royale des Sciences, une These qui avoit pour objet l'écartement des os du bassin dans les accouchemens difficiles: *An ossa innominata in gravidis & parturientibus diducantur?* La conclusion qu'il en tira fut affirmative. Il fit dans cet Acte la démonstration du bassin d'une femme, morte dans un

accouchement difficile. Les os étoient vacillans; & il y avoit à la ſymphiſe des os *pubis* un écartement aſſez ſenſible; une moitié du baſſin tirée en bas gliſſoit ſur l'autre, qui étoit repouſſé en haut. Mr. le Conſeiller *Henckel* notre digne Confrere, ici préſent, qui aſſiſtoit à cette Theſe, aſſure que l'Aſſemblée, dans laquelle il y avoit plus d'un incrédule que les raiſons du ſoutenant ne convainquoient point, ne fut pas peu ſurpriſe quand elle le vit tirer de deſſous ſon habit les parties oſſeuſes dont il s'agiſſoit, & elle ſe rendit unanimement à la démonſtration anatomique qui en fut faite. Ainſi, comme l'Ecole de Chirurgie de Paris avoit été convaincue en 1579 de la mobilité des os du baſſin dans l'accouchement, l'Ecole de Médecine l'a auſſi reconnue authentiquement 160 ans après en 1739.

XLI. Mr. le Baron DE HALLER eſt auſſi du ſentiment de ceux qui tiennent pour l'écartement des os du baſſin dans l'accouchement. Auſſi n'a-t-il pas manqué de faire imprimer dans ſon Recueil de Diſputes Anatomiques choiſies, Tome V. page 375, la Theſe victorieuſe de Mr. *Bertin*.

XLII. Je finirai cette ſuite d'Autorités reſpectables, pouſſées juſqu'à notre tems, par celle de Mr. LOUIS, Sécretaire perpétuel de l'Académie Royale de Chirurgie de Paris; ce ſavant Praticien, ayant donné en toutes rencontres des preuves de ſon adhéſion à la doctrine de la mobilité des os du baſſin dans l'accouchement.

1°. En 1761, dans un voyage qu'il fit à Gœttingue, il conféra ſur ce ſujet avec le Profeſſeur Mr. *Rœderer*, Membre externe de l'Académie de Chirurgie, lequel avoit toujours été contraire à cette doctrine, & le réſultat de cette Conférence fut que Mr. *Rœderer* demeura convaincu du peu de ſolidité des raiſons qui l'avoient ſéduit contre l'écartement des os du baſſin.

2°. Dans l'hiſtoire de l'Académie de Chirurgie juſqu'à 1743, qui ſe trouve à la tête du Tome IV. de ſes Mémoires, & dont Mr. *Louis* eſt l'auteur, il y parle avec tant de zele & d'intérêt, de l'Obſervation de 1579 rapportée par *Pineau*, qu'il manifeſte clairement qu'il eſt du même avis, finiſſant ſon récit par dire, que le fait intéreſſant de l'écartement des os du

baſſin

baſſin a fourni des principes lumineux dont les conſéquences ont été trop négligées.

3°. Enfin, l'Hiſtoire de la même Académie eſt ſuivie immédiatement d'un Mémoire ſur le même ſujet, qui paroît être auſſi de Mr. *Louis*, quoiqu'il n'y ſoit pas nommé non plus que dans l'Hiſtoire; & on y retrouve encore la même doctrine. Si j'avois connu plutôt ce Mémoire, il m'auroit épargné la peine de travailler au mien; mais quoique puiſés tous deux à peu près dans les mêmes ſources, ils ſont aſſez différens & dans la forme & dans le fond, pour qu'on ſoit curieux de lire l'un & l'autre ſéparément.

Après avoir montré juſqu'à préſent, tant par la conſtruction naturelle du baſſin de l'hypogaſtre des femmes que par les témoignages d'un ſi grand nombre d'Autorités, que la dilatation de cette partie a lieu dans la circonſtance de l'enfantement, il me reſte à faire voir que la Providence n'a pas borné là ſon bienfait, mais qu'elle vient de ſuſciter un moyen pour faciliter encor davantage cette opération. Je parle de la ſection du cartilage de la ſymphyſe des os *pubis*, heureuſement pratiquée à Paris ſur la femme d'un Soldat aux Gardes, par Mr. *Sigault*, célebre Médecin & Chirurgien, Auteur de cette importante découverte.

EXPÉRIENCES

sur l'Électrophore avec une théorie de cet instrument.

PAR M. ACHARD.

L'Électrophore est un instrument inventé il n'y a pas longtems, dont les effets singuliers & inattendus attirent beaucoup l'attention des Physiciens. Les expériences que j'ai faites avec cet instrument, m'ayant mis en état de découvrir de quelle maniere il agit, je tâcherai d'en donner la théorie dans ce Mémoire, & rapporterai plusieurs expériences qui lui serviront de preuve.

L'électrophore, tel qu'il a été construit jusqu'à présent, est composé d'une plaque circulaire faite d'une substance originairement électrique, dont une surface que je nomme l'inférieure, est entierement couverte d'un enduit métallique. Sur la surface opposée de la plaque originairement électrique que je nommerai supérieure, l'on pose une plaque circulaire de fer blanc qui doit avoir deux pouces de moins en diametre que la plaque faite de la matiere électrique par elle-même; cette plaque de fer blanc peut être levée par des fils de soie qui y sont collés, ou par une branche de cire à cacheter attachée dans son centre. Pour abréger je nommerai dans la suite cette plaque de fer blanc le conducteur, parce qu'effectivement elle sert, comme je le prouverai, à conduire le fluide électrique à l'électrophore, qui ensuite le lui rend, & qu'elle ressemble par-là aux conducteurs qui servent à recevoir l'électricité des globes de verre.

Pour faire usage de l'électrophore l'on frotte la surface supérieure de la plaque originairement électrique; ensuite l'on y met le conducteur & on le touche avec le doigt en approchant en même tems un autre doigt de l'enduit métallique qui couvre la surface inférieure de la plaque originairement

électrique; cela étant fait on leve le conducteur en le tenant aux fils de soie qui y sont attachés, & à l'approche du doigt ou d'un autre conducteur, on en tire une étincelle; l'on peut répéter la même opération plus de cent fois de suite, sans que les étincelles qu'on tire du conducteur s'affoiblissent, & sans qu'il soit nécessaire de frotter la surface supérieure de l'électrophore. Lorsqu'on a rendu cet instrument électrique, il conserve son électricité pendant plusieurs semaines. Je passe aux expériences que je fis dans la vue de découvrir la maniere dont il agit.

1. *Expérience.*

Je posai horizontalement une plaque de verre circulaire qui avoit environ une ligne & demie d'épaisseur & un pied de diametre, sur une plaque de fer blanc qui ne touchoit le verre que dans fort peu d'endroits; la surface supérieure de ce verre étant rendue électrique par le frottement, produisit tous les effets de l'électrophore.

Donc il n'est pas essentiel que l'enduit métallique inférieur touche exactement & partout la surface de la plaque originairement électrique.

2. *Expérience.*

J'isolai dans une position horizontale une plaque de verre d'environ un pied de diametre, & l'ayant rendue électrique en frottant sa surface supérieure, j'y appliquai un conducteur, & en opérant de la maniere ordinaire, j'en tirai un grand nombre d'étincelles successives, mais elles n'étoient que foibles, & pour qu'elles parussent il ne suffisoit pas de toucher pendant un instant le conducteur pendant qu'il étoit sur le verre, il falloit y tenir le doigt ou la main pendant quelques minutes. Lorsqu'au lieu d'isoler la plaque de verre par du verre, je l'isolai par de la cire à cacheter, du souffre ou de la poix, je trouvai constamment que les étincelles que je tirai du conducteur étoient plus fortes & que je pouvois en tirer un beaucoup plus grand nombre avant qu'elles s'affoiblissent au point de disparoître.

L'on voit par cette expérience que l'enduit métallique inférieur de l'électrophore n'est pas essentiellement nécessaire pour qu'il produise les effets

que les Physiciens ont observés, & que lorsqu'il en est privé il conserve toutes ses propriétés.

J'ai préféré d'isoler la plaque de verre dans l'expérience précédente; car sans cette précaution la table ou l'appui quelconque sur lequel j'aurois été obligé de la poser, & qui par conséquent auroit touché sa surface inférieure, auroit pu en suppléant à l'enduit métallique inférieur, répandre de l'incertitude sur le résultat de cette expérience.

3. *Expérience.*

Je répétai l'expérience précédente avec des plaques de soufre, de cire à cacheter rouge, de poix noire, & de colophone; les résultats furent à tous égards les mêmes, excepté seulement que ces plaques garderent plus longtems leur électricité lorsqu'elles étoient isolées par du verre, que lorsqu'elles étoient isolées par des substances résineuses.

Dans la vue de m'assurer si l'électrophore seul avoit la propriété de conserver son électricité plus ou moins longtems, suivant qu'il est isolé par des corps négativement ou positivement électriques, ou si elle est commune à tous les corps électriques par eux-mêmes, j'eus recours à l'expérience suivante.

4. *Expérience.*

Je frottai un tube de verre, un bâton de cire à cacheter, de soufre, de poix noire, & de colophone, & les ayant rendus par-là électriques, je les isolai tous sur du verre; dans une demi-heure le tube de verre avoit perdu toute son électricité, tandis que les corps résineux donnerent encore au bout de quelques heures des marques très-décidées d'électricité. Je répétai ensuite cette expérience en isolant tous ces corps, après les avoir rendus électriques par le frottement sur des substances résineuses; les résultats furent très-différens; car les bâtons de cire à cacheter, de soufre, de poix noire, & de colophane, avoient perdu dans une heure de tems toute leur électricité, & le tube de verre la conserva pendant plus de huit heures.

Donc la propriété de l'électrophore isolé, de conserver son électricité pendant plus longtems, lorsqu'il est isolé par une substance qui par le frotte-

ment acquiert une électricité opposée à celle qu'on donne à la plaque originairement électrique dont il est composé en la frottant, n'est pas propre à cet instrument, mais commune à toutes les substances électriques par elles-mêmes.

5. *Expérience.*

Je couvris de son conducteur un électrophore de cire à cacheter rouge, rendu auparavant électrique en le frottant, & le touchai sans toucher à l'enduit métallique inférieur; ayant ensuite levé le conducteur, j'en tirai à l'approche du doigt une étincelle aussi forte que lorsque je touchai en même tems le conducteur & l'enduit métallique inférieur; je répétai cette expérience plusieurs fois de suite avec le même succès.

Il paroît donc que pour tirer des étincelles du conducteur, il n'est pas nécessaire de le faire communiquer comme le prescrivent quelques Physiciens avec le métal qui couvre la surface inférieure de l'électrophore, mais qu'il suffit de toucher le conducteur avec un corps qui puisse lui communiquer du fluide électrique. Pour éviter toutes les objections qu'on pourroit faire, en supposant que la personne qui touche le conducteur communique par le plancher avec l'enduit métallique inférieur, je l'ai répétée en isolant l'électrophore, & j'ai toujours observé les mêmes phénomenes.

6. *Expérience.*

Ayant frotté la surface supérieure d'un électrophore de cire à cacheter, & l'ayant rendu par-là électrique, je le couvris de son conducteur, & sans l'avoir touché, je le levai en le tenant à l'extrémité d'un bâton de cire à cacheter que j'avois fixé à son centre, & au moyen duquel il étoit isolé; en approchant alors le doigt du conducteur il ne parut pas d'étincelle, & il ne présenta pas les plus légers phénomenes d'attraction & de répulsion, ce qui prouve qu'il n'avoit pas la moindre électricité.

Il suit de cette expérience que l'électrophore ne peut rendre le conducteur électrique, à moins qu'on ne le touche avec un corps non électrique par lui-même, & que cette condition est essentielle.

7. *Expérience.*

Je mis un conducteur sur un électrophore actuellement électrique, & observai que lorsque j'en approchai le doigt il paroissoit une étincelle très-visible dans l'obscurité, & qui lorsque le temps étoit favorable aux expériences électriques étoit sensible, & même visible de jour.

Le fluide électrique ne paroissant jamais sous la forme d'étincelles, à moins qu'il ne passe rapidement d'un corps dans un autre, il faut nécessairement dans l'expérience précédente, ou que le fluide électrique passe du doigt dans le conducteur, ou du conducteur dans le doigt; & puisque le conducteur ne donne des marques d'électricité lorsqu'on l'ôte de l'électrophore, que lorsqu'on l'a auparavant touché avec le doigt, ou avec un autre corps non électrique par lui-même, il s'ensuit que l'électrophore n'électrise le conducteur qu'entant que ce dernier reçoit ou perd du fluide électrique. Or le fluide électrique ne passant jamais rapidement d'un corps dans l'autre, à moins que l'un des deux n'en contienne plus ou moins qu'il n'en renferme dans son état naturel, il faut nécessairement, ou que le conducteur contienne plus de fluide électrique que les corps non électriques par eux-mêmes qui l'environnent, ou qu'il en contienne moins; car sans cette condition il ne peut paroître d'étincelle lorsqu'on en approche un corps capable de conduire la matiere électrique.

8. *Expérience.*

Pl. II. Fig. 1. Je fixai sur le conducteur un bras de laiton auquel je suspendis deux boules de moëlle de sureau affermies aux deux extrémités d'un fil de lin, & le posai sur un électrophore rendu auparavant électrique en le frottant; les boules s'écarterent d'abord un peu, de maniere cependant que les fils auxquels elles étoient arrêtées ne formerent qu'un angle fort aigu; ces boules furent alternativement attirées & repoussées par tout corps conducteur que j'en approchai, ce qui, après avoir duré pendant quelque tems, cessa, & alors les boules se rejoignirent. Lorsqu'au lieu d'approcher de ces boules un corps non électrique par lui-même, je touchai le conducteur avec le doigt ou un métal, leur répulsion cessa dans l'instant; mais dès que je levai le conducteur en le tenant à l'extrémité de la branche de cire à cacheter

fixée à son centre, ces boules se repoussèrent très-vivement, & lorsque les circonstances étoient favorables à l'électricité, elles formoient un angle de près de 180 degrés; en tirant l'étincelle du conducteur, les boules perdirent dans l'instant leur force répulsive.

Cette expérience confirme non seulement la précédente, car le mouvement d'attraction & de répulsion alternatif entre le corps non électrique par lui-même & les boules de moëlle de sureau prouve évidemment, ou que le conducteur absorbe du fluide électrique, ou qu'il se décharge d'une portion de celui qu'il contient; mais elle prouve encore que le cooducteur, dès qu'on le pose sur l'électrophore, acquiert un petit degré d'électricité, qu'il perd par l'approche du doigt, & qu'il redevient électrique au moment où on l'ôte de l'électrophore.

9. *Expérience.*

J'isolai un électrophore de cire à cacheter en le posant sur un cylindre de verre, & suspendis une boule de moëlle de sureau à un fil de lin, de maniere qu'elle étoit éloignée d'eoviroo un quart de pouce, d'un morceau de laiton que j'attachai à l'enduit métallique inférieur de l'électrophore; l'ayant alors couvert de son conducteur, la boule oe fut pas mise en mouvement; mais dès que je touchai le conducteur, soit avec le doigt, ou avec du métal, la boule fut attirée par le laiton attaché à l'enduit métallique inférieur, & cette attraction dura aussi longtems que je tins le doigt sur le conducteur, & cessa dès que je l'ôtai, & dès que je remis le doigt la boule fut de nouveau attirée; au moment où je levai le conducteur, l'enduit métallique inférieur attira la boule, & cette attractioo cessa au moment où je touchai cet eoduit, soit avec le doigt, ou avec un autre corps oon électrique par lui-même; mais elle continua lorsque sans toucher l'enduit inférieur je remis le conducteur sur l'électrophore avant d'en avoir tiré l'étincelle. Cependaot l'attraction parut durer plus longtems & être plus forte lorsque je tirai l'étiocelle du conducteur, avant de le remettre sur l'électrophore. Fig. 2.

10. *Expérience.*

J'électrisai au moyen de la machine électrique la surface métallique inférieure d'un électrophore de cire à cacheter isolé & couvert de son con- Fig. 3.

ducteur; le conducteur donna d'abord d'assez fortes étincelles à l'approche des corps non électriques par eux-mêmes, & le touchant d'une main, en touchant de l'autre l'enduit métallique inférieur, j'éprouvai une très-forte commotion; la même chose eut lieu lorsque je répétai cette expérience avec un électrophore de verre.

11. *Expérience.*

Fig. 4. Je couvris de son conducteur un électrophore de cire à cacheter, & ayant électrisé ce conducteur au moyen de la machine électrique je ressentis une très-forte commotion en touchant en même tems d'une main l'enduit métallique inférieur & de l'autre le conducteur électrisé.

Donc l'électrophore, dont on électrise, soit l'enduit métallique inférieur, ou le conducteur, produit les effets d'une bouteille de Leyde.

12. *Expérience.*

Fig. 3. J'isolai un électrophore de cire à cacheter qui n'avoit pas la moindre électricité, le couvris de son conducteur, & électrisai au moyen de la machine électrique son enduit métallique inférieur; ensuite je tirai l'étincelle de la chaîne qui avoit servi à conduire l'électricité à l'enduit inférieur, & trouvai que l'électrophore avoit acquis par-là toutes les propriétés qu'il prend lorsqu'on le rend électrique en frottant sa surface supérieure.

13. *Expérience.*

Fig. 4. Je couvris un électrophore actuellement non électrique de son conducteur, & ayant électrisé ce conducteur je tirai l'étincelle de la chaîne qui avoit servi à lui communiquer l'électricité du globe de verre; l'électrophore avoit acquis par-là toutes les propriétés qu'on lui communique en frottant immédiatement sa surface supérieure. Cette expérience eut le même succès, lorsque je la répétai avec un électrophore de verre.

14. *Expérience.*

Fig. 5. J'isolai une bouteille de Leyde sur la surface supérieure d'un électrophore de cire à cacheter, qui n'avoit pas la moindre électricité, & l'ayant chargée au moyen d'une machine électrique, je la déchargeai & examinant ensuite l'électrophore, je trouvai qu'il étoit devenu par-là fort électrique, & qu'il

avoit

avoit acquis toutes les propriétés qu'on lui donne en frottant la surface supérieure de la plaque originairement électrique dont il est composé.

Il paroît par ces trois dernieres expériences que pour rendre l'électrophore électrique, il n'est pas nécessaire de le frotter immédiatement, mais que l'électricité par communication produit le même effet.

15. *Expérience.*

Je couvris de son conducteur un électrophore de cire à cacheter rendu électrique par le frottement, & y posai un cube de laiton affermi à une branche de cire à cacheter; ce cube, ôté de dessus le conducteur sans qu'on l'eût touché, donna des marques d'électricité & attira une boule de moëlle de sureau suspendue à un fil de lin; mais lorsque je répétai cette expérience en touchant le conducteur avant d'ôter le cube, ce dernier ne donna pas les moindres marques d'électricité. Fig. 6.

Pour parvenir à une connoissance exacte des modifications que subit la matiere électrique, dans les différentes circonstances où je plaçai l'électrophore dans l'expérience 8e, je déterminai les cas où l'électricité étoit positive & ceux où elle étoit négative, ce moyen étant le plus propre pour trouver le méchanisme interne de cet instrument, & en même tems pour en établir la théorie. Afin de déterminer la nature de l'électricité j'ai fait usage d'un principe reçu de tous les Physiciens, c'est que deux corps électriques au même degré qui s'attirent, ont une électricité opposée, tandis que s'ils se repoussent, ils sont tous deux, ou négativement, ou positivement électriques; & en regardant comme positivement électrique tout corps électrisé par du verre rendu électrique par le frottement, de maniere que le frottoir n'ait pas été isolé, j'ai trouvé

16. *Expérience*

1) Qu'au moment où l'on pose le conducteur sur un électrophore de cire à cacheter, il prend une électricité positive foible, & une électricité négative foible lorsqu'on le pose sur un électrophore de verre.

2) Que lorsqu'on touche le conducteur après l'avoir posé sur un électrophore de cire à cacheter ou de verre, il perd toute son électricité.

3) Que lorſqu'après avoir poſé le conducteur ſur un électrophore de cire à cacheter, & l'avoir touché, on l'ôte, il prend dans l'inſtant où on le leve une électricité négative aſſez forte; lorſque l'électrophore eſt de verre, le réſultat eſt oppoſé, & l'électricité du conducteur eſt poſitive.

Je paſſe à l'expoſition de la théorie à laquelle les expériences que je viens de rapporter m'ont conduit.

Je me repréſente la plaque originairement électrique de l'électrophore comme diviſée en pluſieurs couches horizontales; la couche ſupérieure, qui eſt rendue électrique, ſoit par communication ou par le frottement immédiat, eſt donc iſolée par les couches inférieures. Or tout corps originairement électrique iſolé conſerve ſon électricité pendant fort longtems, & comme c'eſt là exactement le cas de l'électrophore, l'on voit aiſément que c'eſt par cette raiſon qu'il conſerve ſi longtems ſon électricité.

Le verre iſolé & électrique communique aux corps conducteurs une électricité négative, & les réſines au contraire iſolées & électriques communiquent aux corps non électriques par eux-mêmes une électricité poſitive; ce principe eſt prouvé par un grand nombre d'expériences, & il eſt reçu par tous les Phyſiciens. Donc la ſurface de l'électrophore iſolée par les couches inférieures doit communiquer au conducteur, au moment où on l'y poſe, une électricité poſitive, s'il eſt fait de cire à cacheter, & une électricité négative, s'il eſt fait de verre; ce qui eſt parfaitement conforme à l'expérience 16e. N°. 1.

Au moment où l'on touche du doigt le conducteur, la ſurface ſupérieure de la plaque originairement électrique de l'électrophore ceſſe d'être iſolée; donc elle doit communiquer alors au conducteur une électricité négative, ſi l'électrophore eſt de cire à cacheter, & une électricité poſitive, s'il eſt de verre; ce qui eſt auſſi très-bien conſtaté par l'expérience 16e. N°. 3.

Les corps originairement électriques ne mettent le fluide électrique qu'on leur communique dans le mouvement où il doit être, pour paroître ſous la forme des étincelles, & pour produire les phénomenes d'attraction

& de répulsion, que lorsqu'ils ne sont pas en contact avec des corps conducteurs; ce fait est constaté par plusieurs expériences & c'est pourquoi le conducteur, après qu'on lui a donné en le touchant du fluide électrique, ne donne pas les moindres marques d'électricité, tant qu'il reste sur l'électrophore auquel il transmet le fluide électrique qu'il a reçu; tandis qu'au moment où on le leve, & où par-là l'on fait cesser le contact du corps conducteur avec la surface électrique de l'électrophore, ce dernier met le fluide électrique dans le mouvement où il doit être pour produire les phénomenes de l'électricité, & le communique au conducteur.

L'explication que je viens de donner des effets de l'électrophore a l'avantage de la simplicité, puisque je rapporte tout aux propriétés déjà connues des corps originairement électriques isolés, & que j'ai montré que l'électrophore peut effectivement être regardé comme composé de couches originairement électriques, dont la supérieure, qu'on rend électrique en la frottant ou en lui communiquant l'électricité, est isolée par les couches inférieures.

Il suit de cette explication qu'on peut priver l'électrophore de son enduit métallique inférieur sans lui ôter par-là ses propriétés; ce qui est très-bien confirmé par la 2[e] expérience. Cependant je crois que cet enduit est propre à conduire ou à décharger un peu le fluide électrique de la surface supérieure de l'électrophore, suivant que les circonstances l'exigent.

L'application de la théorie que je viens de donner aux expériences raptées ci-dessus étant fort aisée, je ne m'y arrêterai pas, & passerai à la description abrégée de quelques nouveaux électrophores, construits sur les principes que je viens d'établir.

A est un globe de verre creux rempli d'eau, qui a en *B* une ouverture à laquelle on cimente avec de la cire à cacheter un morceau de laiton percé d'un écrou dans lequel l'on peut visser la piece de laiton *C*, qui a d'un côté un crochet *D*, & du côté où est la vis un fil de laiton *E*, qui entre dans le globe *A*. *F* est un morceau de fer blanc ou de carton couvert de papier doré, qui a une concavité hémisphérique dont le rayon est P F

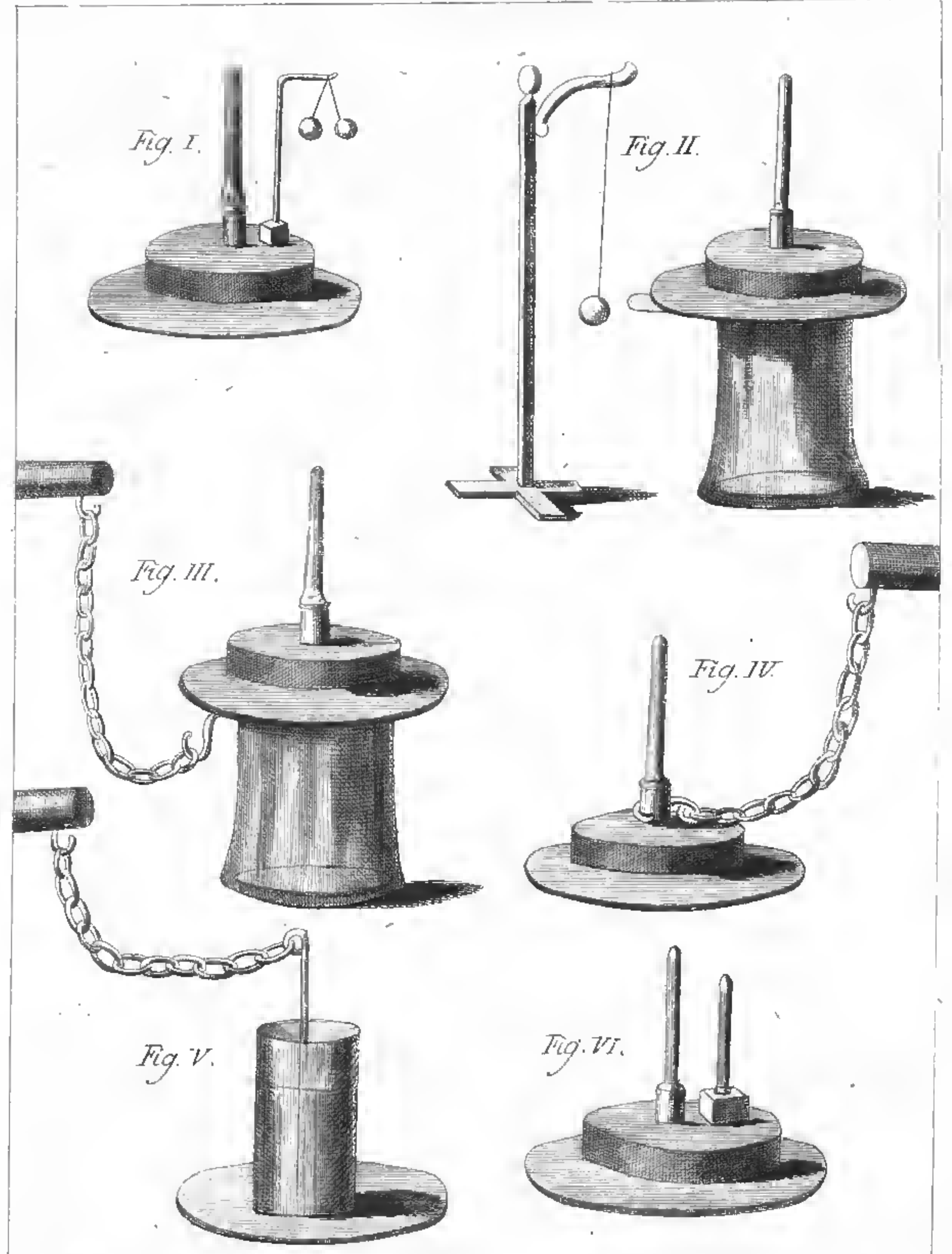
égal à celui du globe de verre *A*, afin que lorsqu'on le pose sur ce globe, il touche partout la moitié de sa convexité. En *H* l'on attache un bâton de cire à cacheter, auquel on peut tenir cet hémisphere, en sorte qu'il soit isolé. Pour faire usage de cet instrument l'on pose le morceau concave de fer blanc *F*, sur le globe *A*, & l'on met ce globe sur un anneau de bois *IKLM*, qui est soutenu par trois tubes de verre qui doivent avoir pour le moins quinze pouces de longueur; ensuite l'on fait communiquer le crochet *D*, au moyen d'une chaîne *NO*, avec le conducteur *P*, d'une machine électrique. Lorsqu'on a électrisé de cette maniere le globe *A* pendant environ un demi-quart d'heure, l'on décharge le conducteur *P* en le touchant avec un corps non électrique par lui-même, & l'on ôte la chaîne attachée au crochet *D*. Cet instrument alors a toutes les propriétés d'un électrophore, & l'on peut tirer du fer blanc qui couvre la moitié du globe *A* autant d'étincelles successives qu'on voudra, pourvu que toutes les fois qu'on le pose sur le globe on le touche avant de le lever.

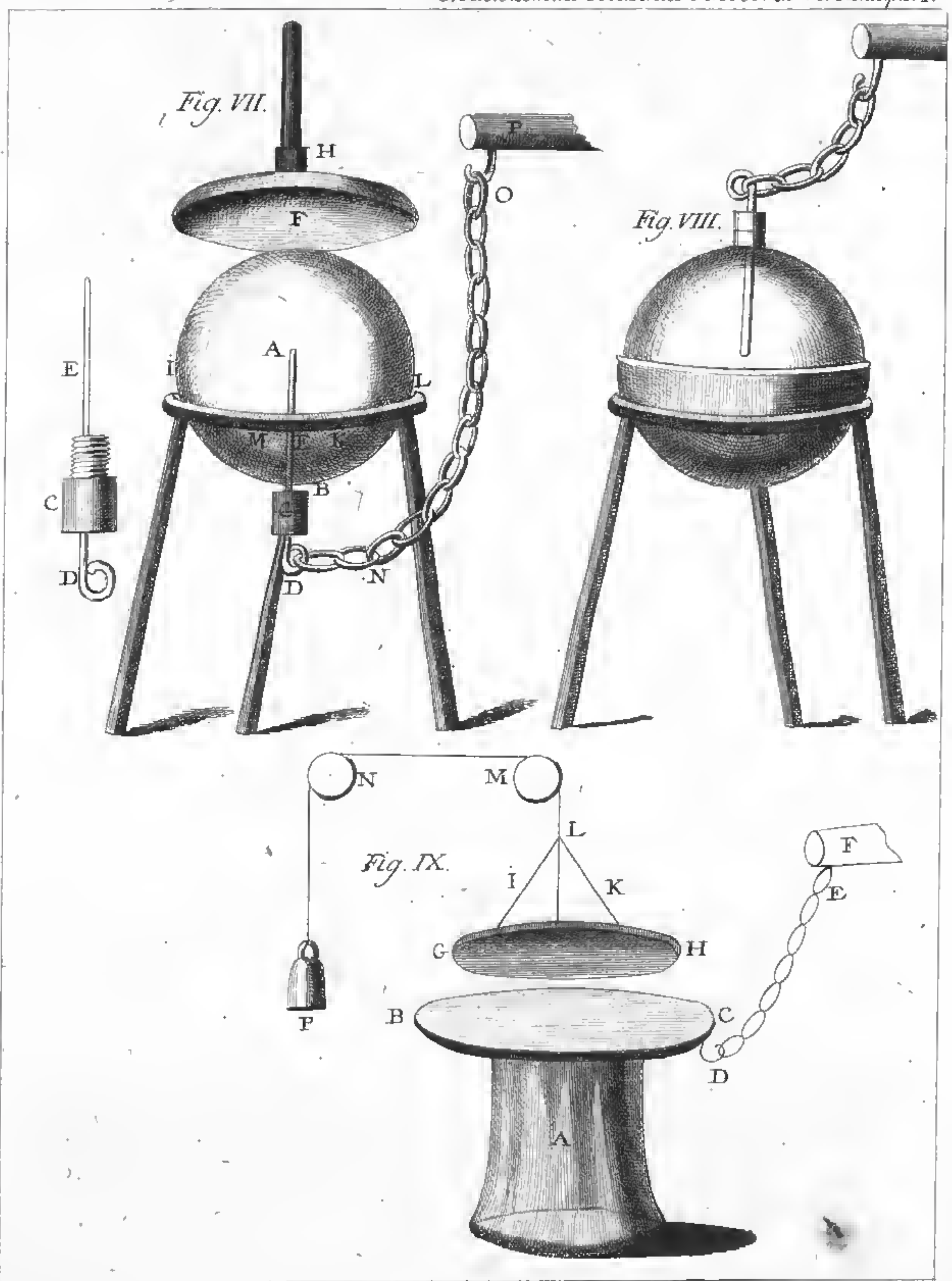
Fig 8. En ne remplissant le globe *A* qu'à moitié d'eau, & en le renversant, en sorte que son hémisphere supérieur, qui étoit auparavant couvert de fer blanc, soit en bas & repose dans la même concavité hémisphérique de fer blanc, on le change tout de suite en une bouteille de Leyde, en sorte que cet instrument a l'avantage de pouvoir servir de cette maniere à deux usages.

Au lieu de remplir le globe *A* d'eau, on peut l'enduire intérieurement d'une feuille d'étain ou de papier doré; mais alors il faut que le fil de laiton ou de fer qui entre dans le globe, soit assez long pour toucher le métal dont sa surface intérieure est couverte. De cette maniere l'on diminue beaucoup le poids de cet instrument, qui par-là devient beaucoup plus aisé à manier.

L'on peut faire cet électrophore avec des verres de toutes sortes de figures, & il est aisé de voir que toute bouteille de Leyde dont l'armure extérieure peut être ôtée & remise à volonté, doit produire le même effet.

Pour faire un électrophore très-portatif j'ai cousu quinze à vingt doubles de gros-de-Tours bleu l'un sur l'autre avec de la soie de la même cou-


Fig. I.
Fig. II.
Fig. III.
Fig. IV.
Fig. V.
Fig. VI.


Fig. VII.
H
F
P
O
A
E
I
L
M
K
C
B
C
D
D
N
Fig. VIII.
N
M
L
Fig. IX.
I
K
F
E
G
H
P
B
C
D
A

leur; chaque morceau étoit circulaire & avoit environ un pied de diametre; j'ai collé d'un côté du papier doré avec de l'amidon, ensuite j'ai frotté le côté opposé, & l'ayant rendu par-là électrique, j'en ai fait usage comme des électrophores de cire à cacheter. Le conducteur qu'on pose sur cet électrophore peut être fait de carton couvert de papier doré, & se plier en quatre au moyen de quelques charnieres; au lieu de soutenir ce carton par une branche de cire à cacheter, on peut le lever avec des cordons de soie; de cette maniere on peut faire un électrophore très-portatif, & qui produit un fort bon effet.

Enfin l'air étant originairement électrique, j'ai construit de la maniere suivante un électrophore où une couche d'air remplit la place de la plaque de verre ou de cire à cacheter dont les électrophores ordinaires sont faits.

A est un cylindre de verre sur lequel j'isole dans une position horizontale une plaque circulaire de laiton *BC* d'un & demi à deux pieds de diametre qui, par la chaîne *DE*, communique au conducteur *F*, d'une machine électrique. *GH* est un morceau circulaire de fer blanc, dont le diametre est de quatre pouces moindre que celui de la plaque *BC*, & qui est soutenu par des fils de soie *I*, *K*, attachés à un cordon *L*, qui passe sur deux poulies *M*, *N*, auquel l'on attache un poids *P*, en sorte qu'il soit en équilibre avec la plaque de fer blanc *GH*, à quelque distance qu'on l'éloigne de la plaque *BC*. Fig. 1.

Pour faire usage de cet instrument on éloigne les deux plaques *BC* & *GH*, de un à deux pouces; ce qui differe suivant que l'air est plus ou moins chargé de vapeurs, & par conséquent plus ou moins originairement électrique; cela étant fait, l'on électrise la plaque *BC*, pendant environ un quart d'heure; ensuite l'on touche le cercle de fer blanc *GH*, avec le doigt; on l'éloigne de la plaque *BC*, en faisant descendre le poids *P*, & alors l'on en tire à l'approche du doigt ou de tout autre corps conducteur une étincelle très-sensible; en répétant toujours la même opération, l'on peut tirer successivement de la plaque *GH* un très-grand nombre d'étincelles.

Si l'agitation continuelle de l'air n'emportoit pas presque à chaque instant celui qui se trouve entre les deux plaques *BC* & *GH*, l'on pourroit, après avoir électrisé la plaque *BC*, ôter la chaîne par laquelle elle communique au conducteur *F*; mais cela étant, il faut que la plaque *BC* reste toujours électrique, afin qu'elle puisse constamment communiquer l'électricité à l'air qui la touche.

Je finis ce Mémoire en remarquant que les expériences rapportées par un célebre Naturaliste sur le mouvement d'oscillation régulier des pendules suspendus au-dessus ou au-dessous d'un électrophore, suivant lesquelles il paroît que ce mouvement se fait toujours dans le méridien magnétique, ne m'ont point réussi, & que plusieurs Physiciens les ont répétées sans succès.



MÉMOIRE

ſur la nature de la terre qui ſert de baſe aux végétaux & aux animaux.

PAR M. ACHARD.

Lorſqu'on expoſe une matiere végétale ou animale quelconque à l'action combinée de l'air & du feu, il reſte, après la diſſipation totale des parties volatiles, un réſidu fixe d'une couleur griſe, qui par une calcination continuée plus longtems devient très-blanc. Ce réſidu eſt un mélange d'alcali fixe, joint quelquefois à d'autres ſels, & de la terre à laquelle la partie du végétal ou de l'animal qui a été brûlée devoit ſa ſolidité; pour l'obtenir ſeule il ſuffit de bien leſſiver ce réſidu avec de l'eau diſtillée; par-là on enleve toutes les parties ſalines, & il ne reſte que la terre qui ſervoit de baſe à l'animal ou au végétal qu'on a calciné, dans ſon plus grand état de pureté.

La Chimie fournit encore pluſieurs moyens de ſe procurer cette terre, & de la ſéparer des autres parties qui compoſent le végétal ou l'animal & avec leſquelles elle eſt aſſez étroitement liée; mais la méthode dont je viens de parler m'ayant paru mériter par pluſieurs raiſons la préférence, je l'ai ſuivie pour me procurer toutes les terres qui ont ſervi à mes recherches, & dont je parlerai dans la ſuite.

Je commencerai par rapporter les expériences que j'ai faites dans la vue de déterminer la nature de la terre des végétaux, & prouverai qu'elle a toutes les propriétés qui caractériſent la terre calcaire; enſuite je ferai l'examen de la terre qui ſert de baſe aux animaux, & montrerai qu'il y en a de deux ſortes, dont l'une ne differe en rien de la terre calcaire, tandis que l'autre a des propriétés qui la diſtinguent de toutes les autres terres alcalines connues juſqu'à préſent.

1. *Expérience.*

Je verſai de l'acide marin ſur la terre du bois de chêne; elle fut entierement diſſoute & la ſolution ſe fit avec efferveſcence & chaleur. Lorſque l'acide fut chargé d'autant de terre qu'il pouvoit en diſſoudre, je le filtrai & le mis en évaporation fort lente, afin de donner lieu à la criſtalliſation; mais le tout ſe changea en un mucilage reſſemblant à une ſolution de gomme arabique bien ſaturée & je ne pus obtenir des criſtaux. En pouſſant l'évaporation juſqu'à ſiccité entiere, il reſta un réſidu ſec d'une couleur blanche qui, expoſé à l'air, en attira l'humidité & fut aſſez promtement réſous en liqueur.

2. *Expérience.*

Je verſai une once de la ſolution de la terre du bois de chêne par l'acide marin, dans une cornue de verre, & après y avoir adapté un récipient, je procédai à la diſtillation au bain de ſable, en donnant vers la fin de l'opération un feu capable de faire rougir la cornue; ayant enſuite examiné le réſidu, je trouvai qu'il contenoit encore autant d'acide qu'il en falloit pour lui conſerver ſes propriétés ſalines, & ſa diſſolubilité dans l'eau.

3. *Expérience.*

J'ajoûtai ſucceſſivement différens alcalis ſalins à une ſolution de la terre des végétaux dans l'acide marin; tous la décompoſerent, à l'exception de l'alcali volatil cauſtique, qui n'occaſionna aucune précipitation.

4. *Expérience.*

Ayant ajoûté de l'acide vitriolique à une ſolution bien ſaturée de terre végétale dans l'acide du ſel commun affoiblie avec de l'eau diſtillée, ce mélange ſe troubla d'abord, & il ſe forma un précipité abondant, en forme de petits criſtaux, qui ne ſe diſſolvoient que très-difficilement, & ſeulement dans une très-grande quantité d'eau; ce précipité reſſembloit à tous égards à celui qui paroît toutes les fois qu'on ajoûte de l'acide vitriolique à une ſolution quelconque de terre calcaire.

5. *Expérience.*

Je verſai de l'acide nitreux ſur une portion de la terre du bois de chêne; la ſolution ſe fit d'abord avec efferveſcence, & fut accompagnée de chaleur,

& de l'odeur amere propre aux diffolutions de la terre calcaire dans l'acide nitreux. Lorfque cet acide fut chargé d'autant de terre qu'il pouvoit en diffoudre, je le filtrai & le mis en évaporation; il fe changea en un mucilage gélatineux, fans qu'il me fût poffible, quelques précautions que je priffe, d'obtenir des criftaux. En pouffant l'évaporation plus loin il refta une maffe blanche, raréfiée & fpongieufe, qui, expofée à l'air, en attira l'humidité avec beaucoup de force.

6. Expérience.

Ayant diftillé au bain de fable jufqu'à ficcité une folution de la terre des végétaux dans l'acide nitreux, il refta dans la cornue un réfidu terreux, qui n'avoit plus aucun caractere falin; l'ayant calciné fous une mouffle, il prit les propriétés du phofphore de Baudouin, qui, comme l'on fait, fe fait en calcinant de la terre calcaire faturée auparavant d'acide nitreux.

7. Expérience.

J'ajoûtai de l'acide vitriolique & différens alcalis falins à de la terre du bois de chêne diffoute dans de l'acide nitreux; les phénomenes furent en général femblables à ceux que j'obfervai en ajoûtant les mêmes matieres à la folution de la terre des végétaux dans l'acide marin.

8. Expérience.

Je verfai de l'acide vitriolique affoibli, fur une certaine quantité de la terre du bois de chêne; il fe fit une affez forte effervefcence & le mélange s'échauffa, mais il n'y eut cependant qu'une très-petite quantité de terre qui fut diffoute; la plus grande partie fut changée en petits criftaux, qu'on diftinguoit très-bien à l'aide d'un microfcope; ces criftaux fe diffolvoient entierement dans une grande quantité d'eau, & fe recriftallifoient par l'évaporation en petits criftaux parfaitement femblables à de la félénite. L'acide vitriolique faturé de terre végétale donna, par l'évaporation, des criftaux de la même figure, & qui ne fe diffolvoient auffi que très-difficilement dans l'eau. Par une très-forte calcination ce fel ne perdit que fon acide furabondant, & en retint autant qu'il lui en falloit pour garder fes propriétés falines.

9. *Expérience.*

Je verſai du vinaigre concentré par la gelée ſur une portion de terre végétale; il ſe fit d'abord une aſſez forte efferveſcence, qui, comme dans les expériences précédentes, fut accompagnée d'une chaleur très-ſenſible. Pour augmenter l'action de l'acide, je mis ce mélange en digeſtion pendant quelques jours; enſuite je le filtrai, & en faiſant évaporer lentement cette ſolution j'obtins des criſtaux à tous égards ſemblables à ceux que forme l'acide végétal combiné avec la terre calcaire.

10. *Expérience.*

Je mêlai une once de cinnabre avec deux onces de la terre du bois de chêne, mis ce mélange dans une cornue de verre, & après y avoir adapté un récipient je procédai à la diſtillation au bain de ſable, en donnant vers la fin un degré de chaleur aſſez fort pour faire rougir le fond de la cornue; le cinnabre fut décompoſé; & le mercure paſſa dans le récipient ſous ſa forme métallique, tandis que le ſoufre avec lequel il avoit été uni, ſe combina avec la terre végétale, à laquelle il donna toutes les propriétés d'un foie de ſoufre terreux.

11. *Expérience.*

Je diſtillai, comme dans l'expérience précédente, un mélange d'une partie de ſel ammoniac contre deux parties de la terre du bois de chêne; dès que la cornue commença à s'échauffer, l'alcali volatil paſſa dans le récipient, & l'opération étant achevée je trouvai dans la cornue un ſel compoſé de l'acide marin & de la terre végétale.

12. *Expérience.*

Je calcinai de la terre végétale pendant deux heures ſous une mouffle; lorſqu'elle fut entierement refroidie, je la mis dans un verre & y verſai autant d'eau qu'il en falloit pour la couvrir; elle ne s'échauffa que très-peu & je ne pus m'en appercevoir qu'à l'aide d'un thermometre. Au bout de quelques heures il ſe forma ſur la ſurface de l'eau une pellicule ſaline, ſemblable à celle qui couvre l'eau de chaux expoſée à l'air dans un vaſe ouvert.

13. *Expérience.*

J'ajoûtai de l'huile de tartre par défaillance, & de l'air fixe, à deux portions d'eau qui avoit été pendant quelques heures sur de la terre du bois de chêne, calcinée comme il a été dit dans l'expérience précédente; ces mélanges devinrent d'abord laiteux, & il se forma un précipité blanc très-sensible.

Je répétai toutes les expériences que je viens de détailler avec la terre du bois de sapin, du bois d'aune, des pois secs, des lentilles, du froment, & de l'orge, sans trouver la moindre différence dans les résultats, en sorte qu'il paroît que la terre de la plupart des végétaux est de la même nature.

Il suit maintenant des expériences précédentes:

1) Que la terre des végétaux se dissout dans tous les acides avec effervescence.

2) Qu'elle forme avec les acides marins & nitreux des sels déliquescens, qui ne sont pas susceptibles de cristallisation.

3) Que l'acide marin adhere avec tant de force à la terre des végétaux, que la seule action du feu n'est pas suffisante pour l'en séparer.

4) Que le sel marin qui a cette terre pour base, est décomposé par l'acide vitriolique par tous les alcalis salins, excepté l'alcali volatil caustique; ce qui a aussi lieu à l'égard du sel nitreux à base de terre végétale.

5) Que la chaleur seule suffit pour enlever l'acide nitreux uni à la terre des végétaux.

6) Que cette terre saturée d'acide nitreux acquiert par la calcination la propriété de luire dans l'obscurité, lorsqu'on l'expose auparavant à la lumiere.

7) Que l'acide vitriolique forme avec la terre des végétaux un sel qui se cristallise en très-petits cristaux & qui demande une très-grande quantité d'eau pour sa dissolution.

8) Que la seule action du feu n'est pas capable d'enlever au sel vitriolique à base de terre végétale l'acide nécessaire pour lui conserver ses propriétés salines.

9) Que l'acide du vinaigre forme avec la terre des végétaux un sel qui se cristallise en végétations soyeuses.

10) Que la terre des végétaux décompose le cinnabre en s'unissant à son soufre & en dégageant le mercure avec lequel il étoit minéralisé.

11) Que cette terre décompose le sel ammoniac & en dégage l'alcali volatil.

12) Que par la calcination la terre des végétaux devient, du moins en partie, dissoluble dans l'eau.

13) Enfin que l'air fixe, en s'unissant à la terre végétale calcinée dissoute dans de l'eau, en occasionne sur le champ la précipitation.

Or toutes les propriétés de la terre des végétaux que j'ai prouvées par des expériences, & dont je viens de faire l'énumération, étant exactement celles qui caractérisent la terre calcaire, & qui la distinguent de toutes les autres terres connues, je crois pouvoir admettre l'identité de la terre des végétaux & de la terre calcaire avec la plus grande certitude possible en Chimie.

Je passe maintenant à l'examen de la terre animale.

Ayant répété les expériences que j'ai rapportées ci-dessus & que je fis dans la vue de déterminer la nature de la terre des végétaux, avec la terre des coquilles d'œufs, des coquilles d'huitres, des yeux & des écailles d'écrevisses, j'obtins exactement les mêmes résultats; d'où je conclus,

1) Que ces terres sont de la même nature que la terre des végétaux, c'est-à-dire de nature calcaire.

2) Qu'il y a des matieres animales dont la base terreuse a toutes les propriétés de la terre calcaire.

Pour déterminer s'il se trouve une différence dans la terre animale, il étoit nécessaire de faire des expériences sur un très-grand nombre de terres, tirées tant de différens animaux, que de différentes parties du même animal.

Comme je ne pourrois, sans passer de beaucoup les bornes d'un Mémoire, entrer dans le détail des expériences que j'ai faites sur chacune de ces terres, je me contenterai de rendre compte de celles que j'ai faites sur la terre tirée de la même partie d'un animal, & je nommerai ensuite toutes les terres qui, soumises aux mêmes épreuves, donnerent les mêmes résultats.

Pour éviter les trop fréquentes répétitions, j'entendrai dans la ſuite de ce Mémoire par terre animale, celle des os de mouton, à moins que je ne nomme expreſſément l'animal ou la partie de l'animal dont elle a été tirée.

14. *Expérience.*

Je verſai de l'acide marin ſur de la terre animale; il ſe fit une diſſolution complete, accompagnée d'efferveſcence & de chaleur. Lorſque l'acide fut chargé d'autant de terre qu'il pouvoit en diſſoudre, je le filtrai, & pour faciliter la criſtalliſation, je le fis évaporer fort lentement; de cette maniere j'obtins, par le refroidiſſement, de petits criſtaux formés en aiguilles, & en répétant ainſi alternativement pluſieurs fois de ſuite la même opération, je donnai lieu à pluſieurs criſtalliſations ſucceſſives, qui toûtes fournirent des criſtaux de la même figure, & qui ſe reſſembloient à tous égards. Ce ſel ſe diſſout aiſément & en aſſez grande quantité dans l'eau, mais expoſé à l'air, il reſte ſec & ne ſe réſout pas en liqueur.

15. *Expérience.*

Dans la vue de découvrir ſi l'acide marin eſt retenu avec force par la terre animale, je mis une demi-once du ſel que j'avois obtenu dans l'expérience précédente dans une cornue de verre, & y ayant ajuſté un récipient, je procédai à la diſtillation au bain de ſable, en augmentant le feu par degrés juſqu'à faire rougir obſcurément le fond de la cornue; l'acide marin paſſa entierement dans le récipient, & le *Caput mortuum* n'étoit plus qu'une pure terre indiſſoluble dans l'eau, & privée de tout caractere ſalin.

16. *Expérience.*

J'ajoûtai ſucceſſivement des alcalis fixes, volatils, cauſtiques, & non cauſtiques, à une ſolution de terre animale dans de l'acide marin; tous la décompoſerent & forcerent la terre à abandonner ſon diſſolvant & à ſe précipiter.

17. *Expérience.*

Je verſai quelques gouttes d'acide vitriolique dans une ſolution de ſel marin à baſe de terre animale; il ſe forma ſur le champ un précipité blanc ſalin en petits criſtaux, compoſés de terre animale & d'acide vitriolique.

Ce ſel ne ſe diſſout que difficilement & ſeulement dans une très-grande quantité d'eau; il reſſemble, tant par cette propriété que par la maniere dont il ſe forme & par la figure de ſes criſtaux, au précipité ſéléniteux qui paroît toutes les fois qu'on ajoûte de l'acide vitriolique à une ſolution de terre calcaire dans un menſtrue quelconque.

18. *Expérience.*

Je jetai ſucceſſivement pluſieurs portions de terre animale dans un verre qui contenoit quelques onces d'acide nitreux; la diſſolution ſe fit complement avec effervescence & chaleur. Lorſque l'acide fut chargé d'autant de terre qu'il pouvoit en diſſoudre je le filtrai, & obtins, par l'évaporation & le refroidiſſement, des criſtaux qui reſſembloient à de la glace & dont je ne puis définir la figure, en faiſant alternativement évaporer & refroidir cette ſolution; toute la terre ſe criſtalliſa de la même maniere.

19. *Expérience.*

J'ajoûtai de l'acide vitriolique & des alcalis ſalins à une ſolution de ſel nitreux à baſe de terre animale; les effets furent à tous égards ſemblables à ceux que produiſirent les mêmes ſubſtances lorſque je les ajoûtai à une ſolution de terre animale dans l'acide marin, c'eſt-à-dire que l'acide vitriolique ſe combina avec la terre, & que le ſel qui en réſulta ſe précipita, à cauſe de la grande quantité d'eau qu'il faut pour le tenir en diſſolution, & que les alcalis en s'uniſſant à l'acide nitreux obligerent la terre qu'il tenoit en diſſolution à l'abandonner & à ſe précipiter.

20. *Expérience.*

Je jetai une portion de ſel nitreux à baſe de terre animale ſur des charbons vifs, & échauffai un mélange à parties égales de ce ſel & de poudre de charbon juſqu'à le faire rougir; mais il ne ſe fit pas la moindre détonnation; ce qui eſt fort extraordinaire, ce cas étant peut-être le ſeul où l'acide nitreux engagé dans une baſe terreuſe étant en contact avec des matieres qui contiennent du phlogiſtique, ne détonne pas lorſqu'on l'échauffe juſqu'à le faire rougir.

21. *Expérience.*

Je mis une portion du ſel formé par l'union de l'acide nitreux & de la terre animale dans une cornue, & après l'avoir munie d'un récipient je procédai à la diſtillation au bain de ſable. Dès que la chaleur fut égale à celle qu'il faut pour faire bouillir l'eau forte, l'eſprit de nitre paſſa en forme de gouttes dans le récipient, & ce ſel fut privé de tout ſon acide, ſans qu'il fût néceſſaire d'augmenter la chaleur.

Cette expérience peut ſervir à expliquer d'où vient que le ſel nitreux à baſe de terre animale ne détonna pas avec les ſubſtances inflammables, & la raiſon en eſt, qu'il perd ſon acide avant qu'il puiſſe prendre le degré de chaleur néceſſaire pour produire l'inflammation de l'acide nitreux & du phlogiſtique.

Pour obtenir les ſels marin & nitreux à baſe de terre animale en criſtaux, il ne faut évaporer les ſolutions de cette terre que fort lentement, & les laiſſer enſuite longtems au froid; ſans cette précaution la terre ſe précipite ſous la forme d'une poudre ſans ſe criſtalliſer.

Les criſtaux qu'on obtient en faiſant évaporer naturellement à l'air libre une ſolution de terre animale dans l'acide marin, ſont fort grands, & leur figure eſt entierement différente de celles des criſtaux de ce même ſel qu'on obtient par une évaporation accélérée au moyen d'une chaleur artificielle.

22. *Expérience.*

Je verſai de l'acide vitriolique ſur de la terre animale; il ſe fit ſur le champ une aſſez vive efferveſcence, & le mélange s'échauffa, mais il n'y eut qu'une très-petite quantité de terre de diſſoute; la plus grande partie ſe changea en petits criſtaux provenans de la combinaiſon de cette terre avec l'acide. Ces criſtaux ſont parfaitement ſemblables à ceux qu'on obtient en faiſant évaporer de l'acide vitriolique chargé d'autant de terre animale qu'il peut en diſſoudre. Ce ſel à baſe de terre animale reſſemble à la ſélénite par pluſieurs propriétés.

23. *Expérience.*

Dans la vue de déterminer ſi la terre animale retient l'acide vitriolique avec beaucoup de force, je calcinai ſous une mouffle une portion du ſel que

j'avois obtenu par l'expérience précédente; ce sel perdit par-là tout son acide & il ne resta qu'une terre entiérement indissoluble dans l'eau, & privée de tout caractere salin.

24. *Expérience.*

Je versai du vinaigre concentré par la gelée sur une certaine quantité de terre animale; elle y éprouva une dissolution entiere, mais avec une effervescence & une chaleur moins forte que celle qui accompagne la solution de cette terre dans les acides minéraux. Ayant mis ce mélange en digestion pendant quelques heures, afin d'augmenter l'action du vinaigre sur la terre & de le mettre en état d'en dissoudre une plus grande quantité, je le filtrai, & le mis en évaporation; mais, soit que je la forçasse par une chaleur artificielle, ou que je laissasse évaporer le vinaigre naturellement à l'air libre, la terre se précipita toujours sous la forme d'une poudre, & je ne pus obtenir des cristaux.

25. *Expérience.*

Je fis un mélange de deux parties de terre animale contre une partie de sel ammoniac, & le distillai dans une cornue de verre au bain de sable; il passa d'abord quelques gouttes d'esprit urineux dans le récipient; ensuite le sel ammoniac se sublima en entier sans se décomposer.

26. *Expérience.*

Je mêlai une demi-once de cinnabre avec une once de terre animale & distillai ce mélange comme celui de l'expérience précédente. Le mercure passa dans le récipient sous la forme métallique, & la terre animale resta unie avec le soufre au fond de la cornue. Ce résidu mêlé avec des acides répandit une odeur semblable à celle de l'huile des jaunes d'œufs; mais je ne remarquai pas l'odeur de foie de soufre que répand toujours la terre calcaire qui a servi à décomposer de la même maniere le cinnabre, lorsqu'on y ajoûte un acide quelconque.

27. *Expérience.*

Ayant fait un mélange de deux parties de terre animale & d'une partie de nitre, je le mis dans une cornue de verre & procédai à la distillation; mais quoique je donnasse vers la fin de l'opération un feu assez fort pour faire

entrer le nitre en fusion, il ne passa pas une seule goutte de fluide dans le récipient.

28. *Expérience.*

Je distillai, comme dans l'expérience précédente, un mélange de deux parties de terre animale & d'une partie de sel commun; il passa dans la distillation quelques gouttes d'un fluide aqueux transparent sans couleur, & qui n'avoit pas la moindre acidité; ayant lessivé le résidu de la cornue, j'obtins par l'évaporation le sel marin que j'avois mêlé avec la terre animale, sans qu'il eût subi la moindre altération; cette terre ne parut aussi changée en aucune maniere.

29. *Expérience.*

Je versai de l'eau distillée sur une portion de terre animale calcinée pendant deux heures sous une mouffle; il ne se forma pas de pellicule sur la surface de l'eau. Je la filtrai & la divisai en deux portions; à l'une j'ajoûtai de l'huile de tartre par défaillance, & à l'autre de l'eau imprégnée d'air fixe; ces mélanges ne perdirent pas leur transparence, & il ne se forma aucun précipité.

30. *Expérience.*

Je mêlai de la terre animale calcinée avec du sel ammoniac; ce mélange ne répandit aucune odeur sensible d'alcali volatil, comme cela arrive toujours lorsqu'on mêle ce sel avec de la terre calcaire, changée en chaux vive par la calcination.

La dissolution préliminaire de la terre animale dans les acides ne la dénature pas; car ayant répété les expériences précédentes avec de la terre des os de mouton dissoute dans de l'acide marin & précipitée par de l'alcali fixe, j'obtins parfaitement les mêmes résultats. Afin de voir s'il ne se trouve pas de différence entre la terre des substances animales suivant qu'elles ont subi un degré plus ou moins parfait d'animalisation, je fis une comparaison exacte des propriétés de la terre du fromage de vache, du sang, de la chair, & des os de bœuf; mais je ne pus y trouver aucune différence sensible; en sorte qu'il paroît que la terre des végétaux dont se nourrit la vache, est dénaturée dès qu'elle subit même le plus petit degré d'animalisation.

Dans la vue de découvrir ſi la terre des parties oſſeuſes des animaux qui ne ſe nourriſſent que de végétaux, n'eſt pas différente, tant de celle des animaux carnaciers, que de celle des animaux qui ſe nourriſſent indiſtinctement de matieres végétales & animales, j'ai comparé avec beaucoup de ſoin la terre des os de mouton, des os de renard, & des os d'homme, ſans cependant pouvoir y découvrir la moindre différence. Dans la même intention j'ai comparé la terre des os de veau, avec celle des os de bœuf, & j'ai toujours trouvé que ces terres ſoumiſes aux mêmes épreuves, donnerent des réſultats parfaitement ſemblables. Enfin ayant répété toutes les expériences indiquées ci-deſſus avec de la terre des os de cochon, des os de chevre, des os de grenouilles, des écailles de carpe, & des arrêtes de carpe & de morue, j'ai toujours obtenu des réſultats dont l'égalité prouve la parfaite reſſemblance qui ſe trouve entre toutes ces terres.

De toutes ces expériences ſur les terres animales je tire deux concluſions générales:

1) Qu'il y a deux ſortes de terres animales.
2) Que l'une a toutes les propriétés de la terre calcaire, tandis que l'autre eſt une terre alcaline différente de toutes celles qui ſont connues.

Selon Mr. *de Buffon*, la terre & les pierres calcaires qu'on trouve répandues en ſi grande quantité ſur la ſurface & dans le ſein de la terre, doivent leur origine à la terre vitrifiable, dénaturée en faiſant partie des végétaux, & enfin changée en véritable terre calcaire par les animaux qui tirent leur nourriture du regne végétal. Il ſemble que ſi cette hypotheſe étoit conforme à la vérité, la terre des végétaux devroit tenir le milieu entre la terre vitrifiable & la terre calcaire, & que la terre des animaux devroit avoir toutes les propriétés de la terre calcaire; enfin la terre des animaux carnaciers devroit être encore plus ſemblable à la terre calcaire que celle des animaux qui tirent leur nourriture du regne végétal; ce qui, comme je l'ai fait voir, n'eſt pas confirmé par l'expérience.

Mr. *Baumé* eſt à peu près dans la même idée que Mr. *de Buffon;* il croit que la terre argilleuſe, qu'il regarde comme de la terre vitrifiable combinée avec une certaine portion d'acide vitriolique, en faiſant partie

des corps organisés se rapproche toujours de plus en plus de la nature de la terre calcaire. Il conclut de ses expériences, que la terre des végétaux est un mélange de terre argilleuse & d'une terre qui approche de la terre calcaire, mais qui en differe encore beaucoup; & que celle des animaux est d'une nature plus approchante de la terre calcaire, & plus différente de la terre argilleuse que celle qui sert de base aux végétaux.

Mr. *Pœrner*, dans les Remarques qu'il a jointes à la traduction allemande du Mémoire de Mr. *Baumé* sur les argilles, dit en termes formels, que la terre des végétaux est de la nature de la terre vitrifiable. J'avoue qu'il est très-difficile de comprendre ce qui a pu engager ce célebre Chimiste à confondre une terre qui a toutes les propriétés alcalines dans un degré aussi marqué que la terre des végétaux, avec une terre qui, lorsqu'elle est pure, est entierement indissoluble dans les acides, & ne subit aucun changement lorsqu'on l'expose sans addition au feu le plus violent qu'on puisse produire au moyen des fourneaux destinés aux opérations de Chimie: tandis que de son propre aveu la terre des végétaux, exposée seule à l'action d'un feu violent, se change sans aucune addition en une masse vitriforme.

Je finis ce Mémoire en rapportant une expérience que je fis dans la vue de déterminer les changemens que subit la terre vitrifiable, lorsqu'elle passe dans les végétaux.

Je réduisis du sable blanc de *Freyenwalde* en poudre très-fine, & après l'avoir fait bouillir avec de l'acide marin pour enlever tout ce qu'il pouvoit contenir de terres alcalines, je le lavai avec une très-grande quantité d'eau distillée, & obtins de cette maniere une terre vitrifiable très-pure; je semai dans cette terre une once d'orge en l'humectant de tems à autre avec de l'eau distillée plusieurs fois de suite, & qui par conséquent ne pouvoit contenir aucune matiere terreuse. L'orge ne végéta que très-lentement. Lorsque l'herbe, qui étoit jaunâtre & languissante, eut environ six pouces de hauteur, je l'arrachai avec les racines & la fis sécher au soleil; ensuite je la mis dans une cornue, & lui enlevai par la distillation les parties volatiles qu'elle contenoit; je tirai du résidu charbonneux

qui resta dans la cornue par la calcination, une demi-once, une & demi-drachme, deux scrupules & neuf grains d'une terre blanche qui avoit toutes les propriétés de la terre calcaire. Or une once de la même orge que j'avois employée pour cette expérience ne contenoit que deux drachmes, deux scrupules & huit grains de terre calcaire, en sorte que l'orge qui avoit végété avoit reçu une augmentation de deux & demi-drachmes, deux scrupules & un grain de terre, qui ne peut provenir que de la terre vitrifiable dans laquelle les racines ont pompé la nourriture des plantes. Pour plus de sureté j'avois mis la terre vitrifiable dans laquelle je semai l'orge, dans des vases de verre, afin de prévenir l'erreur qui auroit pu provenir de la terre calcaire contenue dans presque toutes les argilles dont on se sert pour faire des pots & autres vases de terre.

Cette expérience paroît prouver que la terre vitrifiable peut effectivement être changée en terre calcaire, lorsqu'elle entre dans les végétaux & qu'elle en fait partie.



MÉMOIRE

ſur la force avec laquelle les corps ſolides adherent aux fluides, où l'on détermine les loix auxquelles cette force eſt ſoumiſe, tant ſuivant la nature du fluide que ſuivant celle du ſolide.

Par M. Achard.

L'on ſait par expérience que lorſque la ſurface d'un corps ſolide touche celle d'un fluide, il faut employer une certaine force pour ſéparer ces deux corps; mais l'on n'a aucune connoiſſance ſur la proportion dans laquelle cette force augmente ou diminue, tant ſuivant la différente nature du fluide & de la ſubſtance ſolide, que ſuivant l'étendue de la ſurface du ſolide qui touche le fluide, c'eſt-à-dire que les loix de l'adhéſion des ſolides & des fluides ſont encore reſtées un ſujet de recherche pour les Phyſiciens, & c'eſt ce qui m'a engagé à faire les expériences dont le récit m'occupera dans ce Mémoire.

Mr. *Cigna* examina dans un Mémoire inſéré dans le Journal de l'Abbé *Rozier*, quelle pouvoit être la cauſe de la différente élévation du mercure dans les tubes des barometres de différent calibre, & ne la trouvant que dans l'action réciproque du mercure ſur le verre, il fit quelques expériences dans la vue de déterminer ſi le verre a effectivement de l'action ſur le mercure; il fit uſage dans ſes expériences de la méthode du Docteur *Taylor*, & ayant attaché une petite plaque circulaire de laiton au centre d'un morceau de glace de miroir taillé en rond, il y fixa perpendiculairement un fil du même métal, dont l'extrémité étoit recourbée, & l'ayant accroché à l'un des bras d'une balance fort exacte, il mit le tout en équilibre, & poſa la ſurface inférieure & horizontale du verre ſur du mercure, en ſorte que le

fléau de la balance resta horizontal; ensuite il mit successivement des poids dans le bassin qui étoit à l'autre bras de la balance, ce qu'il continua jusqu'à ce que le verre fût séparé du mercure; la somme des poids qui se trouverent alors dans le bassin, exprimoit la force avec laquelle le verre avoit, pour ainsi dire, été collé contre le mercure. Cette force se trouva très-considérable, ce qui confirma très-bien l'hypothese par laquelle l'Auteur explique la différence de l'élévation du mercure dans les barometres. Mr. *Cigna* communiqua cette expérience à un illustre Académicien, qui l'avertit que la méthode du Docteur *Taylor* étoit défectueuse, parce que la résistance qu'opposoit le verre à sa séparation du mercure étoit due à la pression de l'air; Mr. *Cigna* consulta l'expérience & regardant comme certain qu'il y a répulsion entre l'eau & les corps huileux, il trouva qu'il falloit une force assez considérable pour séparer une plaque de suif de l'eau, d'où il conclut que la méthode du *D. Taylor* est défectueuse & qu'elle ne peut servir à déterminer l'action des solides sur les fluides.

Dans la vue de résoudre cette question, Mr. *Morveau* fit des expériences sur ce sujet en présence de l'Académie de Dijon, dans son Assemblée du 12 Février 1773, & montra que l'eau s'éleve entre deux plaques de suif posées verticalement sur la surface de l'eau, & qui en se réunissant d'un côté ne formoient qu'un angle fort aigu; l'Auteur tâche aussi de prouver par théorie qu'il n'y a pas de vuide dans cette expérience, & qu'il n'y a aussi aucun effort qui tende à en produire, condition sans laquelle le poids de l'atmosphere ne peut produire aucune résistance, ni aucune pression sensible; & afin d'appuyer ses raisonnemens de l'expérience, il détermina la force nécessaire pour séparer une glace de miroir de $2\frac{1}{2}$ pouces de diametre du mercure, & ayant été obligé de mettre dans le bassin de la balance 9 drachmes, 18 grains, il ôta les 18 grains & ayant remis le verre en contact avec le mercure, il plaça cet appareil sous un récipient dont il tira l'air, & trouva que même dans le vuide la glace resta adhérente au mercure, d'où il conclut que la pression de l'air n'est pas la cause de la résistance qu'opposent les solides à leur séparation des fluides, mais qu'elle provient de l'action réciproque de ces deux corps.

Le doute que Mr. *Cigna* avoit à l'égard de la méthode du D. *Taylor* étant fondé sur ce qu'il y a répulsion entre les corps gras & l'eau, il est très-certain que les expériences de Mr. *Morveau* prouvent que cette méthode n'est pas défectueuse & donne assez exactement l'attraction ou la force d'adhésion des solides aux fluides; c'est ce qui m'a engagé à en faire usage dans toutes les expériences suivantes.

J'avoue que l'expérience de Mr. *Morveau* dans le vuide est sujette à plusieurs objections; car elle prouve seulement que toute la force nécessaire pour la séparation du verre & du mercure ne provient pas de la pression de l'air, puisqu'une partie du poids de 18 grains que l'Auteur ôta avant de mettre la balance dans le vuide, étoit peut-être équivalente à la force produite par la pression de l'atmosphere. Cette force ne peut pas être comparée au poids total de l'atmosphere; mais il me paroît très-probable qu'une partie, à la vérité très-petite, de ce poids contribue à augmenter la résistance qu'on éprouve en séparant le solide du fluide; à mesure qu'on augmente le poids, le solide monte & le fluide s'éleve autour de ses bords; donc l'air, pour passer entre les surfaces du solide & du fluide qui le touche, doit surmonter la force qui résulte de la cohésion des parties du fluide tant entr'elles qu'avec le solide.

Pour déterminer si la force d'adhésion est la même lorsque l'air peut passer par le solide & lorsqu'il ne peut point y passer, je répétai l'expérience avec un morceau de glace de miroir taillé en rond dans lequel il y avoit un petit trou qu'on pouvoit exactement boucher avec un bouchon de verre, qui y étoit usé & qui empêchoit parfaitement le passage de l'air; mais je trouvai qu'il me falloit la même force pour séparer la glace de l'eau quand le petit trou étoit ouvert ou quand il étoit bouché.

Pour déterminer avec exactitude au moyen de la méthode du Docteur *Taylor* la force d'adhésion, il convient de faire attention aux trois points suivans:

1) Que la surface du solide dont on veut déterminer l'adhésion avec un fluide soit fort unie & parfaitement horizontale; aussi faut-il que

la direction de la force qui tend à séparer le solide du fluide soit & reste toujours verticale, & qu'elle passe par le centre de gravité du solide.

2) Qu'il n'y reste aucune bulle d'air entre le solide & le fluide; lorsque le premier est transparent il est aisé de s'en appercevoir; mais lorsqu'il est opaque je n'ai pas trouvé de meilleur moyen pour prévenir cet inconvénient que de le poser d'abord obliquement sur le fluide, en sorte qu'il ne le touche que d'un côté du bord; ensuite en faisant descendre le solide l'on diminue peu à peu l'angle qu'il formoit d'abord avec le fluide, jusqu'à ce qu'il le touche dans tous les points; de cette maniere l'air a le tems de s'échapper & de faire place au fluide, ce qui n'a pas lieu lorsqu'on pose le solide sur le fluide de maniere qu'il le touche d'abord partout.

3) Que lorsqu'on a déjà mis assez de poids dans le bassin de la balance pour que le solide ne tienne plus qu'avec une petite force au fluide, il ne faut toujours ajoûter que de très-petits poids, parce que des poids plus considérables donneroient une secousse qui arracheroit le solide du fluide, quand le poids ne seroit pas encore aussi considérable qu'il auroit pu l'être si l'on avoit évité cette secousse. Pour prévenir cet inconvénient je me suis servi de petits morceaux de papier qui pesoient exactement un quart de grain, & j'ai observé que de cette maniere je pouvois mettre jusqu'à dix grains de plus que lorsque je me servois de poids plus considérables.

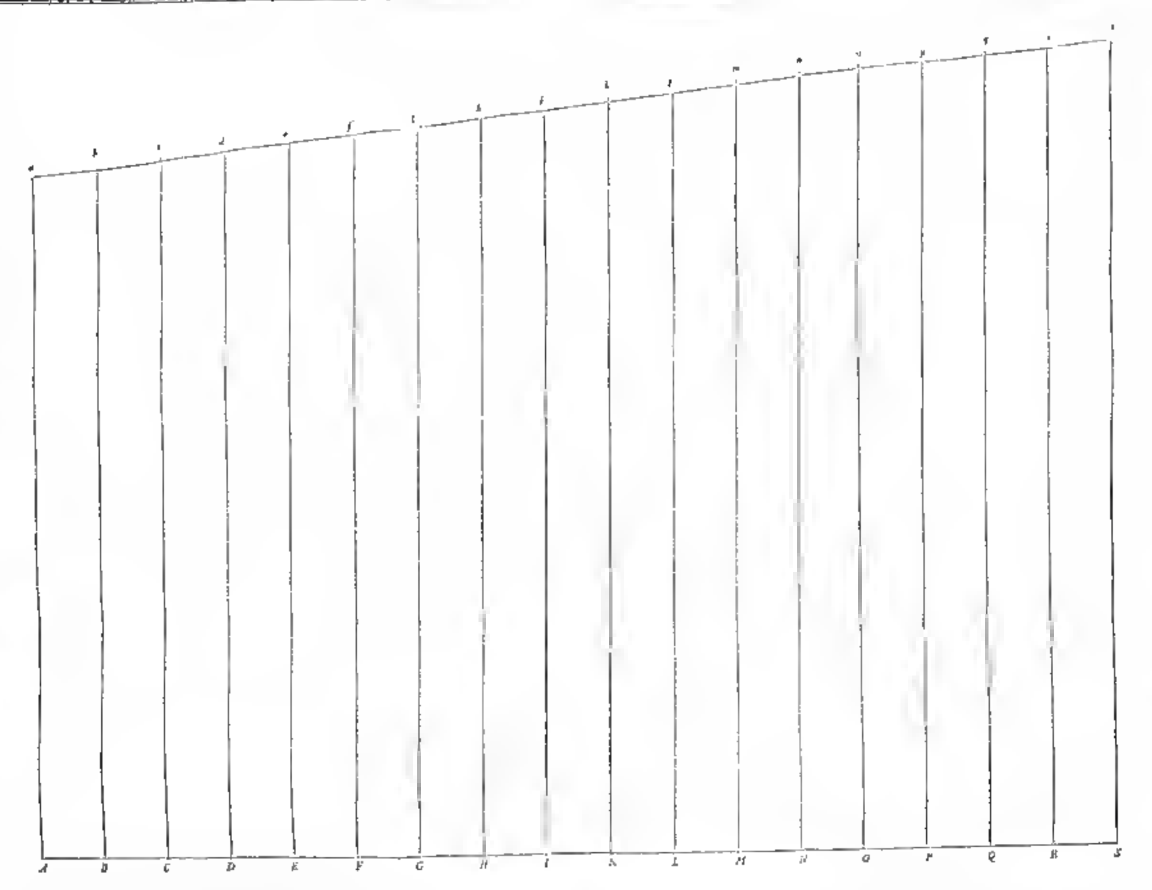
Je commençai par m'assurer si l'état de l'atmosphere, qui, comme l'on sait, est sujette à de constantes variations, n'influe pas sur ces expériences, & je trouvai que lorsque la température de l'air étoit la même & la hauteur du barometre différente, il falloit toujours la même force pour surmonter l'adhésion d'une plaque de verre de deux pouces de diametre avec l'eau; mais il n'en fut pas de même lorsque la température étoit différente & la hauteur du barometre la même; dans ce cas je trouvai une différence considérable dans la force d'adhésion, en sorte qu'elle diminuoit à mesure que la chaleur augmentoit. Je m'assurai cependant que cet effet n'étoit pas produit immédiatement par la chaleur de l'air, mais qu'il provenoit de ce

que

TABLE

des forces de l'adhésion d'un morceau de glace de miroir taillé en rond de $1\frac{1}{2}$ pouce de diametre, avec l'eau différemment échauffée, telles qu'on les trouve par l'expérience.

Degrés de chaleur de l'eau suivant l'échelle de Mr. *Sulzer*.	Forces de l'adhésion exprimées en grains.	Degrés de chaleur de l'eau suivant l'échelle de Mr. *Sulzer*.	Forces de l'adhésion exprimées en grains.
95	$81\frac{1}{4}$	50	$90\frac{1}{4}$
90	$82\frac{1}{2}$	45	$90\frac{3}{4}$
85	$83\frac{3}{4}$	40	92
80	$84\frac{1}{2}$	35	$92\frac{3}{4}$
75	$85\frac{3}{4}$	30	$93\frac{3}{4}$
70	86	25	$94\frac{1}{2}$
65	$87\frac{1}{4}$	20	$95\frac{3}{4}$
60	$88\frac{1}{2}$	15	$96\frac{1}{4}$
55	89	10	$97\frac{1}{2}$



AB, *BC*, *CD*, *DE* &c. . . . . *RS* sont des parties égales qui expriment les diminutions de la chaleur de 5 en 5 degrés depuis le 95me jusqu'au 10me de l'échelle de Mr. *Sulzer*.

Les lignes *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd* &c. . . . . *Ss* élevées perpendiculairement aux points *A*, *B*, *C*, *D* &c. . . . . *S* de la ligne *AS*, représentent les forces d'adhésion d'un morceau de glace de miroir taillé en rond de $1\frac{1}{2}$ pouce de diametre à l'eau distillée, différemment échauffée, en sorte que *Aa* représente la force de l'adhésion lorsque l'eau a 95 degrés, *Bb* qui la suit immédiatement représente cette force lorsque l'eau a 5 degrés de chaleur de moins, c'est à dire 90 degrés, ce qui continue de la même maniere jusqu'à la ligne *Ss* qui exprime la force d'adhésion lorsque l'eau a 10 degrés de chaleur.

Les deux points *a* & *s* qui terminent les lignes *Aa* & *Ss* sont réunis par la ligne *as*, qui passe, comme le montre la Figure, quelquefois un peu au dessus & quelquefois un peu au dessous des points qui terminent les lignes intermédiaires *Bb*, *Cc*, *Dd*, *Ee* &c. . . . . *Rr*.

TABLE

des valeurs correſpondantes de x *& de* y *déterminées par l'équation*

$$x = 530 - \frac{48}{9}y.$$

Valeurs ſuppoſées de *x*.	Valeurs correſpondantes de *y*.	Valeurs ſuppoſées de *x*.	Valeurs correſpondantes de *y*.
95	81,55	50	90,00
90	82,50	45	90,93
85	83,43	40	91,87
80	84,37	35	92,81
75	85,31	30	93,75
70	86,25	25	94,68
65	87,18	20	95,62
60	88,12	15	96,56
55	89,06	10	97,50

TABLE

des différences entre les forces de l'adhésion déterminées par expérience & par le calcul.

Valeurs de *x*, ou degrés de chaleur de l'eau.	Différence entre les forces d'adhésion telles que les donnent l'expérience & le calcul.	Valeurs de *x*, ou degrés de chaleur de l'eau.	Différence entre les forces d'adhésion telles que les donnent l'expérience & le calcul.
95	— 0,30	50	+ 0,25
90	0,00	45	— 0,16
85	+ 0,34	40	+ 0,13
80	+ 0,13	35	— 0,04
75	+ 0,46	30	+ 0,02
70	— 0,25	25	— 0,18
65	+ 0,07	20	+ 0,15
60	+ 0,38	15	— 0,31
55	— 0,06	10	0,00

NB. Ces différences sont regardées comme positives lorsque la force d'adhésion trouvée par expérience est plus grande que celle que fournit le calcul, tandis que dans le cas opposé elles sont régardées comme négatives.

TABLE

des forces avec lesquelles des glaces de miroir taillées en rond de différens diametres adherent à l'eau distillée, à l'esprit de vin, à l'esprit de sel ammoniac, à l'huile de tartre par défaillance, à l'huile de térébenthine, & à l'huile de lin, déterminées par expérience & exprimées en grains, la chaleur de ces fluides étant constante & de 32 degrés de l'échelle de Mr. Sulzer.

Diametre des glaces en pouces.	Forces de l'adhésion à l'eau distillée.	Forces de l'adhésion avec l'esprit de vin très-rectifié.	Forces de l'adhésion avec l'esprit de sel ammoniac.	Forces de l'adhésion avec l'huile de tartre par défaillance.	Forces de l'adhésion avec l'huile de térébenthine.	Forces de l'adhésion avec l'huile de lin.
1½	364	216	328	420	240	268
1¾	494½	294¼	447	571	326½	363¾
2	647¼	384	582	746	425	475
2¼	818¾	457½	738	945	539	604
2½	1010	600	912	1167	667	744
2¾	1223½	725	1103	1410¾	806	901
3	1457	863¼	1311½	1680½	961	1072¼
3¼	1709	1015	1538¾	1970	1126½	1259
3½	1981½	1177	1786	2287	1305¾	1458½
3¾	2275	1350	2049	2624½	1500	1675¼
4	2587	1538	2332	2986	1707	1905
5	4044	2599	3645	4665	2666	2977
6	5824½	3455½	5248¼	6721	3839¾	4289¼
7	7926¼	4703	7143	3146	5227	5835¾

TABLE

des forces avec lesquelles des glaces de miroir taillées en rond de différens diametres adherent à l'eau distillée, à l'esprit de vin, à l'esprit de sel ammoniac, à l'huile de tartre par défaillance, à l'huile de térébenthine, & à l'huile de lin, déterminées par le calcul & en supposant connues les expériences faites sur l'adhésion de la glace de $1\frac{1}{2}$ *pouce de diametre avec les fluides nommés.*

Diametre des glaces en pouces.	Forces de l'adhésion à l'eau distillée.	Forces de l'adhésion avec l'esprit de vin très-rectifié.	Forces de l'adhésion avec l'esprit de sel ammoniac.	Forces de l'adhésion avec l'huile de tartre par défaillance.	Forces de l'adhésion avec l'huile de térébenthine.	Forces de l'adhésion avec l'huile de lin.
$1\frac{3}{4}$	495	294	446	571	326	364
2	647	384	583	746	426	476
$2\frac{1}{4}$	819	457	738	945	540	603
$2\frac{1}{2}$	1011	600	911	1166	666	744
$2\frac{3}{4}$	1223	726	1102	1411	806	900
3	1456	864	1312	1680	960	1072
$3\frac{1}{4}$	1708	1014	1539	1971	1126	1[illegible]58
$3\frac{1}{2}$	1982	1176	1785	2286	1306	1459
$3\frac{3}{4}$	2275	1350	20[illegible]	2625	1500	1675
4	2588	1536	2332	2986	1706	1905
5	4044	2400	3644	4666	2666	2977
6	5824	3456	5248	6720	3840	4288
7	7927	4704	7143	9146	5226	5836

T A B L E

qui renferme les forces d'adhésion de différens solides aux fluides nommés au haut de chaque colonne, telles que je les ai trouvées par expérience; les solides étoient tous taillés en rond, exactement de la même grandeur, c'est à dire de 1½ pouce de diametre, & les fluides avoient pour toutes les expériences le 32me degré de chaleur de l'échelle de Mr. SULZER.

Nom des substances dont les plaques étoient faites.	Nom des fluides.																													
	Eau distillée.	Huile de vitriol.	Acide nitreux.	Acide marin.	Vinaigre distillé ordinaire.	Vinaigre concentré par la gelée.	Esprit de [illegible].	Esprit de bois de gayac.	Esprit de tartre.	Solution de terre calcaire dans l'acide nitreux.	Solution de terre d'alun dans l'acide marin.	Solution de terre d'alun dans l'acide nitreux.	Solution de terre pesante dans l'acide nitreux.	Solution de plomb dans l'acide nitreux.	Solution de plomb dans le vinaigre.	Solution de cuivre dans le vinaigre.	Huile de tartre par défaillance.	Esprit de sel ammoniac.	Esprit de corne de cerf.	Esprit de vin très rectifié.	Essence d'anis.	Esprit de fenouil distillé.	Esprit de [illegible] distillé.	Huile de fenouil.	Huile de [illegible].	Huile d'anis.	Huile de térébenthine.	Huile d'amandes douces.	Huile de semence de pavot.	Huile de lin.
Glace de miroir	81	111	91	88	78	87	118	72	77	106	102	97	100	70	88	96	107	82	71	78	80	88½	87	84	78	77	81	66	87	87
Cristal	90	111	91	91½	88	78	111½	81	77½	100	101	87	97½	78	98½	71	107	78	79½	78	87	78	88	68	71	78½	88½	88	81½	86
Jaspe [illegible] oriental	76	120½	76½	77	88½	71	118	78½	78	111	108	104½	108	94	100	100½	109½	77	88	81½	81½	86¾	81	66	71	78	81½	87	70	70½
Agate grise	88½	110½	77	79	80	87	108½	78	76	101	111½	78	91	78½	88¾	72	100	77½	77	81	87	71	88	80	66½	70	77	87	88½	87
Lapis lazuli	77	111½	76½	87½	78½	91½	128	76	88	111½	109	108½	108¼	78	107½	101⅓	112½	87½	88½	88	64	87	61	67	78	76½	83	68½	71	71
Albâtre	70	177½	72	105	77	78	100	77½	88½	77½	90	88	88	78½	87½	78	73	71	70	80½	72½	48	70½	88½	81½	61	82½	80½	88½	[illegible]
Marbre rouge	78																106½	87¾	88	88	83	88½	89	67	71½	74¾	80	88	70	89½
Ardoise	101	118	107	104	94	77	118½	70½	88	110½	118	107	110½	100	111½	106	117	70½	70	87	68½	81	81½	70½	79	88	81½	71½	78	78
Nacre de perle	71½																108	68	80½	81½	80	88	87	68	70	74	81	66	81	87
Soufre	96½	117	98⅓	79	88½	81½	110½	81½	81½	111	107½	108	106½	86	107	101½	110½	86	88	7	87½	87½	81	87	78	71	84	88	70½	70
Cire jaune	77	110½	100	78½	90	72½	128	87	88	113	101½	108	107	78½	106½	108	111	88	88½	86½	61	87	88½	88	71½	77	84	71	71	70½
Cire à cacheter rouge	81	114½	81	87	88¾	68	118	81	78½	108½	102¾	100½	102	91	101	77½	108½	81½	81½	83½	88	84½	88½	88	71½	72½	80½	67	67	67
Ivoire	90	114	90	71	74	86	118	80	77½	108	101	77	87½	87½	100	84	108	80½	81	82	60	87	78	81	70	77	60	88½	66	88¾
Corne	88	108¾	81	88¾	76½	71	106	78½	77	78	81	90½	90½	88	81½	83	87	78	71	87½	88	78	72¾	88½	85	67	78½	78½	80¾	61
Fer	77½	116			88	88	118	88½	80½						104	78¾	108	88¾	81½	88	81	88½	87	86	77	78½	81	68	68¾	87
Cuivre	78½	117			77	71	111	86	88						106	101	111	77	87	87½	81½	88	88½	88½	78	70½	81½	68¾	71	71
Étain	98½				88	91	118½	86	71						107½	108	108¾	76	88½	88½	61½	74½	83	67	71½	78	61	68	88½	89
Plomb	100½	117½			71⅓	98	117½	91	86¾						111	107	118	71⅗	82	88	88	61	67	71	77½	77	87	71	77	74
Laiton	77	124½			91	76	116	87½	78½						110	108½	118	90	77	87	88	81	87	87½	77	77½	88	70½	71½	71½
Zinc	78				88	80½	111½	77	74						106½	101	110	88½	78½	77	81¾	86¾	61½	67	77½	77½	81½	67	88¾	70½

TABLE
de la gravité ſpécifique des fluides employés aux expériences.

Nom des fluides.	Gravité ſpécifique.	Nom des fluides.	Gravité ſpécifique.
Eau diſtillée — —	1000	Solution du plomb dans le vinaigre	1131,5
Huile de vitriol — —	1868,4	Solution du cuivre dans le vinaigre	1000,0
Eſprit de nitre — —	1190,8	Huile de tartre par défaillance	1368,4
Eſprit de ſel — —	1223,6	Eſprit de ſel ammoniac —	1046,0
Vinaigre diſtillé ordinaire —	1000,6	Eſprit de corne de cerf empyreumatique — — —	1059,2
Vinaigre concentré par la gelée	1019,7	Eſprit de vin très-rectifié —	842,0
Eſprit empyreumatique de miel	1296,0	Eſſence d'anis — — —	875,0
Eſprit empyreumatique de bois de guayac — — —	993,4	Eſprit de vitriol dulcifié —	828,9
Eſprit empyreumatique de tartre	1013,1	Eſprit de nitre dulcifié — —	848,6
Solution de terre calcaire dans l'acide marin — — —	1289,4	Huile de ſuccin — —	921,0
Solution de la terre de l'alun dans l'acide marin — —	1125,0	Huile eſſentielle de fenouil —	973,6
Solution de la terre de l'alun dans l'acide nitreux — —	1230,0	Huile eſſentielle d'anis — —	986,8
Solution de la terre du ſel amer dans l'acide nitreux — —	1328,9	Huile de térébenthine —	881,5
Solution du plomb dans l'acide nitreux — — —	1203,9	Huile d'amandes douces —	907,8
		Huile de ſemence de pavot —	927,6
		Huile de lin — —	927,6

TABLE

des Valeurs de **b** *déterminées par la formule*

$$b = \frac{1000.dm}{nc}.$$

Nom des fluides.	Valeurs de *b*.	Nom des fluides.	Valeurs de *b*.
Eau diſtillée — —	1000	Solution du plomb dans le vinaigre	977,2041
Huile de vitriol — —	676,6358	Solution du cuivre dans le vinaigre	1054,9450
Eſprit de nitre — —	849,0073	Huile de tartre par défaillance	843,1952
Eſprit de ſel — —	836,5602	Eſprit de ſel ammoniac —	861,4278
Vinaigre diſtillé ordinaire —	917,0437	Eſprit de corne de cerf empyreumatique — — —	840,3521
Vinaigre concentré par la gelée	937,5398	Eſſence d'anis — — —	759,8100
Eſprit empyreumatique de miel	975,0655	Eſprit de vitriol dulcifié —	722,4838
Eſprit empyreumatique de tartre	856,8574	Eſprit de nitre dulcifié — —	738,0526
Eſprit empyreumatique de bois de guayac — — —	907,0664	Huile de ſuccin — —	763,5792
Solution de terre calcaire dans l'acide marin — — —	903,3415	Huile eſſentielle de fenouil —	801,6038
Solution de la terre de l'alun dans l'acide marin — —	996,3369	Huile eſſentielle d'anis — —	812,8931
Solution de la terre de l'alun dans l'acide nitreux — —	884,2921	Huile de térébenthine —	747,9086
Solution de la terre du ſel amer dans l'acide nitreux — —	826,8958	Huile d'amandes douces —	797,2607
Solution du plomb dans l'acide nitreux — — —	821,4736	Huile de ſemence de pavot —	793,7019
		Huile de lin — —	793,7019
		Eſprit de vin très-rectifié —	704,6703

T A B L E

qui renferme les forces d'adhésion déterminées par le calcul au moyen de l'équation

$$d = \frac{bnc}{1000m}.$$

Nom des substances dont les plaques étoient faites.	Nom des fluides.																												
	Huile de vitriol.	Acide nitreux.	Acide marin.	Vinaigre distillé ordinaire.	Vinaigre concentré par la gelée.	Esprit de miel.	Esprit du bois de gayac.	Esprit de cire.	Solution de terre calcaire dans l'acide marin.	Solution de terre d'alun dans l'acide marin.	Solution de terre d'alun dans l'acide nitreux.	Solution de la magnésie dans l'acide nitreux.	Solution du plomb dans l'acide nitreux.	Solution de plomb dans le vinaigre.	Huile de tartre par défaillance.	Esprit de sel ammoniac.	Esprit de corne de cerf.	Esprit de vin très rectifié.	Ether d'ann.	Esprit de vitriol dulcifié.	Esprit de nitre dulcifié.	Huile de succin.	Huile de fenouil.	Huile d'anis.	Huile de térébenthine.	Huile d'amandes douces.	Huile de semence de pavot.	Huile de lin.	Solution du [illegible] dans le vinaigre.
Cristal	113,73	90,98	54,14	55,07	56,08	113,73	51,59	78,12	108,63	100,87	57,51	93,90	69,01	56,11	103,31	61,09	60,10	55,06	59,85	55,90	56,88	63,18	50,18	51,13	83,33	63,18	66,11	66,71	96,98
Jaspe verd oriental	121,31	55,08	93,26	58,50	91,77	111,38	56,43	63,33	111,31	107,83	106,63	103,49	58,38	106,18	110,76	86,43	58,86	56,36	63,81	57,89	60,11	67,80	78,31	73,00	63,26	69,63	70,63	70,67	101,23
Agate grise	109,81	87,01	88,88	73,33	81,63	109,31	77,33	73,03	100,78	133,89	94,10	55,08	53,36	93,38	93,30	77,93	76,95	51,32	57,80	81,80	88,11	60,62	63,11	69,33	87,02	61,60	63,63	63,66	51,17
Lapis lazuli	112,83	56,08	96,18	59,83	91,33	111,83	53,39	86,10	111,98	128,31	108,88	103,83	58,93	103,23	111,31	83,19	56,33	57,33	66,66	56,09	60,63	63,18	73,70	73,80	63,38	70,18	71,61	58,81	102,35
Albâtre	101,09	60,33	61,66	73,34	76,19	101,03	72,08	69,88	93,16	53,66	53,03	87,98	73,11	88,81	91,32	73,08	71,50	87,67	53,16	87,81	82,17	86,28	62,88	64,16	52,38	57,30	58,69	86,99	88,35
Marbre rouge															108,88	64,64	53,68	58,57	61,85	56,23	83,98	56,10	77,52	78,35	61,93	63,03	63,20	65,20	
Ardoise	123,63	101,10	103,33	93,12	86,38	115,63	91,00	87,67	117,64	113,10	103,87	110,98	53,62	111,67	116,83	88,00	89,38	59,68	67,18	62,88	63,38	51,02	58,63	51,01	66,38	71,10	76,38	78,38	106,89
Nacre de perle															103,83	51,48	51,64	56,59	62,82	86,79	87,35	68,34	71,11	73,35	60,31	66,11	67,21	67,38	
Soufre	121,96	55,83	53,77	53,08	88,21	111,84	86,96	83,77	111,82	103,18	108,38	106,04	58,63	106,50	111,38	66,68	68,83	87,28	66,11	83,73	60,82	63,98	58,31	77,80	63,62	63,88	71,08	71,08	101,36
Cire jaune	101,83	68,08	86,16	83,13	63,38	122,17	87,38	88,20	113,48	106,71	108,81	106,89	68,68	103,28	111,91	85,33	56,33	57,81	68,28	88,08	60,83	88,11	78,72	75,30	83,38	70,20	71,61	71,81	102,32
Cire à cacheter rouge	116,16	55,00	98,17	56,31	57,33	118,26	82,69	79,86	107,16	103,11	100,06	101,08	90,96	101,72	116,16	52,66	51,33	58,13	89,63	88,03	57,70	64,66	71,80	73,32	70,08	66,38	63,31	63,31	93,01
Bois	113,73	50,93	51,11	63,07	86,06	113,33	81,03	57,11	107,88	100,07	53,31	56,30	69,01	59,51	103,84	61,09	60,10	83,82	88,68	83,60	56,14	63,23	70,18	72,16	59,33	68,88	66,13	66,73	56,36
Corne	106,13	66,03	83,36	77,83	86,30	106,88	78,69	72,31	53,68	64,88	58,36	62,30	53,07	52,33	56,9[illegible]	53,66	76,78	63,68	58,88	80,30	51,84	59,06	63,36	67,87	88,38	60,35	61,88	61,38	88,81
Fer	113,18			86,30	86,33	118,18	68,26	81,16						103,36	103,88	84,18	83,22	88,68	61,88	88,38	88,68	68,78	51,37	74,63	61,68	67,67	66,33	88,33	68,63
Cuivre	111,36			59,88	51,23	111,38	66,68	68,77						106,70	111,36	96,96	68,69	85,85	68,11	57,73	60,81	83,81	78,81	77,80	85,61	66,68	51,04	51,08	101,73
Étain				67,11	50,38	113,41	61,18	67,03						164,88	103,03	83,18	68,11	56,07	61,82	86,39	89,13	66,81	55,31	71,79	62,80	69,39	69,13	88,83	89,68
Plomb	117,38			52,39	96,31	117,31	90,33	57,68						111,36	111,28	60,77	89,63	89,78	66,57	60,38	63,19	70,38	56,63	60,81	66,81	71,31	58,13	78,13	106,18
Laiton	113,10			51,33	58,68	118,10	89,88	68,88						109,46	116,21	69,19	56,11	86,38	68,61	59,29	62,08	69,61	73,28	79,40	68,17	71,68	51,63	71,88	108,63
Zinc				58,60	91,73	111,31	66,43	63,38						106,18	110,76	86,83	63,88	86,96	63,61	87,43	60,11	13,10	74,31	73,00	68,29	65,88	70,63	50,63	101,13

TABLE

qui exprime les différences entre les forces d'adhésion telles qu'on les trouve par expérience & par le calcul; ces différences sont regardées comme positives lorsque la force d'adhésion déterminée par l'expérience est plus grande que celle qu'on trouve au moyen du calcul, tandis que dans le cas opposé elles sont regardées comme négatives.

Nom des fluides.

Nom des substances dont les plaques étoient faites.	Huile de vitriol.	Acide nitreux.	Acide marin.	Vinaigre distillé ordinaire.	Vinaigre concentré par la gelée.	Esprit de miel.	Esprit de bois de gayac.	Esprit de nitre.	Solution de terre calcaire dans l'acide nitreux.	Solution de la terre d'alun dans l'acide marin.	Solution de terre d'alun dans l'acide nitreux.	Solution de la terre pesante dans l'acide nitreux.	Solution du plomb dans l'acide nitreux.	Solution du plomb dans le vinaigre.	Solution du verd de gris dans le vinaigre.
Cristal	−0,73	+0,01	−0,17	+0,33	−0,01	−1,13	−0,09	−0,62	−0,13	+0,13	−0,31	−0,40	−0,01	−0,31	+0,06
Jaspe verd oriental	−0,31	−0,39	+0,31	−0,10	−0,77	+0,65	−0,33	+0,67	−0,81	+0,11	−0,11	−0,13	−0,91	−0,11	−1,01
Agate grise	+1,19	−0,01	+0,15	+0,17	+0,31	−0,11	−0,33	+0,91	+0,21	−1,39	+0,30	−1,01	−1,01	−0,33	+0,76
Lapis lazuli	−1,31	−1,80	+0,45	−0,76	−1,13	+0,43	+1,31	+0,80	−1,11	+0,11	−1,02	−0,31	+1,07	+0,21	−1,62
Albâtre	−1,31	−0,17	−1,63	−0,11	+1,11	−1,03	+1,17	−1,19	+0,31	−0,31	+0,37	+0,10	−0,33	−1,10	+0,69
Marbre rouge														+0,30	
Stuc de Paris															
Soufre	+1,06	+0,21	+0,41	−0,16	+0,11	−1,11	−1,11	−1,51	−0,41	−0,61	+0,01	+0,73	+0,17	+0,30	−0,43
Cire jaune	−0,03	+1,11	+0,49	+0,17	+0,01	+1,41	−0,39	+0,80	+0,02	−0,91	−1,12	+0,41	−0,16	−0,31	+0,41
Cire à cacheter rouge	−1,49	+1,02	+0,83	−1,14	+1,01	−0,16	−0,89	−1,01	−0,61	−0,31	+0,42	+0,91	+0,22	−0,71	+1,11
Ivoire	+0,17	−0,91	−0,11	+0,33	−0,01	−0,71	−1,09	−0,61	+1,17	−0,13	−0,31	−1,40	+0,30	+0,13	−0,11
Corne	−1,38	+0,11	−1,11	−1,13	+0,30	−0,15	−1,18	+0,01	+0,16	−0,16	−0,14	−1,53	+0,93	−1,61	+0,39
Ardoise	+0,37	+0,30	+0,61	+0,78	+0,43	−1,33	−0,10	+0,33	−0,87	+0,30	−2,17	−0,49	+0,11	−1,13	−0,11
Fer	−1,11			−1,10	−1,38	+0,31	−0,71	−0,91						+0,61	−0,38
Cuivre	+1,04			−0,01	−0,11	+0,84	−0,91	−3,33						−0,30	+0,11
Étain				+0,38	+0,11	−0,61	+0,11	−0,03						−0,93	+0,31
Plomb	+1,31			−1,11	+1,69	−0,06	+0,13	−1,11						−0,31	+0,31
Laiton	−0,60			−0,33	+1,34	+0,30	−0,11	−0,13						+0,71	+0,33
[illegible]				+0,10	−1,11	−0,01	+0,11	+0,61						+0,11	+0,33

Nom des substances dont les plaques étoient faites.	Huile de tartre par défaillance.	Esprit de sel ammoniac.	Esprit de corne de cerf.	Esprit de vin rectifié.	Esprit d'urine.	Esprit de vitriol dulcifié.	Esprit de nitre dulcifié.	Huile de girofle.	Huile de fenouil.	Huile d'anis.	Huile de térébenthine.	Huile d'amandes douces.	Huile de semences de pavot.	Huile de lin.
Cristal	−0,34	−1,09	−0,81	−1,40	−0,37	−1,11	+0,31	+0,76	+1,07	−0,83	+0,86	−0,41	+0,11	−0,1
Jaspe verd oriental	−1,11	+0,11	+1,16	−0,16	−0,31	−0,11	−1,10	+0,01	+1,40	−0,11	−0,11	−0,63	−0,12	−1,1
Agate grise	+0,10	−0,61	+0,01	−0,32	−0,10	+0,71	−1,81	−1,01	+0,81	−0,01	+0,10	−0,11	−0,16	+0,16
Lapis lazuli	−1,11	+0,11	−0,11	+1,11	−1,10	+0,17	+0,39	+0,97	−1,10	−0,91	−0,45	−0,11	−0,11	−0,21
Albâtre	+0,30	−1,06	−1,10	−0,97	+0,09	+0,01	−1,00	−1,19	+0,81	−0,24	−1,12	−0,33	−0,11	−0,41
Marbre rouge	−1,61	−0,11	+0,31	−0,13	+0,11	+0,01	+1,90	−0,86	−0,42	−1,13	+0,17	+0,10	+0,30	+0,11
Stuc de Paris	−0,17	+0,16	+1,05	+0,21	+0,21	+0,62	−0,34	−1,36	+0,11	+0,18	−0,11	−1,16	−0,31	−0,12
Soufre	−0,84	−0,31	−1,11	+0,31	−0,19	+0,48	−0,15	+0,63	−1,40	+0,38	−0,54	−1,11	−1,01	−0,61
Cire jaune	−0,31	+0,61	−0,89	−1,01	+0,91	−0,38	+0,33	+0,07	−0,82	+0,01	+0,80	−0,11	−0,11	−0,18
Cire à cacheter rouge	−0,33	−1,32	−0,38	−2,82	−0,81	−1,12	+0,31	−0,30	−1,11	−0,11	+0,42	−0,73	−0,73	−0,33
Ivoire	+0,11	−0,31	−0,31	−1,41	−0,12	−1,41	−1,18	−0,14	+0,11	+0,17	−1,15	−0,11	−0,71	+0,77
Corne	+0,03	+0,32	+0,90	−1,03	+1,22	+0,03	−0,16	−0,11	+0,63	−1,13	−1,19	−1,07	−0,54	+0,14
Ardoise	+0,17	−0,10	+0,14	−1,13	+0,11	−0,31	−0,11	+0,13	−1,01	−0,11	−0,81	−0,11	−0,10	−0,41
Fer	+0,11	−0,71	−0,71	+0,11	−0,19	−1,11	+0,11	+0,03	+0,26	−0,11	+0,33	−1,06	−0,11	−1,11
Cuivre	+0,66	+0,06	+1,11	−0,01	+0,11	−0,13	−1,11	+0,19	+1,10	−1,11	−1,07	+0,11	+0,11	−0,49
Étain	−0,13	+0,86	+0,11	−0,17	−1,61	+0,73	+0,11	−1,11	−1,71	−1,30	+0,61	−1,07	−0,17	−1,01
Plomb	−1,11	+0,33	+0,33	−0,71	+0,13	−0,13	+0,11	−0,46	−1,81	+0,11	−0,71	+0,81	−0,13	−0,33
Laiton	−0,31	+0,31	−0,11	+0,16	+0,71	+0,31	−0,31	−0,16	−0,12	−0,13	−1,11	−1,11	−1,38	+0,13
[illegible]	−0,76	−0,31	+0,01	+0,01	−0,71	+1,04	−0,10	−1,41	+1,11	−1,01	−0,15	−0,90	−0,11	−1,01

que l'air communique aux fluides qu'il entoure la chaleur qu'il a lui-même, & trouvai que l'eau également échauffée adhere au verre avec la même force, quelle que foit la température de l'air.

Dans la vue de découvrir la proportioo eotre la force avec laquelle le verre adhere à l'eau qui a différens degrés de chaleur, je fis plufieurs expériences dont les réfultats font marqués dans la Table I, où j'ai fait ufage d'un thermometre gradué fuivaot la méthode de Mr. *Sulzer*, & d'un morceau de glace de miroir taillé en rond qui avoit exactement $1\frac{1}{2}$ pouce de diametre. Tab. I.

L'on voit par cette Table que la force d'adhéfion augmente à mefure que la chaleur du fluide diminue, ce qui vient de ce que la chaleur dilate les corps; or la quantité de matiere renfermée fous un volume détermioé, eft eo raifon réciproque du degré de dilatatioo; donc à mefure que la chaleur augmente, le nombre des poiots de contact diminue, & la force d'adhéfioo étant, comme je le prouverai dans la fuite, toutes les autres circonftances reftant les mêmes, en raifon du nombre des points où le fluide touche le folide, il s'enfuit que la chaleur augmentant, la force d'adhéfion doit diminuer.

Je divifai une ligoe droite en 17 parties égales, & ayant élevé autaot de perpendiculaires, je marquai fur la premiere $81\frac{1}{4}$, fur la feconde $82\frac{1}{2}$, fur la troifieme $83\frac{3}{4}$ parties d'une échelle fixe & conftante, & continuai ainfi à exprimer par des degrés les forces avec lesquelles j'avois trouvé que le verre adhéroit à l'eau, en diminuant à chaque expérience fa chaleur de cinq degrés; les points où fe terminerent toutes ces perpendiculaires faifoient partie d'une ligne droite, comme l'on peut le voir par la Figure ci-jointe, à laquelle j'ai donné à deffein une grandeur confidérable, pour rendre les différences plus fenfibles. Tab. II.

Je déterminai par uoe équation le rapport conftaot entre les degrés de chaleur & la force de l'adhéfioo, & trouvai que lorfque x exprime le degré de chaleur de l'eau, fuivant l'échelle de Mr. *Sulzer*, & y la force avec laquelle le verre y adhere, cette équation

$$x = a + by$$

exprime très-bien le rapport de x à y. Deux expériences me fournirent ces deux équations

$$104 = a + 80b,$$

& $$56 = a + 89b,$$

au moyen desquelles je déterminai le nombre conſtant a & le coëfficient b de maniere que

$$a = +530$$

& $$b = -\frac{48}{9}$$

en ſorte que l'équation

$$x = 530 - \frac{48}{9}y$$

exprime la force de l'adhéſion du verre à l'eau pour chaque degré de chaleur donné.

Tab. III. La Table III. où j'ai déterminé au moyen de cette équation les valeurs de y pour tous les degrés de chaleur de l'eau dont j'ai fait uſage

Tab. IV. dans mes expériences, de même que la Table IV. qui la ſuit immédiatement & qui renferme les différences des forces d'adhéſion déterminées par le calcul & par l'expérience, prouvent que les valeurs correſpondantes de x & y déterminées par cette équation, ſont très-conformes à l'expérience.

Par tranſpoſition des termes l'on obtient

$$530 - x = \frac{48}{9}y.$$

Donc le cas où x devient zéro, c'eſt à dire où l'eau perd ſa fluidité & ſe change en glace, eſt celui où la force d'adhéſion eſt la plus grande; & le cas où y devient zéro eſt celui où l'eau a un degré de chaleur exprimé par 530, c'eſt à dire une chaleur telle qu'elle ne ſauroit la ſoutenir un inſtant ſans ſe changer en vapeurs auſſi raréfiées que l'air même.

Je paſſe aux expériences que je fis dans la vue de trouver le rapport de la force de l'adhéſion à l'étendue des ſurfaces qui ſe touchent; pour cet effet je déterminai l'adhéſion de l'eau de l'eſprit de vin rectifié, de l'eſprit de ſel ammoniac, de l'huile de tartre par défaillance, de l'huile de térébenthine, & de l'huile de lin, à pluſieurs glaces de miroir taillées en rond & de différent

Tab. V. diametre. La Table V. renferme les réſultats de ces expériences.

Si l'on examine avec quelque attention le rapport des nombres marqués dans cette Table, l'on s'appercevra aiſément que les forces d'adhéſion des glaces de différent diametre au même fluide ſont en raiſon du quarré de leurs diametres, en ſorte que ſi p eſt la force avec laquelle le verre dont le diametre eſt a, adhere à l'eau, & q la force d'adhéſion du verre dont le diametre eſt b au même fluide, l'on aura cette proportion

$$a^2 : b^2 = p : q,$$

donc

$$q = \frac{b^2}{a^2} p.$$

En ſuppoſant connue par expérience l'adhéſion de la glace de $1\frac{1}{2}$ pouce de diametre à ces différens fluides, j'ai calculé par cette équation les forces de l'adhéſion des glaces de différenr diametre dont j'ai fait uſage dans mes expériences & les ai marquées dans la Table VI, afin qu'en les comparant aux forces déterminées au moyen de l'expérience, l'on puiſſe voir la conformité entre les réſultats du calcul & de l'expérience; ce qui prouve que les forces d'adhéſion, toutes les circonſtances reſtant d'ailleurs les mêmes, ſont en raiſon de l'étendue de la ſurface du fluide qui touche le ſolide. Tab. VI.

Après avoir déterminé l'influence de la chaleur & de la grandeur des ſurfaces ſur la force de la cohéſion du verre avec différens fluides, il me reſte encore à déterminer, tant la force de l'adhéſion de différens ſolides ſur le même fluide, que ſur différens fluides; dans cette vue j'ai fait plus de 600 expériences, en faiſant attention que les fluides dont je faiſois uſage euſſent toujours le même degré de chaleur, c'eſt-à-dire le 32me.

Comme je ne pourrois entrer dans le détail de chaque expérience ſans paſſer de beaucoup les bornes d'un Mémoire, j'en ai repréſenté les réſulrats dans la Table VII. La Table VIII. renferme les gravirés ſpécifiques des fluides employés à ces expériences, en ſuppoſant que le nombre 1000 exprime la gravité ſpécifique de l'eau diſtillée. Tab. VII. Tab. VIII.

Si l'on compare ces gravités ſpécifiques avec les forces de l'adhéſion du même ſolide à différens fluides, l'on verra aiſément que ces deux quantités ne ſont dans aucun rapport conſtant; il faut donc qu'il y ait encore une autre propriété du fluide qui influe ſur cette force. Je crus d'abord la trou-

ver dans la cohéſion des parties du fluide entr'elles, en ſorte que les forces de l'adhéſion du même ſolide à deux fluides différens ſeroient en raiſon du produit de leurs gravités ſpécifiques & d'un nombre qui exprimeroit la cohéſion mutuelle de leurs parties.

Soit la cohéſion des parties de l'eau exprimée par le nombre 1000,
la cohéſion des parties d'un autre fluide $= b$,
la force de l'adhéſion de l'eau à un morceau de glace de miroir $= c$,
la force de l'adhéſion de la même glace avec un autre fluide $= d$,
la gravité ſpécifique de l'eau $= m$,
& celle de l'autre fluide $= n$;
l'on auroit dans cette ſuppoſition l'analogie

$$c : d = 1000m : nb$$

& par conſéquent

$$b = \frac{1000 . md}{cn}.$$

Je déterminai par cette équation, à l'aide des expériences que j'avois faites ſur la force du verre & de l'eau, la valeur de b pour tous les fluides employés aux expériences marquées dans la Table VII, & trouvai ces valeurs telles qu'elles ſont marquées dans la Table IX. Tab. IX.

Il paroît par cette Table que b n'exprime pas la cohéſion mutuelle des parties du fluide ou ſa ténacité; car ſi cela étoit, il faudroit que la valeur de b fût plus grande pour l'huile de lin & de ſemence de pavot que pour l'eau, & ſi b exprimoit les degrés de fluidité qui ſont en raiſon réciproque des degrés de ténacité, il faudroit que la valeur de b fût plus grande pour l'eſprit de vin que pour l'eau, ce qui cependant n'a pas lieu.

Pour déterminer ſi cette propriété du fluide qui influe ſur ſon adhéſion aux ſolides, & qui eſt exprimée par la lettre b, étoit générale ou ſeulement relative à l'adhéſion du verre avec ces fluides, je déterminai, à l'aide des expériences faites ſur l'adhéſion des différentes ſubſtances nommées dans la Table précédente avec l'eau, en prenant pour chaque fluide la valeur de b telle que je l'ai marquée dans la Table IX, au moyen de l'équation

$$b = \frac{100 . md}{nc};$$

d'où l'on tire

$$d = \frac{bne}{1000.m}$$

les valeurs de d pour chaque expérience, c'eſt-à-dire la force avec laquelle les plaques de différentes ſubſtances adherent aux fluides nommés dans la Table VI. Les forces déterminées de cette maniere par le calcul ſont marquées dans la Table X. Tab. X.

Si l'on compare ces forces avec celles qu'ont fournies les expériences, l'on verra qu'elles ne different que de très-peu. Pour faciliter cette comparaiſon j'ai marqué dans la Table XI. les différences entre les forces d'adhéſion telles que les donna le calcul & telles que les donnerent les expériences, en regardant cette différence comme poſitive lorſque l'adhéſion trouvée par expérience étoit plus grande que celle que fournit le calcul, tandis que dans le cas contraire je la regardai comme négative. Tab. XI.

Il paroît donc que la lettre b exprime une propriété générale de chaque fluide, qui tend à augmenter l'adhéſion en ſorte qu'elle eſt en raiſon du produit de cette quantité par la gravité ſpécifique du fluide. Or la force d'adhéſion étant auſſi en raiſon de la ſomme des points de contact du ſolide & du fluide, & le nombre de ces points dépendant de la figure des plus petites parties du fluide, je crois que b eſt une quantité qui en dépend & qui indique le nombre poſſible des points où le fluide peut toucher le ſolide ſuivant la figure de ſes plus petites parties; de cette maniere il faut que b ſoit, comme cela ſe trouve confirmé par l'expérience, un nombre conſtant pour le même fluide, mais différent pour tous les fluides.

Les plaques faites de différentes ſubſtances adherent avec plus ou moins de force au même fluide; il me reſte donc encore à rechercher quelle peut être la cauſe de cette différence & quelles ſont les loix auxquelles ſont ſoumiſes les augmentations ou les diminutions de la force d'adhéſion, ſuivant la nature de chaque ſolide. Si l'on examine les expériences marquées dans la Table VII. avec quelque attention, l'on s'appercevra aiſément que pour le même fluide cette force n'eſt pas en raiſon de la peſanteur ſpécifique des ſolides; il faut donc qu'il y ait encore une autre propriété des ſolides qui

influe ſur cette force & je crois la trouver dans la figure de leurs ſurfaces, qui provient de la figure propre de leurs plus petites parties, & qui ſuivant qu'elle differe, doit néceſſairement admettre un nombre plus ou moins conſidérable de points dans lesquels elle peut être touchée par le fluide; cette propriété des ſolides eſt la même que celle qui pour les fluides eſt exprimée par la lettre b & qui, multipliée par leurs gravités ſpécifiques, eſt en raiſon des forces avec lesquelles ils adherent au même ſolide.

Soit 1000 un nombre relatif à la figure des plus petites parties du verre, & qui exprime le nombre des points de contact poſſibles d'un morceau de glace de miroir d'une grandeur déterminée avec l'eau.

Soit b' une quantité qui exprime de la même maniere la ſomme des points d'attouchement d'une plaque faite d'une autre ſubſtance, mais de la même grandeur que la glace de miroir avec l'eau.

Soit la force de l'adhéſion de la glace avec l'eau $= c$.

& la force de l'adhéſion de l'autre ſubſtance avec l'eau $= d'$,

Enfin ſoit la gravité ſpécifique du verre $= m'$,

celle de la ſubſtance dont l'autre plaque eſt faite n',

l'on aura cette analogie:

$$c : d' = 1000\, m' : n'b'.$$

Mais l'on a déjà vu qu'en gardant les mêmes dénominations l'on a

$$c : d = 1000 . m : nb$$

donc

$$\frac{d'm'}{n'b'} = \frac{dm}{nb}$$

donc auſſi

$$d'm'nb = dmn'b'$$

d'où lon tire cette proportion

$$b : b' = dmn' : d'm'n.$$

Or comme n, n', m, m', b & d, ſont connus & qu'au moyen d'une expérience l'on peut trouver d', il eſt aiſé de trouver par cette équation la valeur de b', c'eſt à dire la propriété de chaque ſolide qui influe ſur la force

d'adhésion avec les fluides, & qui dépend de la figure des plus petites parties du solide, suivant laquelle sa surface doit nécessairement avoir telle ou telle figure déterminée. Si l'on détermioe pour chaque substaoce solide la valeur de b', il sera aisé de calculer une Table des forces de l'adhésion de tous les solides avec les fluides, pour le même degré de chaleur, pourvu qu'oo connoisse leurs pesanteurs spécifiques, & leur force d'adhésion avec le verre; l'oo pourroit se servir pour cet usage de la formule

$$d' = \frac{b'dmn'}{bm'n}.$$

Cette Table étant calculée pour uo degré de chaleur déterminé des fluides, il seroit aisé de trouver par son moyen la force d'adhésion pour tout autre degré de chaleur donné à l'aide de l'équation

$$x = a + by$$

dont j'ai parlé, en déterminant la proportion entre la diminution de la force d'adhésion & l'augmentation de la chaleur.

Je me propose de suivre la même marche pour découvrir les loix de l'ascension des liqueurs dans les tubes capillaires, qui doivent peu différer de celles auxquelles sont soumises les forces d'adhésion des solides & des fluides.



SUPPLÉMENT AU MÉMOIRE *ſur la Topaze de Saxe.* (*)

PAR MR. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

§. 1.

J'ai promis de tâcher de faire connoître de plus près cette matiere gélatineuſe que j'avois trouvée en travaillant la topaze de Saxe tant avec le ſel de tartre qu'avec l'eſprit de vitriol, ce qui ne pouvoit ſe faire qu'à l'aide de pluſieurs expériences auxquelles il s'agiſſoit de ſoumettre cette matiere: je me propoſe aujourd'hui d'indiquer les véritables cauſes de ce ſingulier phénomene, & la véritable origine de cette matiere. Comme il m'en falloit une bonne quantité, je pris trois onces de topaze & 13 onces & demie de ſel de tartre; je travaillai comme je l'ai rapporté dans le Mémoire auquel je joins ce Supplément, & trouvai une maſſe parfaitement ſemblable à celle que j'avois eue précédemment: je verſai là-deſſus de l'eau bouillante, filtrai le tout, l'édulcorai, & fis ſécher ce qui ſe trouva dépoſé ſur le filtre: ce réſidu peſa trois onces, cinq drachmes & deux ſcrupules. Cette augmentation de poids me parut dès-lors très remarquable.

Je pris enſuite cette maſſe, la fis digérer dans une quantité ſuffiſante d'acide vitriolique, édulcorai le tout, le fis ſécher, & retirai une once, deux drachmes & demie de cette matiere gélatineuſe, que je m'étois repréſentée être une terre vitrifiable contenue dans la topaze & retirée par le moyen de ſel de tartre.

§. 2.

(*) Voyez ci-deſſus p. 73 & ſuiv.

§. 2.

Ayant pris une partie de cette matiere & quatre parties de ſel de tartre, je fis fondre ce mélange dans un creuſet fermé, pendant deux heures, à un feu très-violent: après avoir caſſé le creuſet, j'y trouvai une maſſe ſemblable à celle qui donne la liqueur de cailloux, c'eſt à dire ſemblable à une maſſe compoſée d'une partie de cailloux & de quatre parties de ſel de tartre, mais qui avoit cela de particulier qu'elle n'attiroit pas auſſi promptement l'humidité de l'air: & voyant qu'après vingt-quatre heures elle n'en avoit attiré que bien peu, j'y verſai de l'eau chaude, dans laquelle la maſſe qui donne la liqueur de cailloux ſe diſſout bientôt: elle parut, il eſt vrai, ſe diſſoudre en partie, mais pendant la ſolution il ſe précipita une matiere viſqueuſe, ce qui n'arrive jamais à la liqueur de cailloux. Je filtrai enſuite cette ſolution, & j'édulcorai ce qu'il étoit reſté de viſqueux: ayant verſé quelque peu d'acide vitriolique ſur la leſſive, qui étoit fort claire, je devois m'attendre à un précipité ſemblable à celui que donne dabord en pareil cas la liqueur de cailloux; mais il n'y en parut point: ce ne fut que durant l'évaporation qu'il ſe précipita quelque peu de matiere entierement ſemblable à la matiere viſqueuſe qui étoit reſtée dans le filtre: cette matiere ſéchée reſſembloit à une poudre de gomme arabique.

§. 3.

Je mêlai une partie de la matiere gélatineuſe avec deux parties de ſel de tartre, travaillai comme dans l'expérience précédente, & retirai une maſſe encore plus reſſemblante au verre: l'acide vitriolique put néanmoins la diſſoudre & lui donna une couleur de blanc de lait: ce qui eſt bien éloigné de ce qui arrive à un mélange en proportion égale de ſel de tartre & de cailloux.

§. 4.

Ayant ſoumis à un feu convenable deux parties de la matiere gélatineuſe & une de ſel de tartre, je retirai encore une maſſe parfaitement ſemblable au verre; elle avoit la couleur de la topaze, & traçoit des raies ſur le verre: approchée de la langue, cette maſſe parut avoir un goût ſalin; cette remarque m'en fit mettre une partie dans de l'eau, que j'expoſai à la chaleur du fourneau, & où je continuai de verſer de nouvelle eau à meſure

qu'il s'en évaporoit: au bout de quelque tems cette maſſe fut preſqu'entierement diſſoute. Je filtrai cette ſolution, & ayant verſé de l'acide vitriolique ſur ce que j'avois filtré, il ſe précipita une matiere viſqueuſe entiérement ſemblable à la matiere gélatineuſe. D'où je conclus qu'on ne ſauroit comparer le verre en queſtion avec celui qu'on fait avec le caillou, qui ne ſe diſſout jamais dans l'acide & qui reſte inſoluble dans l'eau: donc la matiere gélatineuſe n'eſt point une terre de cailloux.

§. 5.

Pour voir ſi une autre proportion me donneroit une maſſe inſoluble & cependant ſemblable au verre, je mêlai trois parties de matiere gélatineuſe avec une de ſel de tartre, & travaillai comme ci-deſſus: je ne trouvai rien de nouveau; car ayant mis quelques morceaux de cette nouvelle maſſe dans un petit vaſe rempli d'eau & placé ſur un fourneau, je trouvai au bout de quelques jours que ces morceaux avoient perdu leur tranſparence & avoient pris une couleur trouble, & que l'eau avoit pris un goût alcalin.

§. 6.

Les mêmes expériences furent faites avec l'alcali minéral. Deux parties de la matiere gélatineuſe & une partie d'alcali minéral bien ſéché furent mêlées enſemble: après les opérations indiquées ci-deſſus, je retirai une maſſe parfaitement ſemblable au verre, quoiqu'un peu blanchâtre, & je la trouvai avoir comme la précédente la propriété de ſe diſſoudre en partie. J'en pris une portion, y verſai de l'eau, l'expoſai pendant quelques jours à la digeſtion ſur un fourneau, y ajoûtai de nouvelle eau à meſure qu'il s'en évaporoit: au bout de quelque tems la maſſe fut diſſoute, je filtrai cette ſolution, & trouvai qu'il étoit reſté ſur le filtre une matiere viſqueuſe. Cette matiere ayant été édulcorée & ſéchée, je voulus la faire fondre à la lampe, mais elle n'entra pas plus en fuſion que n'avoit fait la matiere gélatineuſe. La leſſive qui avoit été filtrée ayant repoſé, il s'en ſépara peu à peu quelque choſe de gluant: ce qui s'en trouva reſter après l'évaporation étoit un véritable alcali minéral.

§. 7.

Je fis la même expérience avec une partie de matiere gélatineuſe & quatre parties d'alcali minéral: toute la maſſe perça à travers le creuſet, & l'enduiſit intérieurement & extérieurement d'un vernis verdâtre: je briſai le creuſet, en mis les morceaux dans un vaſe rempli d'eau, & plaçai le tout ſur un ſourneau: rien ne parvint à s'y diſſoudre, & l'acide vitriolique n'y produiſit aucune efferveſcence.

§. 8.

Je mêlai une portion de matiere gélatineuſe avec autant de borax calciné, & retirai un verre bien tranſparent, & qui traça des raies ſur un autre verre.

Il me reſtoit à ſoumettre cette matiere ſans mélange aux effets du feu: une demi-drachme, expoſée durant deux heures au feu le plus violent, n'éprouva aucun changement: ſeulement le poids en diminua de quelques grains.

§. 9.

Pour juger ſi la terre alumineuſe eſt de même nature que la terre de la topaze de Saxe, & ſi l'on pouvoit, en travaillant la premiere avec le ſel de tartre, en retirer également une matiere gélatineuſe, je fis les expériences ſuivantes.

Je pris ſix drachmes de terre alumineuſe & trois onces de ſel de tartre, & traitai ce mélange comme celui de la topaze mêlée au même ſel: je retirai ici encore une maſſe ſpongieuſe, ſur laquelle je verſai de l'eau bouillante, je filtrai le tout, édulcorai ce qui étoit demeuré ſur le filtre, & le ſéchai: ce réſidu peſa une drachme & demie. Je verſai là-deſſus de l'acide vitriolique, & après avoir expoſé le tout pendant quelques jours à la chaleur d'un fourneau, je retirai une matiere viſqueuſe, qui édulcorée & ſéchée peſa une demi-drachme: ayant verſé ſur une partie de la leſſive quelque peu d'une leſſive alcaline, je retirai un véritable alun au moyen de la criſtalliſation: mais cette portion de leſſive où je n'avois point verſé de leſſive alcaline, dépoſa une portion de terre alumineuſe, après avoir été expoſée

X 2

pendant quelques jours à la chaleur du fourneau: preuve que le sel de tartre avoit dissous pendant la calcination une bonne partie de terre d'alun: cette poudre alumineuse donna après la cristallisation au moyen de l'acide vitriolique un véritable alun.

§. 10.

Ayant retiré quelque portion de matiere gélatineuse du mélange de la terre d'alun avec le sel de tartre, je voulus voir si j'en retirerois aussi tant de l'alun cru que de l'alun calciné sans aucun mélange avec le sel de tartre. Je pris pour cet effet du précipité d'alun cru & du précipité d'alun calciné, l'un & l'autre bien édulcoré: je fis dissoudre tant l'un que l'autre dans l'acide de vitriol: le tout s'étant dissous après la filtration, je ne trouvai pas la moindre trace de matiere gélatineuse. Ceci m'assura que cette matiere ne provenoit ni de la terre de la topaze, ni de la terre d'alun, mais qu'elle devoit uniquement son origine au sel de tartre: j'en fus pleinement convaincu en me rappelant que dans toutes les expériences où j'avois employé le sel de tartre, j'avois aussi retiré après la calcination une partie de matiere gélatineuse, ce qui n'étoit jamais arrivé lorsque je ne m'en étois pas servi. Il me parut aussi fort remarquable qu'après la calcination de la topaze & de l'alun avec le sel de tartre, la masse édulcorée pesoit toujours plus que la topaze ou l'alun n'avoient pesé: il résulte de là que le feu a détruit une partie du sel de tartre, & que par conséquent la matiere gélatineuse doit son origine à un sel. Pour qu'il ne restât plus aucun doute à ce sujet, j'eus recours à l'expérience suivante.

§. 11.

Je pris cinq onces de sel de tartre, le calcinai dabord à petit feu, & augmentai le feu peu à peu jusqu'à ce que ce sel se trouva fondu quelque peu au fond du creuset: après le refroidissement, je retirai le calciné, y versai dessus de l'eau bouillante, filtrai le tout, pris ce qui étoit resté sur le filtre, l'édulcorai & le séchai. Ce résidu séché pesa huit grains: j'y versai de l'acide vitriolique, l'exposai à une digestion tempérée, & trou-

vai bientôt le tout converti en une maſſe gélatineuſe, que j'édulcorai & ſéchai: cette derniere maſſe avoit perdu quatre grains de ſon poids, & reſſembloit parfaitement à la matiere gélatineuſe retirée de la topaze & de l'alun mêlés avec le ſel de tartre.

Je précipitai la premiere leſſive en y verſant de l'acide vitriolique, & trouvai également une matiere viſqueuſe, que j'édulcorai & fis ſécher: il me parut cependant qu'elle étoit différente de celle que j'avois retirée dans les expériences précédentes.

Il eſt néanmoins poſſible que lorſque le ſel de tartre reſte expoſé au feu plus longtems que je ne l'ai fait reſter, on retire une plus grande quantité de cette terre qui au moyen de l'acide vitriolique donne la matiere gélatineuſe dont il eſt ici queſtion.

Je crois avoir prouvé que cette matiere doit ſon origine au ſel de tartre calciné, & qu'elle s'eſt peut-être unie à une partie de la topaze calcinée.



SUR
LA PIERRE CHANGEANTE.

PAR M. GERHARD.

La Pierre que je me propose de d'écrire dans ce Mémoire, porte les noms de *Pierre changeante*, d'*Oculus mundi* (*), & d'*Hydrophanus*. Je n'entrerai pas dans la discussion plus curieuse qu'utile, si les Grecs ou les Romains ont connu cette pierre; & je remarquerai seulement que le célebre *Boyle* est le premier qui en ait parlé avec quelque précision. Ce grand Physicien la met au nombre des pierres précieuses, & remarque que le caractere principal qui la distingue des autres, est son opacité à l'air, ou tout au plus sa demi-transparence, qui devient entiere lorsqu'on la met dans l'eau. Les savans Naturalistes, *Laet*, *Worm*, *Sperling*, *Knæffel*, *Wall*, *Cronstædt*, *Quist*, *Brænnich* & *Ihie*, (c'est ce dernier qui a employé le nom d'*Hydrophanus*,) n'ont presque fait que copier *Boyle*; & comme chacun d'eux a trop insisté dans la description de cette pierre sur sa couleur, suivant qu'elle s'étoit offerte à sa vue & à son examen, il seroit difficile de tirer de toutes ces descriptions la véritable connoissance de la pierre en question.

Mr. le Docteur *von de Wynperffe* trouva dans le Cabinet de Minéraux qu'il avoit acheté des héritiers de feu Mr. *Bruckmann*, un très-petit morceau de cette pierre, sur lequel il fit différens essais. Il les publia dans le Tome III. des *Nova Acta* de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature; & le résultat de ces essais est, que l'*Oculus mundi*, opaque ou tout au plus demi-transparent à l'air, acquiert une parfaite transparence, étant plongé dans l'eau, dans la lessive des cendres du bois, & dans l'esprit de

(*) Oeil du monde ou *Welt-Auge*.

vin; mais qu'ensuite, étant retiré de ces fluides & desséché, il recouvre peu à peu sa premiere opacité. Le même Observateur trouva aussi que la gravité spécifique de cette pierre différoit de celle de l'eau, comme 2 à 1; & il conclut de tous ces phénomenes que la Pierre changeante est fort poreuse, & qu'elle approche du jaspe.

Tous les Auteurs ci-dessus nommés avoient simplement vu des fragmens détachés de cette pierre, sans connoître sa patrie, son lieu natal. Cette circonstance jointe à la rareté de ce fossile, le rendoient extrèmement cher; & une piece de la grosseur d'un pois a été vendue à Londres 200 livres sterling.

Des circonstances aussi singulieres exciterent fortement la curiosité de Mr. le Baron *de Weltheim*, Conseiller privé de la Chambre, & Vice-Capitaine des Mines du Hartz, aussi respectable par son savoir & ses talens distingués que par les rares qualités de son cœur. En cherchant parmi les pierres de son vaste & riche Cabinet, il trouva un très beau morceau de cette pierre. Comme il étoit instruit de l'endroit d'où il avoit été tiré, cela le mit déjà au fait du lieu natal de cette pierre remarquable. Il communiqua sa découverte à Mr. *Bruckmann*, premier Médecin de S. A. S. Mgr. le Duc de Brunswick, & consentir que cet habile Minéralogiste parlât de cette découverte: ce qu'il fit dans le petit Traité intitulé *Abhandlung von dem Welt-Auge.*

En même tems M. *de Veltheim* eut la bonté de m'envoyer un fragment de la même pierre: & cela m'a fourni le moyen de trouver aussi cette pierre en Silésie. Après ces préliminaires, je passe à la description & à l'examen de la Pierre changeante.

Et d'abord, par rapport à sa structure, elle est solide & compacte, sans qu'on puisse y distinguer des feuilles, des filets ou des grains: étant cassée, elle ressemble plutôt à une terre glaise, compacte & fortement cuite, ou à de la porcelaine très fine. Frappée contre l'acier, elle ne donne point d'étincelles, de sorte que sa dureté est fort inférieure à celle du quartz, des cailloux & du jaspe; elle approche plutôt de celle des pierres serpentine & néphritique, & l'on peut en détacher des parties avec un couteau. Malgré

cette mollesse, elle prend un très beau poli, surtout celle de l'espece qui a la couleur de l'yvoire; & à cet égard elle l'emporte sur les pierres serpentine & néphritique.

Quant à la gravité spécifique, il y a peu de pierres qui en ayent moins. Mr. *von de Winpersse* a déjà remarqué que sa gravité spécifique est à l'eau comme 2048 : 1000. Dans quelques pieces je l'ai trouvée seulement comme 1710 : 1000; dans d'autres comme 2150 : 1000, & dans d'autres comme 2240 : 1000, de maniere qu'on pourroit la mettre environ comme 2 : 1.

Quand on frotte cette pierre, elle ne devient pas électrique, & elle acquiert même très peu d'électricité par la communication.

On a déjà observé plusieurs couleurs dans cette pierre. Quelques-unes ressemblent parfairement à l'yvoire, tirant du blanc au jaune, & étant tachetées par-ci par-là d'un blanc de lait. D'autres sont verdâtres, comme du verd de gris cru, mêlées aussi de taches ou zones blanches. Il y en a qui tirent du verd au jaune, & ont de petites taches couleur de paille; d'autres sont toutes blanches & ressemblent à un morceau de lard. Enfin il y en a de brunes, assez approchantes de la Terre d'Umbra. Je n'oserois affirmer que ces couleurs dépendent des parties métalliques, ou des parties inflammables. Je n'ai pu examiner que des morceaux blancs; mais comme l'*Oculus mundi* brunâtre de Silésie contient du fer, il est à présumer que la couleur des autres especes vient de ce métal.

Pour ce qui regarde son lieu natal & la maniere dont on le trouve, M. *de Veltheim* a remarqué qu'il servoit ordinairement d'écorce opaque aux opales & aux chalcédoines d'Islande & des Iles de Ferroë. M. *Bruckmann* ajoûte que la même pierre forme aussi l'écorce qui enveloppe les opales de Saxe & de Baviere, surtout cette espece qu'on nomme Opale de poix, ou *Lapis Piceus*. Cette écorce est plus grossiere & poreuse vers le dehors, mais en dedans & plus près de l'opale ou de la chalcédoine qu'elle entoure, elle devient plus compacte & a un grain plus fin: c'est précisément celle qui fournit les morceaux les plus excellens. Quelquefois aussi cette pierre se

trouve

trouve par lits avec des lits de chalcédoine, de maniere que les premiers sont d'un blanc de lait, & ceux-ci verdâtres ou noirs.

Outre les endroits mentionnés, on trouve aussi la même pierre en Silésie, à Kosemütz, dans le Duché de Nimpsch, & surtout à Grache dans le Duché de Munsterberg. Elle y sert d'écorce brunâtre à la Chrysoprase verte, jaune & blanche.

En creusant, surtout au dernier de ces endroits, on rencontre une terre glaise, quelquefois toute blanche, quelquefois verdâtre: l'épaisseur de cette couche va de 5 pouces à 12; au dessous on trouve une pierre assez molle & poreuse; pour la plûpart jaunâtre ou verdâtre. Cette pierre devient toujours plus compacte en raison de la profondeur; & à la fin elle se change en un caillou verd, jaune ou blanc, qui forme le Chrysoprase: & c'est précisément cette écorce brune ou jaune qui constitue la Pierre changeante.

Considérons à présent les rapports de cette production si singuliere avec l'eau & les autres fluides.

Tous les Auteurs qui ont parlé de cette pierre, ont remarqué, qu'étant plongée dans l'eau, elle perd peu à peu son opacité, & qu'elle devient transparente; mais qu'étant retirée de l'eau, elle reprend son premier état. Mrs. *von de Winpersse* & *Bruckmann* ont encore observé que la même chose arrive avec la lessive des cendres du bois, avec l'esprit de vin & avec les acides du vitriol & du nitre. Son poids augmente alors, & la couleur qu'elle acquiert dans l'état de pellucidité ne differe gueres de celle qui lui est propre dans son état naturel.

Pour faire des essais sur cette matiere, je choisis une pierre changeante verte, du poids de 9 carats, $2\frac{1}{2}$ grains. Je fis toutes les expériences dans une chambre chaude, pour avoir toujours un degré de chaleur égal, qui étoit le 13 de l'échelle de Réaumur; & je ne fis qu'une expérience par jour, pour laisser toujours à la pierre le tems de se sécher.

I. Je mis d'abord le morceau de pierre dans de l'eau bouillante, que j'entretins dans cet état au moyen d'une lampe. Au bout de trois quarts d'heure la pierre étoit parfaitement transparente; par la réflexion elle offroit une couleur verte, & par la réfraction une jaunâtre. Ayant été bien dessé-

chée avec du papier brouillard, son poids se trouva augmenté de deux grains; mais étant exposée à l'air, elle perdit cet accroissement de poids, & son opacité revint en 20 minutes.

II. Il fallut une heure pour rendre le même morceau pellucide dans de l'eau dont la chaleur montoit à 55 degrés. L'augmentation de poids fut la même; & 25 minutes s'écoulerent jusqu'au retour de l'opacité.

III. La pellucidité complette exigea une heure & demie dans une eau dont la chaleur étoit de 13 degrés. Les modifications du poids & de la couleur furent les mêmes que dans la I. Expérience. Mais l'entiere opacité ne revint qu'après 30 minutes.

IV. Je mis le même morceau dans de la lessive de cendres de bois. En 40 minutes il devint tout à fait transparent; la réflexion & la réfraction lui donnoient également la couleur d'olive. Son poids fut augmenté d'$\frac{1}{4}$ de grain; & en 30 minutes il redevint absolument opaque.

V. Le sel de soude dissous dans l'eau opere encore plus promptement la transparence de la pierre, savoir en 32 minutes: le poids & la couleur sont les mêmes qu'avec la lessive végétale, aussi bien que le tems nécessaire pour recouvrer l'opacité.

VI. L'acide du vitriol, délayé avec trois parties distillées, ne ronge pas cette pierre, & ne donne ni effervescence, ni solution; mais au bout d'1$\frac{1}{2}$ heure il la rend entierement transparente, avec une augmentation de poids de 3 grains. La réfraction produit une couleur jaunâtre, & l'entiere opacité revient au bout d'une heure. Mr. *Bruckmann* a remarqué que la Pierre changeante conserve la transparence qu'elle a reçue de l'acide du vitriol, jusqu'à ce qu'on en ait fait sortir par le moyen de l'eau tout l'acide qui s'y trouve. Cela est vrai quand on se sert de l'huile de vitriol: mais je n'ai pas observé la même chose avec l'esprit de vitriol.

VII. L'acide du nitre & celui du sel marin produisent sur cette pierre les mêmes effets que l'acide vitriolique, avec la seule exception qu'il ne faut que $\frac{3}{4}$ d'heure pour ramener l'opacité.

VIII. Le vinaigre diſtillé augmente le poids de la pierre de $2\frac{1}{2}$ grains. Elle y devient tranſparente en 85 minutes, & reprend ſon opacité au bout de 55. La couleur eſt la même qu'avec les acides minéraux.

IX. L'eſprit de vin le plus rectifié rend la pierre tranſparente en 25 minutes, & augmente ſon poids de $2\frac{1}{2}$ grains. La couleur eſt verdâtre, & l'opacité ſe rétablit après 17 minutes.

X. Dans l'eſprit de ſel ammoniac il faut 20 minutes à la pierre pour devenir tranſparente. Elle tire alors du verd au jaune, peſe $\frac{1}{4}$ de grain de plus & redevient opaque en 20 minutes.

XI. Je pris enſuite différens ſels moyens, ſavoir le nitre, le ſel gemme, le ſel admirable de Glauber, le ſel de ſaignette, le ſel ammoniac, & enfin du borax & du ſel ſédatif. Je fis diſſoudre un ſcrupule de chacun dans une once d'eau diſtillée. Les phénomenes furent partout les mêmes. Dans ces diverſes ſolutions la pierre devint tranſparente après 50 minutes, ſon poids fut augmenté d'$1\frac{1}{2}$ grain, la couleur étoit céladon, & l'opacité revenoit au bout de 30 minutes.

XII. Je verſai enſuite ſur la pierre en queſtion différentes ſolutions de métaux, ſans remarquer d'autres phénomenes que ceux que produiſent les acides mêmes avec leſquels on fait ces ſolutions.

XIII. Il en arrive de même quand on met cette pierre dans diverſes teintures réſineuſes faites avec l'eſprit de vin. On n'apperçoit point alors d'autres changemens que ceux qui ſe manifeſtent avec l'eſprit de vin tout pur.

XIV. Je répérai auſſi l'expérience de Mr. *von de Wynperſſe*, en plongeant la pierre dans de l'eau que je mis ſous la pompe pneumatique. Je n'obſervai pas plus que ce Savant, qu'il en réſultât rien pour hâter ou retarder la tranſparence: le poids, la couleur & le retour de l'opacité furent auſſi entierement les mêmes qu'à l'air libre.

XV. J'employai enſuite l'électricité. Pour cet effet je mis la pierre avec de l'eau dans un verre que j'électriſai. Il ne fallut que 40 minutes pour rendre la pierre tranſparente. Les autres phénomenes furent les mêmes qu'avec l'eau non électriſée.

XVI. Enfin je fus curieux de favoir ce que la feule action d'un feu modéré pourroit effectuer fur la pierre changeante. Je la mis donc dans un verre que je plaçai dans une chaudiere avec de l'eau bouillante. Mais, quoique je l'y laiffaffe une heure entiere, je n'y pus remarquer aucune altération.

Au refte il faut remarquer que toutes les liqueurs dans lesquelles j'ai mis cette pierre avoient parfaitement le même degré de chaleur favoir 13 d. de Réaumur; & que dans tous les effais, je fis fécher la pierre peu à peu à l'ombre, dans une chambre chauffée qui avoit le même degré de chaleur. Enfin j'obferve encore que le tems requis pour donner la tranfparence à cette pierre, n'eft pas égal dans toutes les expériences: & cela va jufqu'à 24 heures pour l'*Oculus mundi* brunâtre de Siléfie.

De toutes ces Expériences comparées entr'elles on peut déduire les Corollaires fuivans.

1. L'*Oculus mundi* s'imbibe des fluides comme une éponge. L'augmentation du poids en eft une preuve fuffifante: mais, pour s'en convaincre mieux, il n'y a qu'à mettre cette pierre, quand elle fort d'un fluide quelconque, dans un verre bien fermé, où foit placé un Hygrometre, dont le mouvement démontre l'évaporation du fluide qui s'étoit introduit daus la pierre.

2. Les fluides propres à diffoudre les matieres graffes accélerent la tranfparence de cette pierre; ce qui indique qu'elle contient de femblables matieres.

3. La gravité fpécifique très médiocre de la Pierre changeante prouve auffi qu'elle eft très fpongieufe & poreufe.

4. Mais les pores de cette pierre doivent être très petits, puifqu'ils n'admettent rien des matieres folides qui font diffoutes dans les fluides.

5. Cette pierre devient tranfparente à l'aide des fluides, précifément comme le papier & d'autres corps femblables, quand ils font imbibés d'un fluide. Les rayons de la lumiere font attirés par le fluide qui eft entré en plus grande quantité. Les pores du corps, en s'élargiffant, permettent aux rayons un paffage en ligne droite, & caufent ainfi la tranfparence.

A cet examen physique de la Pierre changeante, faisons succéder à présent l'examen chymique.

Il est fâcheux que la rareté de cette pierre ne m'ait pas permis de la soumettre à autant d'épreuves que je l'aurois souhaité. Cependant celles que je vais rapporter suffiront pour déterminer les principes qui la constituent, & je remarquerai seulement qu'elles ont été faites avec la Pierre brunâtre de Silésie, aussi bien qu'avec un morceau de Pierre blanche qui avoit entouré de la chalcédoine d'Islande.

Comme j'avois remarqué dans les Expériences ci-dessus mentionnées, que les acides les plus forts n'attaquent pas cette pierre, au degré de chaleur de l'atmosphere, je la fis cuire pendant une demi-heure dans l'huile de vitriol; après quoi je filtrai cette solution, & je la précipitai, sans remarquer pourtant aucune précipitation. Cela m'engagea à calciner une drachme de cette pierre bien pulvérisée, avec trois parties de sel de tartre. Je fis dissoudre le tout dans de l'eau distillée, je filtrai la solution, & je lavai soigneusement avec de l'eau distillée ce qui resta dans le filtre. Je mêlai ensuite la solution qui avoit passé par le filtre avec de l'esprit de nitre, sans qu'il se fit aucune précipitation sensible. Mais, quand je versai sur ce qui restoit dans le nitre de l'esprit de vitriol, il se fit une effervescence assez forte, & en peu de temps la plus grande partie de la pierre fut dissoute.

Après avoir filtré cette solution, je la distillai par une cornue de verre jusqu'à l'entiere exsiccation. Il resta au fond de la cornue une masse saline & spongieuse, qui se dissolvoit très aisément dans l'eau. Je procurai une évaporation lente de cette solution, à un feu très doux, & j'en obtins de très beaux cristaux d'alun. Je fis fondre le reste qui n'avoit pas été dissous dans l'acide du vitriol, & qui pesoit dix grains, avec 40 grains de sel de tartre. Cette masse fut dissoute dans l'eau & précipitée avec l'acide du nitre; ce qui me donna une terre vitrescible d'un très beau blanc.

Comme j'avois fait ces essais avec des morceaux de la Pierre changeante d'Islande, je les répétai avec la Pierre brunâtre de Silésie, & les phénomenes furent les mêmes, si ce n'est que la lessive alcaline animale aussi

bien que la ſaturation avec le ſel ammoniac firent auſſi paroître des parties martiales.

Pour me convaincre de l'exiſtence des parties graſſes dans cette pierre, je fis fondre du nitre dans une taſſe de porcelaine; j'y mis enſuite une petite portion de notre Pierre réduite en poudre très fine: ce qui produiſit une détonation très ſenſible, plus forte cependant avec la pierre blanche qu'avec la pierre brune.

J'expoſai enſuite dix grains de la Pierre blanche & quarante de la brune, ſéparément dans deux creuſets, à un feu très violent pendant une heure entiere. Les creuſets ayant été caſſés, je remarquai que la pierre blanche n'étoit pas fondue, au lieu que la brune étoit réduite en une ſcorie poreuſe noirâtre.

Ces eſſais démontrent clairement que la Pierre changeante eſt compoſée de terre d'alun, de terre vitreſcible, & d'une matiere graſſe, de maniere que la terre d'alun en fait les deux tiers. Mais ces principes font auſſi voir que cette pierre ne peut appartenir ni au genre du Quartz, ni à ceux des cailloux, de l'agathe, de l'onyx, du jaſpe, ou de toute autre pierre vitrifiable; mais qu'on doit lui aſſigner ſa place parmi les pierres graſſes alumineuſes, nommées autrefois Pierres argilleuſes, ou Pierres apyres. J'aimerois mieux même en faire un genre parmi ces pierres, que de la rapporter à quelque eſpece. Car le vrai caractere de cette pierre conſiſtant à s'imbiber d'eau & d'autres fluides, à l'aide deſquels elle devient tranſparente, il eſt très poſſible que, parmi les pierres graſſes qui contiennent de la terre alcaline, ou du ſel marin, on en pût trouver qui ont la même propriété. Il exiſte des cryſtaux calcaires, gypſeux, ſpathiques & vitrifiables, de la même figure; pourquoi ne rencontreroit-on pas la même poroſité dans des pierres qui ne different entr'elles que par quelqu'un de leurs principes? Peut-être que cela vient ſeulement de la quantité différente de matiere graſſe. Au moins ai-je remarqué que la Pierre changeante de Siléſie, qui contient plus de matiere graſſe, n'acquiert pas auſſi vîte la tranſparence que la Pierre blanche d'Islande, où la même matiere graſſe ne ſe trouve pas auſſi abondamment.

Il eſt vrai que j'ai éprouvé la pierre ſerpentine, la pierre de lard Chinoiſe, l'amiante, le baſalte & le *Schœrl* avec de l'eau, du vinaigre, & de la leſſive de cendres clavelées, ſans avoir remarqué qu'elles deviennent tranſparentes. Mais, pour la pierre néphrétique, quand on la cuit fortement dans le vinaigre, & ſurtout dans une leſſive alcaline faite avec de la chaux vive, il m'a paru qu'elle acquéroit quelque tranſparence.

Ces conſidérations m'engagent donc à croire qu'on doit prendre la Pierre changeante pour une eſpece de la Pierre de ſavon, ou Smectite, & qu'alors ſon caractere ſeroit

Smectis poroſus, in aëre opacus, in aqua pellucidus.

Qu'on me permette d'ajoûter encore une réflexion. On a obſervé que la Pierre changeante fait l'écorce de l'Opale, de la Chalcédoine & du Chryſopraſe. On a de plus remarqué qu'il n'y a point d'autres ſubſtances intermédiaires, mais qu'il regne plutôt une continuité parfaite entre la pierre qui ſert d'écorce & celles qui y ſont contenues. Il eſt donc très vraiſemblable que celles-ci doivent leur origine à l'autre, d'autant plus qu'elles ont beaucoup de terre vitrifiable, très peu de terre d'alun, & n'ont point de matiere graſſe. C'eſt peut-être par une eſpece de précipitation que la terre vitrifiable ſe ſépare de la terre d'alun, & qu'il en réſulte la formation de ces eſpeces de cailloux. D'un autre côté, comme on rencontre au deſſus de la Pierre changeante de Siléſie un lit de terre glaiſe, il eſt à préſumer que cette terre privée en partie du ſuperflu de la matiere graſſe & de la terre d'alun, acquiert par là plus de dureté & forme ainſi la Pierre changeante.

On objectera peut-être qu'on trouve de la Chalcédoine d'Islande, dont l'écorce eſt de Pierre changeante, dans les laves des anciens Volcans. Mais les Obſervations de Mr. *Ferber* ſur les anciens Volcans d'Italie, & les miennes propres ſur les laves du Spitzberg près de Striegau en Siléſie, démontrent que ces productions des Volcans, après une très longue ſuite d'années, ſe changent en terre glaiſe; ce dont on doit être d'autant moins étonné que les laves donnent par l'analyſe chymique les mêmes principes que la terre glaiſe. Il eſt donc très poſſible que, par l'action de l'air & d'autres diſſolvans, ces ſcories ſe réſolvent dans une terre glaiſe, qui produit

dans la ſuite la Pierre changeante, ou en différentes ſortes de cailloux, ou même que ces ſcories ſe changent tout de ſuite en ces deux ſortes de pierres.

Pour conclure, je dirai qu'ayant continué mes eſſais ſur la pierre néphrétique, j'ai trouvé qu'elle poſſede les attributs de l'*Oculus mundi*. Mais voïci comment il faut s'y prendre, afin de mieux s'en convaincre. On fait cuire la pierre néphrétique dans du vinaigre diſtillé très fort, pendant une demi-heure; & enſuite on la plonge dans de l'eau chaude, pour en faire ſortir l'acide. La pierre ainſi préparée étant miſe dans une leſſive alcaline cauſtique, on remarque au bout de quelques heures qu'elle devient entierement pellucide. Il faut pourtant que la pierre néphrétique ne contienne pas beaucoup de parties martiales: autrement l'eſſai ne réuſſit pas. J'ai obſervé la plus belle tranſparence dans un morceau d'Utahita, qui tiroit un peu ſur le brun, au lieu que l'effet eſt très foible dans la pierre néphrétique d'un verd fauve, tirant preſque ſur le noir.

Ces eſſais confirment de plus en plus que la Pierre changeante fait tout au plus une eſpece, qui appartient tantôt au genre du Smectite, tantôt à celui du Stéatite.



EXTRAIT

EXTRAIT
des Observations météorologiques faites à Berlin en l'année 1776.

PAR M. BEGUELIN.

Les éclairciſſemens ſur la méthode d'obſerver ſont rapportées dans les Mémoires des années 1769 & 1770, p. 128 & 75. Il ſuffira d'en répéter ici que l'échelle du Barométre eſt diviſée en pouces & lignes du pied de Paris; & que la graduation du Thermométre de mercure eſt celle qu'on nomme *de Réaumur*, dans laquelle o marque le degré de chaleur de l'eau ſous la glace, ou le point du dégel; & l'eſpace entre ce point & celui de la chaleur de l'eau bouillante eſt diviſé en 80 parties égales.

TABLEAU
des hauteurs barométriques extrêmes & moyennes pour chaque mois de l'année 1776.

Mois.	Jours.	La plus grande élévation.	Jours.	La moindre élévation.	Variation totale.	Le milieu.	Hauteur moyenne.
Janvier.	le 30.	28″.5‴,25.	le 12.	27″.7‴,	10‴,25.	28″. 6‴,1.	28″. 0‴,43.
Février.	le 1.	28. 4,	le 7.	27. 4,	12,	27. 10.	27. 8, 96
Mars.	le 25. 26.	28. 6.	le 9. 10	27. 7.	11,	28. 0, 5.	28. 0, 4.
Avril.	le 3. 22.	28. 4.	le 8.	27. 5.	11,	27. 10, 5.	28. 0, 3.
Mai.	le 12. 13.	28. 5.	le 5.	27. 4, 5.	12, 5.	27. 11.	28. 0, 17.
Juin.	le 20.	28. 3, 5.	le 6. 13.	27. 8, 25.	7, 25.	27. 11, 9.	28. 0, 76.
Juillet.	le 31.	28. 3, 6.	le 14.	27. 9. 5.	6, 1.	28. 0, 6.	28. 0, 7.
Août.	le 1.	28. 4, 5.	le 30.	27. 10.	6, 5.	28. 1, 25.	28. 0, 7.
Septemb.	le 21.	28. 4. 75.	le 4.	27. 6, 5.	10, 25.	27. 11, 6.	28. 0, 13
Octobre.	le 18.	28. 5.	le 7.	27. 9.	8.	28. 1.	28. 1, 9.
Nov.	le 26.	28. 6,	le 21.	27. 1.	17.	27. 9, 5.	28. 0, 4.
Décemb.	le 9. 11.	28. 7.	le 24.	27. 4. 75.	14, 25.	27. 11, 9.	28. 0, 9.
Année 1776.	Décembre le 9. 11.	28″.7‴.	Nov. le 21.	27″.1‴.	18‴.	27″.11‴,57.	28″. 9‴,31.

Remarque. Le milieu entre les hauteurs moyennes du Barométre dans les années 1769-1776. donne pour la hauteur moyenne du Barométre à Berlin déduite des obſervations de huit années conſécutives, 28". 0''',07. de Paris. La peſanteur moyenne de l'Atmoſphere en 1776 eſt de demi-ligne plus légere qu'en 1775; ou de $\frac{1}{670}$ du poids total.

TABLEAU

des hauteurs extrêmes & moyennes du thermométre, aux heures de la plus grande chaleur diurne, vers les 2 heures de l'après-midi, pour chaque mois de l'année 1776.

Mois.	Jours.	La plus grande chaleur.	Jours.	La moindre chaleur.	La différence.	Le milieu.	Chaleur moyenne.
Janvier.	le 1.	— 1d.	le 27.	—15d.	14d.	— 8d.	— 6d. 5.
Février.	le 27.	+10.	le 1.	—10.	20.	0.	+ 3, 88.
Mars.	le 24.	13, 5.	le 7.	1.	12, 5.	7, 25.	6, 3.
Avril.	le 19.	18.	le 5.	3, 25.	14, 75.	10, 5.	9, 26.
Mai.	le 30.	18, 5.	le 3.	6, 5.	12.	12, 5.	11, 63.
Juin.	le 4. 15.	23.	le 9.	11.	12.	17.	17, 6.
Juillet.	le 17.	26.	le 7.	14, 5.	11, 5.	20. 25.	19, 6.
Août.	le 3. 4.	23, 5.	le 26.	14.	19, 5.	18, 75.	18, 6.
Septembre.	le 28.	19.	le 19.20.	9.	10.	14.	14, 3.
Octobre.	le 2. 6.	13.	le 24.25. 30.	5.	8.	9.	8, 6.
Novembre.	le 20.	8, 5.	le 28.	— 0, 25.	8, 75.	4, 1.	4, 1.
Décembre.	le 23.	4.	le 30.	— 6.	10.	— 1.	1,
Année 1776.	17. Juill.	26d.	27. Janv.	—15d.	41d, 5.	8d, 7.	9d, 03.

Remarque. La chaleur moyenne du midi qui réſulte de la comparaiſon des huit années 1769-1776. eſt = 9d,5585. Celle de 1776 eſt moindre que celle de 1775 de 1½ degré de Réaumur.

Le même Tableau pour les heures du matin & du soir.

Mois.	Jours.	Le plus haut deg.	Jours.	Le plus bas degré.	La différence.	Le milieu.	Chaleur moyenne.	La variation totale.
Janvier.	le 1.	—2^d. 75.	le 27.	—18^d, 5.	15^d. 25.	—10^d, 5.	— 8, 4.	17^d, 5.
Février.	le 27.	+5, 5.	le 1.	—15, 5.	21.	— 5.	+ 1, 33.	25, 5.
Mars.	le 23.	6, 5.	le 7.	— 1.	7, 5.	+ 2, 75.	2, 3.	14, 5.
Avril.	le 18. 19.	12.	le 5.	0.	12.	6.	4, 8.	18.
Mai.	le 30. 31.	12, 5.	le 4. 23.	4.	8, 5.	8, 25.	7, 4.	16, 5.
Juin.	le 4.	16.	le 9.	12, 5.	3, 5.	12, 5.	12, 7.	14.
Juillet.	le 24.	19.	le 3.	9.	10.	14.	14, 4.	17.
Août.	le 4. 6.	18.	le 26. 27.	8.	10.	13.	12, 9.	15, 5.
Septembre.	le 28.	13.	le 20.	4, 5.	8, 5.	8, 75.	9, 8.	14, 5.
Octobre.	le 6.	8, 5.	le 14.	0.	8, 5.	4, 25.	4, 8.	13.
Novembre.	le 14.	5, 5.	le 11. 26.	— 2.	7, 5.	1, 75.	2, 1.	10, 5.
Décembre.	le 23.	3.	le 30.	— 7, 5.	10, 5.	— 2.	— 0, 75.	11, 5.
Année 1776.	le 24 Juillet.	19^d.	27. Janv.	—18^d, 5.	37^d, 5.	4^d, 44.	5^d, 28.	44, 5.

Remarque. La chaleur moyenne de la nuit qui résulte de la comparaison des huit dernieres années 1769-1776 est = 5^d,764.

Les chaleurs moyennes de 1776 sont de 1½ degré de Réaumur moindres qu'en 1775.

TABLEAU

de la direction du Vent, pendant l'année 1776.

Plages.	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Total.
N.	2	0	2	3	2	0	1	0	3	0	0	0	13 j.
N. E.	5	0	2	1	1	1	4	2	2	0	3	2	23
E.	18	0	4	6	7	7	6	2	3	7	2	4	66
S. E.	2	2	1	2	2	2	2	2	4	9	10	4	42
S.	1	5	5	2	2	3	0	3	4	1	1	7	34
S. W.	1	11	3	2	5	2	1	7	4	3	5	6	50
W.	2	10	9	10	8	10	13	12	9	7	7	7	104
N. W.	0	1	5	4	4	5	4	3	1	4	2	1	34

TABLEAU

de l'état de l'Atmosphere pendant l'année 1776.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avr.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Total.
Jours sereins.	5	1	5	9	6	7	7	6	6	9	3	1	65
A moitié couv.	14	18	15	14	19	18	19	20	18	11	15	14	195
Couverts.	12	10	11	7	6	5	5	5	6	11	12	16	106
Nébuleux.	2	8	4	3	0	0	0	1	0	2	6	5	31
Petite pluie.	0	5	7	7	4	5	5	6	4	2	10	5	60
Pluie copieuse.	0	9	4	2	9	8	9	5	8	2	5	3	63
Un peu de neige	5	2	2	0	0	0	0	0	0	0	2	1	12
Beauc. de neige	4	1	4	0	0	0	0	0	0	0	2	4	15
Gelée continue.	31	3	0	0	0	0	0	0	0	0	2	10	46
Gelée de nuit.	0	5	8	1	0	0	0	0	0	1	6	5	26
Orages.	0	0	0	1	2	3	2	3	3	0	0	0	{ 8 près 6 au loin
Grêle & grésil.	0	0	2	2	3	0	0	0	0	0	0	1	{ 5 Grêle. 3 Grésil.
Vent médiocre.	5	3	5	7	3	8	2	2	9	4	1	3	52
Vent fort.	0	4	2	4	6	6	4	7	3	2	4	0	42
Aurores Bor.	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	4

OBSERVATIONS PLUS DÉTAILLÉES pour chaque Mois.

JANVIER 1776.

Le Barométre a été:

2 jours entre 27". 7 à 8"'. le 12. 13.
6 - - - 8 à 10. le 5. 11. 14. 15. 22. 23.
7 - - - 10 à 12. le 8 - 10. 16. 17. 21. 24.
4 - - 28. 0 à 2. le 3. 6. 7. 20.
8 - - - 2 à 4. le 2. 4. 18. 19. 25. 26. 28. 29.
4 - - - 4 à 6. le 1. 27. 30. 31.

Le Thermométre vers les 2 heures après-midi.

1 jour entre	—16	& —14^d.	le 27.
1 - -	—14	& —12.	le 20.
2 jours -	—12	& —10.	le 19. 21.
7 - -	—10	& — 8.	le 6. 8. 18. 26. 28. 30. 31.
4 - -	— 8	& — 6.	le 9. 14. 15. 29.
5 - -	— 6	& — 4.	le 3. 5. 9. 10. 25.
10 - -	— 4	& — 2.	le 2. 4. 11-13. 16. 17. 22-24.
1 - -	— 2	& — 1.	le 1.

Direction du Vent.

2 jours	*N.*	le 24. 29.
5 -	*N.E.*	le 3. 6. 14-16.
18 -	*E.*	le 1. 2. 5-11. 13. 17-21. 25-27. 30.
2 -	*S.E.*	le 4. 31.
1 -	*S.*	le 23.
1 -	*S.W.*	le 22.
2 -	*W.*	le 12. 28.

Vent un peu fort, le 2. 13. 27. 29. 30. - - V jours.

État de l'Atmosphere.

5 jours sereins, le 20. 21. 27. 30. 31.
14 - à moitié couverts, le 1-4. 6. 10. 17. 18. 23-26. 28. 29.
12 - couverts, le 5. 7-9. 11-16. 19. 29.

Jours nébuleux,	le 17. 25. - - - -	II jours.
Un peu de neige,	le 4-6. 14. 22. - -	V -
Beaucoup de neige,	le 7. 13. 15. 24. - -	IV -
Gelée continue,	tout le mois, - - -	XXXI -
Petites aurores boréales tranquilles,	le 18. 21. -	II -

FÉVRIER 1776.

Le Barométre a été:

4 jours entre	27″. 4 à 6.	le 6. 7. 12. 23.
7 - - -	6 à 8.	le 5. 10. 11. 24. 25. 27. 28.
9 - - -	8 à 10.	le 4. 8. 13. 18. 19. 21. 22. 26. 29.
5 - - -	10 à 12.	le 3. 9. 14. 17. 20.
3 - -	28. 0 à 2.	le 2. 15. 16.
1 - - -	2 à 4.	le 1.

Le Thermométre vers les 2 heures après-midi.

1 jour entre	—10	& —8^{d}.	le 1.
0 - -	— 8	& —6.	
1 - -	— 6	& —4.	le 2.
0 - -	— 4	& —2.	
0 - -	— 2	& —0.	
2 jours -	0	& +2.	le 3. 5.
10 - - -	2	& 4.	le 4. 7-9. 13. 20-22. 24. 25.
10 - - -	4	& 6.	le 6. 10-12. 14-17. 23. 26.
4 - - -	6	& 8.	le 18. 19. 28. 29.
1 - - -	8	& 10.	le 27.

Direction du Vent.

2 jours	*S.E.*	le 1. 12.
5 -	*S.*	le 2-4. 16. 25.
11 -	*S.W.*	le 6. 7. 10. 11. 18. 19. 21. 26-29.
10 -	*W.*	le 5. 8. 13. 15. 17. 20. 22-24.
1 -	*N.W.*	le 9.

Vent médiocrement fort, le 14. 15. 26. - - III jours.

Vent fort, le 7. 8. 20. 23. - - - IV -

État de l'Atmosphere.

1 jour serein,	le 1.		
18 jours à moitié couverts,	le 4. 7. 8. 10. 14-19. 22-29.		
10 - couverts,	le 2. 3. 5. 6. 9. 11-13. 20. 21.		
Brouillards,	le 1. 2. 9. 12. 14. 15. 20. 21.	-	VIII jours.
Un peu de pluie,	le 4. 6. 14. 16. 17.	- -	V -
Beaucoup de pluie,	le 7-11. 15. 19. 21. 25.	-	IX -
Un peu de neige,	le 4. 24.	- - -	II -
Beaucoup de neige,	le 9.	- - -	I -
Gelées de nuit,	le 9. 13. 16. 20. 25.	- -	V -
Gelées continues,	le 1. 2. 11.	- - -	III -

MARS 1776.

Le Baromêtre a été:

3 jours	entre	27″. 7 à 8‴.	le 1. 9. 10.
4	- -	- 8 à 10.	le 2-4. 7.
6	- -	- 10 à 12.	le 5. 6. 8. 11. 14. 28.
6	- -	28. 0 à 2.	le 12. 13. 15. 24. 27. 29.
7	- -	- 2 à 4.	le 16. 18-20. 23. 30. 31.
5	- -	- 4 à 6.	le 17. 21. 22. 25. 26.

Le Thermomêtre vers les 2 heures après-midi.

2 jours	entre	1 & 2^{d}.	le 5. 7.
6	- -	2 & 4.	le 3. 4. 6. 8. 25. 30.
5	- -	4 & 6.	le 2. 12. 21. 28. 29.
13	- -	6 & 8.	le 1. 9. 10. 11. 13. 16-18. 20. 22. 26. 27. 31.
3	- -	8 & 10.	le 14. 15. 19.
1	- -	10 & 12.	le 23.
1	- -	12 & 14.	le 24.

Direction du Vent.

2 jours *N.* le 17. 29.
2 - *N.E.* le 7. 16.
4 - *E.* le 8. 14. 15. 30.
1 - *S.E.* le 5.
5 - *S.* le 6. 18. 19. 22. 23.
3 - *S.W.* le 1. 9. 11.
9 - *W.* le 2-4. 10. 12. 13. 26-28.
5 - *N.W.* le 20. 21. 24. 25. 31.

Vent médiocre, le 3. 5. 7. 11. 20. - - V jours.
Vent fort, le 10. 31. - - - - II -

État de l'Atmosphere.

5 jours sereins, le 17. 18. 23. 25. 26.
15 - à moitié couverts, le 1. 9-12. 14-16. 19-22. 24. 27. 29.
11 - couverts, le 2-8. 13. 28. 30. 31.

Brouillard, le 9. 13. 15. 16. - - - IV jours.
Pluie, le 1. 7. 9. 11. 13. 24. 29. - - VII -
Beaucoup de pluie, le 6. 10. 20. 31. - - IV -
Neige, le 7. 10. - - - - II -
Beaucoup de neige, le 4-6. 30. - - - IV -
Grésil, le 1. 10. - - - - II -
Gelée de nuit, le 4. 5. 7. 8. 17. 18. 25. 30. - VIII -

AVRIL 1776.

Le Baromêtre a été:

1 jour entre 27″. 5 à 7‴. le 1.
2 jours - - 7 à 9. le 7. 13.
1 - - - 9 à 10. le 9.
8 - - - 10 à 12. le 4. 12. 15. 25-27. 29. 30.
13 - - 28. 0 à 2. le 1. 5. 6. 10. 11. 14. 16-20. 24. 28.
5 - - - 2 à 4. le 2. 3. 21-23.

Le

Le Thermomêtre vers les 2 heures après-midi.

5 jours entre	3	&	5ᵈ.	le 4. 5. 8 - 10.
4 - -	5	&	6.	le 6. 7. 11. 14.
9 - -	6	&	8.	le 1 - 3. 12. 13. 22. 27. 29. 30.
3 - -	8	&	10.	le 21. 26. 28.
2 - -	10	&	12.	le 15. 16.
1 - -	12	&	14.	le 23.
3 - -	14	&	16.	le 17. 24. 25.
3 - -	16	&	18.	le 18 - 20.

Direction du Vent.

3 jours	*N.*	le 1 - 3.
1 -	*N.E.*	le 10.
6 -	*E.*	le 4. 5. 9. 16 - 18.
2 -	*S.E.*	le 23. 24.
2 -	*S.*	le 15. 25.
2 -	*S.W.*	le 6. 11.
10 -	*W.*	le 7. 12 - 14. 19. 21. 22. 26. 29. 30.
4 -	*N.W.*	le 8. 20. 27. 28.

Vent médiocrement fort, le 2. 3. 7. 8. 12. 14. 18. - VII jours.
Vent fort & très fort, le 1. 7. 26. 27. - - IV -

État de l'Atmosphere.

9 jours sereins, le 4 - 6. 14. 16 - 18. 24. 25.
14 - à moitié couverts, le 1. 3. 8 - 12. 15. 19. 20. 23. 28 - 30.
7 - couverts, le 2. 4. 7. 13. 21. 22. 26.

Jours nébuleux, le 2. 9. 16.	- - -	III jours.
Pluie, le 8. 13. 21. 22. 27. 29. 30.	- -	VII -
Beaucoup de pluie, le 3. 7.	- - -	II -
Grêle & grésil, le 7. 8.	- - - -	II -
Gelée de nuit, le 14.	- - - - -	I -
Eclairs au S.E. le 14.	- - - - -	I -

MAI 1776.

Le Baromètre a été:

1 jour	entre 27″. 4	à 6‴.	le 5.
3 jours	- - 6	à 8.	le 3. 4. 6.
3	- - - 8	à 10.	le 7. 8. 23.
2	- - - 10	à 12.	le 9. 22.
12	- - 28. 0	à 2.	le 10. 11. 15-21. 24. 26. 27.
8	- - - 2	à 4.	le 1. 2. 14. 25. 28-31.
2	- - - 4	à 6.	le 12. 13.

Le Thermomètre vers les 2 heures après-midi.

3 jours	entre 6	& 8ᵈ.	le 3. 23. 24.
7	- - 8	& 10.	le 1. 4-6. 8. 25. 27.
9	- - 10	& 12.	le 2. 7. 11. 15. 16. 21. 22. 26. 28.
6	- - 12	& 14.	le 9. 12-14. 17. 18.
2	- - 14	& 16.	le 10. 29.
4	- - 16	& 18½.	le 19. 20. 30. 31.

Direction du Vent.

2 jours	*N.*	le 1. 2. 4.
1 -	*N.E.*	le 14.
7 -	*E.*	le 11. 13. 17. 19. 30. 31.
2 -	*S.E.*	le 9. 10.
2 -	*S.*	le 2. 25.
5 -	*S.W.*	le 5-7. 12. 27.
8 -	*W.*	le 3. 15. 16. 20. 22. 26. 28. 29.
4 -	*N.W.*	le 4 8. 21. 23.

Vent un peu fort, le 6. 7. 20. - - - III jours.
Vent bien fort, le 3. 4. 8. 19. 21. 22. - - VI -

État de l'Atmosphere.

6 jours sereins,	le 2. 7. 10. 20. 29. 30.		
19 - à moitié couverts,	le 1. 4. 6. 9. 11-19. 21. 23. 25, 26. 28. 31.		
6 - couverts,	le 3. 5. 8. 22. 24. 27.		
Un peu de pluie,	le 1. 6. 13. 26.	- -	IV jours.
Beaucoup de pluie,	le 3-5. 9. 11. 22-24. 27.	-	IX -
Éclairs & tonnerre,	le 9. 11.	- - -	II -
Un peu de grêle,	le 4. 6. 26.	- - -	III -

JUIN 1776.

Le Barométre a été:

3 jours entre	27". 8	à 10.	le 6. 12. 13.
7 - -	- 10	à 11.	le 7. 14. 24-28.
7 - -	- 11	à 12.	le 5. 15-17. 22. 29. 30.
1 - -	28. 0	à 1.	le 23.
6 - -	- 1	à 2.	le 1. 4. 8. 11. 18. 21.
5 - -	- 2	à 3.	le 2. 3. 9. 10. 19.
1 - -	- 3	à 4.	le 20.

Le Thermométre vers les 2 heures aprés-midi.

2 jours entre	11	& 13^{d}.	le 7. 9.
4 - -	13	& 15.	le 17. 18. 25. 26.
7 - -	15	& 17.	le 8. 19. 20. 23. 27. 29. 30.
4 - -	17	& 19.	le 10. 11. 21. 24.
8 - -	19	& 21.	le 1. 2. 3. 5. 12. 16. 22. 28.
3 - -	21	& 22.	le 6. 13. 14.
2 - -	22	& 23.	le 4. 15.

Direction du Vent.

1 jour	*N.E.*	le 9.	
7 jours	*E.*	le 2-4. 11. 12. 14. 15.	
2 -	*S.E.*	le 1. 13.	
3 -	*S.*	le 5. 8. 16.	
2 -	*S.W.*	le 6. 7.	
10 -	*W.*	le 17. 18. 20-26. 28.	
5 -	*N.W.*	le 10. 19. 27. 29. 30.	
Vent un peu fort,		le 10-12. 14. 17-19. 20. -	VIII jours.
Vent fort & très fort,		le 7. 13. 23-26. - -	VI -

État de l'Atmosphere.

7 jours	sereins,	le 2-4. 11. 14. 20. 21.	
18 -	à moitié couverts,	le 1. 5 8. 10. 12. 13. 15. 16. 18. 19. 23. 26-30.	
5 -	couverts,	le 9. 17. 22. 24. 25.	
Un peu de pluie,		le 5. 16. 22-24. - -	V jours.
Beaucoup de pluie,		le 6. 7. 9. 15. 17. 19. 25. 29. -	VIII -
Tonnerre,		le 15. 16. 19. - - -	III -

JUILLET 1776.

Le Barométre a été:

1 jour	entre	27″. 9 à 10‴.	le 14.
1 -	-	- 10 à 11.	le 18.
9 jours	-	- 11 à 12.	le 6. 7. 13. 15-17. 20-22.
7 -	-	28. 0 à 1.	le 1-3. 11. 12. 19. 23.
8 -	-	- 1 à 2.	le 4. 5 8-10. 24. 28. 30.
3 -	-	- 2 à 3.	le 25. 27. 29.
2 -	-	- 3 à 4.	le 26. 31.

Le Thermomètre vers les 2 heures après-midi.

5 jours entre	14 & 16[d].	le 1-3. 7. 31.
5 - -	16 & 18.	le 4. 14. 15. 18. 29.
10 - -	18 & 20.	le 5. 8-10. 19. 25-28. 30.
6 - -	20 & 22.	le 6. 11-13. 16. 20.
1 - -	22 & 24.	le 21.
4 - -	24 & 26.	le 17. 22-24.

Direction du Vent.

1 jour	*N.*	le 10.
4 jours	*N.E.*	le 5. 8. 9. 28.
6 -	*E.*	le 6. 11. 20-23.
2 -	*S.E.*	le 17. 19.
1 -	*S.W.*	le 16.
13 -	*W.*	le 1-3. 7. 12-15. 18. 25. 26. 30. 31.
4 -	*N.W.*	le 4. 24. 27. 29.

Vent un peu fort, le 26. 29. - - - II jours.

Vent très fort, le 14. 15. 30. 31. - - IV -

État de l'Atmoſphere.

7 jours ſereins, le 5. 6. 16. 17. 19-21.

19 - à moitié couverts, le 2-4. 7-11. 13-15. 22-24. 26. 27. 29-31.

5 - couverts, le 1. 12. 18. 25. 28.

Un peu de pluie, le 1. 9. 10. 27. 28. - - V jours.

Beaucoup de pluie, le 7. 12-15. 18. 24. 25. 30. - IX -

Orages, le 17. 24. - - - - II -

AOUT 1776.

Le Baromêtre a été:

5 jours	entre 27". 10 à 11'''.	le 16. 20. 29-31.
3	- - -	11 à 12.	le 7. 13. 17.
12	- -	28. 0 à 1.	le 4-6.10.14.18.19.21.22.24.25.28.
8	- - -	1 à 2.	le 8. 9. 11. 12. 15. 23. 26. 27.
1	- - -	2 à 3.	le 3.
1	- - -	3 à 4.	le 2.
1	- - -	4 à 5.	le 1.

Le Thermomêtre vers les 2 heures après-midi.

6 jours	entre	14 & 15^d.	le 24-28. 30.
5	- -	15 & 16.	le 1. 21-23. 31.
2	- -	16 & 17.	le 18. 29.
6	- -	17 & 18.	le 5. 13-15. 19. 20.
3	- -	18 & 19.	le 8. 9. 17.
1	- -	19 & 20.	le 11.
2	- -	20 & 21.	le 2. 10.
1	- -	21 & 22.	le 7.
3	- -	22 & 23.	le 6. 12. 16.
2	- -	23 & 24.	le 3. 4.

Direction du Vent.

2	jours	*N. E.*	le 5. 28.
2	-	*E.*	le 6. 29.
2	-	*S. E.*	le 9. 30.
3	-	*S.*	le 3. 10. 11.
7	-	*S. W.*	le 4. 8. 12. 13. 15. 16. 31.
12	-	*W.*	le 1. 7. 14. 17-20. 22-26.
3	-	*N. W.*	le 2. 21. 27.

Vent médiocre, le 13. 26. - - - II jours.

Vent fort, le 7. 14. 17. 18. 20. 21. 25. - VII -

État de l'Atmoſphere.

6 jours ſereins, le 2. 4. 6. 9. 11. 15.
20 - à moitié couverts, le 1. 3. 5. 7. 8. 10. 12-14. 16-18. 20. 21. 25-29. 31.
5 - couverts, le 19. 22-24. 30.
Brouillards, le 30. - - - - I jour.
Bruine, le 22. - - - - - I -
Un peu de pluie, le 7. 13. 19. 25. 30. - - V -
Beaucoup de pluie, le 5. 12. 16. 20. 21. - - V -
Grand orage à trois repriſes, le 5 au matin; tonnerre, le 10. 16. III -

---

SEPTEMBRE 1776.

Le Baromètre a été:

1 jour entre 27″. 6 à 8‴. le 4.
7 jours - - 8 à 10. le 1-3. 5. 26-28.
4 - - - 10 à 12. le 6. 8. 18. 29.
10 - - 28. 0 à 2. le 7. 9. 14-17. 19. 24. 25. 30.
6 - - - 2 à 4. le 10-13. 20. 23.
2 - - - 4 à 5. le 21. 22.

Le Thermomètre vers les 2 heures après-midi.

5 jours entre 9 & 11ᵈ. le 19-23.
5 - - 11 & 13. le 3. 18. 24. 29. 30.
9 - - 13 & 15. le 4-10. 17. 25.
8 - - 15 & 17. le 1. 2. 11-13. 15. 16. 26.
3 - - 17 & 19. le 14. 27. 28.

Direction du Vent.

3 jours	*N.*	le 7. 19. 30.
2 -	*N.E.*	le 21. 23.
3 -	*E.*	le 10. 20. 24.
4 -	*S.E.*	le 1. 2. 8. 9.
4 -	*S.*	le 14. 16. 26. 27.
4 -	*S.W.*	le 3. 18. 25. 28.
9 -	*W.*	le 4-6. 11-13. 15. 17. 22.
1 -	*N.W.*	le 29.

Vent médiocre, le 5. 7. 8. 14. 15. 19. 20. 25. 26. - IX jours.
Vent fort, le 4. 17. 18. - - - - III -

État de l'Atmosphere.

6 jours sereins, le 10. 11. 14. 15. 21. 26.
18 - à moitié couverts, le 2. 3. 5-9. 12. 16. 19. 20. 23-25. 27-30.
6 - couverts, le 1. 4. 13. 17. 18. 22.
Un peu de pluie, le 5. 6. 12. 29. - - IV jours.
Beaucoup de pluie, le 1-4. 13. 16-18. - VIII -
Orage au loin, le 2; sur la ville, le 3. 18. - III -
Lumiere boréale foible, le 5. - - - I -

OCTOBRE 1776.

Le Barométre a été:

1 jour	entre 27″.	9 à 10‴.	le 7.
1 -	- -	10 à 11.	le 6.
6 jours	- -	11 à 12.	le 5. 8. 9. 10. 11. 27.
2 -	- 28.	0 à 1.	le 12. 28.
4 -	- -	1 à 2.	le 13. 26. 30. 31.
3 -	- -	2 à 3.	le 4. 25. 29.
13 -	- -	3 à 4.	le 1-3. 14-17. 19-24.
1 -	- -	4 à 5.	le 18.

Le

Le Thermomètre vers les 2 heures après-midi.

6 jours entre	5	&	6^d.	le 23-25. 28-30.
7 - -	6	&	8.	le 11-14. 26. 27. 31.
5 - -	8	&	10.	le 9. 10. 15. 16. 22.
10 - -	10	&	12.	le 3-5. 7. 8. 17-21.
3 - -	12	&	13.	le 1. 2. 6.

Direction du Vent.

7 jours	*E.*	le 1. 4. 19. 20. 23-25.
9 -	*S.E.*	le 2. 3. 5. 6. 16. 21. 22. 26. 27.
1 -	*S.*	le 17.
3 -	*S.W.*	le 8. 18. 28.
7 -	*W.*	le 7. 9. 10. 15. 29-31.
4 -	*N.W.*	le 11-14.

Vent un peu fort, le 1. 10. 11. 28. - - IV jours.

Vent fort, le 8. 9. - - - - II -

État de l'Atmosphere.

9 jours ſereins, le 2-5. 12. 14. 16. 17. 20.

11 - à moitié couverts, le 1. 6. 7. 11. 15. 18. 19. 21. 22. 24. 25.

11 - couverts, le 8-10. 13. 23. 26-31.

Nébuleux, le 19. 23. - - - - II jours.

Petite pluie, le 7. 30. - - - - II -

Beaucoup de pluie, le 9. 11. - - - II -

Gelée, la nuit du 13 au 14. - - - I -

NOVEMBRE 1776.

Le Baromètre a été:

1 jour	entre	27″. 1 à 2‴.	le 21.
1	- - -	2 à 4.	le 20.
0	- - -	4 à 6.	
2 jours	- -	6 à 8.	le 22. 24.
4	- - -	8 à 10.	le 17. 19. 23. 29.
5	- - -	10 à 12.	le 16. 18. 25. 28. 30.
3	- -	28. 0 à 2.	le 1. 2. 15.
11	- - -	2 à 4.	le 3. 5. 7-14. 27.
3	- - -	4 à 6.	le 4. 6. 26.

Le Thermomètre vers les 2 heures après-midi.

4 jours	entre	—1 & 0.	le 24. 26-28.
5	- - -	0 & 2.	le 11. 12. 25. 29. 30.
5	- - -	2 & 4.	le 10. 13. 21-23.
6	- - -	4 & 6.	le 2-4. 8. 9. 14.
10	- - -	6 & 8.	le 1. 5-7. 15-20.

Direction du Vent.

3 jours	*N. E.*	le 24. 26. 27.
2 -	*E.*	le 9. 28.
10 -	*S. E.*	le 2. 3. 9. 10-14. 29. 30.
1 -	*S.*	le 7.
5 -	*S. W.*	le 1. 4. 5. 16. 23.
7 -	*W.*	le 6. 17-22.
2 -	*N. W.*	le 15. 25.

Vent un peu fort, le 27. - - - - I jour.
Vent fort, le 19. 20. 22. - - - III jours.
Vent très fort, la nuit du 20 au 21. - - I jour.

État de l'Atmosphere.

3 jours	sereins,	le 3. 4. 10.	
15 -	à moitié couverts,	le 2. 7. 8. 11. 16-21. 23. 25-27. 30.	
12 -	couverts,	le 1. 5. 6. 9. 12-15. 22. 24. 28. 29.	
Brouillards,		le 5-9. 13. 14. - - -	VI jours.
Petite pluie,		le 8. 9. 12. 13. 17. 22. 24. 25. 28. 30. -	X -
Pluie copieuse,		le 15. 16. 19-21. - -	V -
Un peu de neige,		le 24. 29. - - -	II -
Beaucoup de neige,		le 25. 28. - - -	II -
Gelée continue,		le 26. 28. - - -	II. -
Gelée de nuit,		le 4. 10. 11. 23. 25. 27. - -	VI -
Lumiere boréale très claire, mais peu élevée,		le 16. -	I. -

DÉCEMBRE 1776.

Le Barométre a été:

1 jour entre	27″. 4 à 6‴.	le 24.	
3 jours - -	6 à 8.	le 23. 25. 30.	
8 - - -	8 à 10.	le 17-22. 29. 31.	
2 - - -	10 à 12.	le 16. 26.	
2 - -	28. 0 à 2.	le 27. 28.	
6 - - -	2 à 4.	le 1. 4-7. 15.	
4 - - -	4 à 6.	le 2. 3. 8. 14.	
5 - - -	6 à 7.	le 9-13.	

Le Thermométre vers les 2 heures après-midi.

3 jours entre —6	& —4d.	le 29-31.
3 - - —4	& —2.	le 9. 10. 28.
4 - - —2	& 0.	le 8. 15. 26. 27.
15 - - - 0	& 2.	le 3-7. 11. 13. 14. 16-21. 25.
6 - - - 2	& 4.	le 1. 2. 12. 22-24.

Direction du Vent.

2 jours	*N.E.*	le 26. 27.	
4	-	*E.*	le 6. 7. 10. 30.
4	-	*S.E.*	le 1-3. 8.
7	-	*S.*	le 4. 5. 9. 15. 17. 18. 29.
6	-	*S.W.*	le 11. 12. 14. 16. 19. 20.
7	-	*W.*	le 13. 21-24. 28. 31.
1	-	*N.W.*	le 25.

Vent un peu fort, le 21-23. - - - III jours.

État de l'Atmosphere.

1 jour serein, le 3.

14 jours à moitié couverts, le 2. 4. 8. 10. 16. 18-20. 26-31.

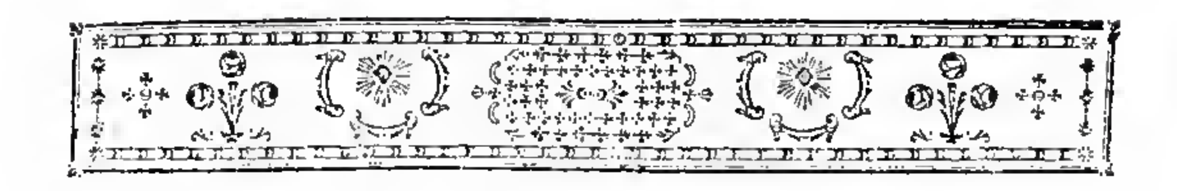
16 - couverts, le 1. 5-7. 9. 11-15. 17. 21-25.

Nébuleux,	le 1. 3. 5. 6. 9. - - -	V jours.
Bruine & petite pluie,	le 5. 12. 17. 21. 22. -	V -
Pluie abondante,	le 23-25. - - -	III -
Un peu de neige,	le 25. - - - -	I -
Neige copieuse,	le 28-31. - - -	IV -
Gelée continue,	le 8-10. 19. 26-31. - -	X -
Gelée continue,	le 11. 14-16. 18. - -	V -
Gros grésil,	le 19. - - - -	I -
Givre,	le 20. - - - - -	I -

Tableau des Hauteurs quotidiennes du Baromètre à Berlin pendant l'Année 1776

NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE MATHÉMATIQUE.



SUR L'ALTÉRATION DES MOYENS MOUVEMENS DES PLANETES. (*)

PAR M. DE LA GRANGE.

Une des déterminations les plus importantes & en même tems les plus difficiles de la théorie des planetes est celle de leurs moyens mouvemens ou de la durée de leurs révolutions. Les Astronomes, en comparant les observations modernes avec les plus anciennes dont la mémoire nous ait été conservée, ont cru remarquer que les mouvemens moyens de Saturne, de Jupiter & de la Lune n'étoient pas uniformes, que celui de Saturne paroissoit se rallentir de siecle en siecle, & que ceux de Jupiter & de la Lune paroissoient au contraire sujets à des accélérations continuelles; ils ont en conséquence introduit dans les Tables de ces planetes des équations séculaires qui doivent s'appliquer à leurs moyens mouvemens supposés uniformes.

L'équation séculaire de Saturne est, d'après les Tables d'Halley, de 1′, 24″ pour le premier siecle, & augmente ensuite comme les carrés des tems; celle de Jupiter est seulement de 36″ pour le premier siecle & augmente de même comme les carrés des tems; enfin l'équation séculaire de la Lune est suivant les dernieres Tables de Mayer de 9″ pour le premier siecle, & croît aussi comme les carrés des tems.

Quelques Astronomes avoient cru appercevoir aussi une accélération continuelle dans le mouvement moyen de la Terre; mais soit qu'on n'ait pas

(*) Lu le 24 Octobre 1776.

regardé cette altération comme ſuffiſamment conſtatée, ou que la quantité en ſoit aſſez petite pour pouvoir être négligée, il paroît qu'on n'a pas encore penſé à y avoir égard dans les Tables du Soleil.

A l'égard des mouvemens moyens des autres planetes, on n'y a juſqu'à préſent découvert aucune altération ſenſible; du moins il n'en a jamais été queſtion, que je ſache, dans les Tables de Mars, de Vénus & de Mercure.

Comme le ſyſteme de la gravitation univerſelle ſuffit pour expliquer les inégalités périodiques des planetes, il eſt naturel de regarder auſſi cette même gravitation comme la cauſe de leurs inégalités ſéculaires; mais il eſt infiniment plus difficile d'en déduire ces dernieres inégalités que les premieres, tant à cauſe de leur petiteſſe, que parce que le calcul le plus épineux & le plus delicat eſt néceſſaire pour aſſigner & diſtinguer dans les équations différentielles tous les différens termes qui peuvent les produire. Auſſi voyons-nous que les Géometres qui ſe ſont occupés juſqu'à préſent de cet objet, ſont parvenus à des réſultats différens.

Mr. Euler dans ſa premiere Piece ſur les irrégularités de Jupiter & de Saturne n'a trouvé aucune équation ſéculaire; mais dans ſa ſeconde Piece ſur le même ſujet il trouve une équation ſéculaire égale pour l'une & l'autre planete & de $2', 24''$ pour le premier ſiecle, à compter de 1700; ce qui ne s'accorde guere avec les obſervations.

Dans l'Eſſai que j'ai donné ſur cette matiere dans le Tome 3e. des Mémoires de Turin je ſuis arrivé à des réſultats plus conformes aux obſervations, & j'ai trouvé pour Saturne une équation ſéculaire ſouſtractive du moyen mouvement, dont la quantité eſt $14'',221$ au bout de la premiere révolution comptée de 1750, & pour Jupiter une équation ſéculaire additive à ſon moyen mouvement & qui monte à $2'',740$ pendant la premiere révolution comptée depuis la même époque. Mais Mr. de la Place ayant pouſſé l'approximation plus loin que je n'avois fait, & ayant calculé plus exactement les différens termes qui pouvoient produire des inégalités croiſſantes comme les carrés des tems dans les mouvemens de Jupiter & de Saturne, a reconnu le premier que ces termes ſe compenſent & ſe détruiſent ou entierement ou preſque entierement, & ne laiſſent par conſéquent qu'un

résultat nul ou trop petit pour qu'on doive y avoir égard. Et comme cette compensation est indépendante des valeurs particulieres des élémens des orbites de Jupiter & de Saturne, on en peut conclure en général que l'attraction réciproque des planetes ne sauroit altérer sensiblement leurs moyens mouvemens, du moins tant que leurs orbites sont supposées à très peu près circulaires, & leurs masses très petites vis à vis de celle du Soleil, ce qui est le cas de toutes les planetes de notre systeme.

Quant à la Lune en particulier, les Géometres qui ont travaillé sur la théorie de cette planete n'ont jamais rencontré dans l'équation différentielle de son orbite des termes qui puissent donner une équation séculaire dans son mouvement moyen, quelque loin qu'ils aient d'ailleurs porté la précision dans leurs calculs; il restoit seulement à examiner si la figure non sphérique de la Terre & de la Lune pourroit avoir quelque influence dans le mouvement moyen de la Lune; c'est ce que j'ai fait dans ma Piece sur cette question, & j'ai trouvé que les termes qui pourroient produire une accélération dans le mouvement moyen de la Lune se détruisent aussi à très peu près les uns les autres; résultat analogue à celui de M. de la Place pour Jupiter & Saturne. D'où l'on peut aussi conclure en général que la non sphéricité des corps célestes ne peut pas non plus produire une altération sensible dans leus moyens mouvemens. Il est vrai que comme on n'est parvenu à ces résultats que par des méthodes d'approximation, on ne doit pas les regarder comme tout à fait rigoureux; cependant de ce que les termes qui donneroient une équation séculaire se détruisent d'eux-mêmes dans la premiere approximation, on est porté à penser qu'il en sera de même des termes provenans des approximations suivantes; mais le calcul nécessaire pour s'en assurer seroit si pénible par sa longueur, que personne ne sera jamais tenté de l'entreprendre; d'ailleurs, on ne pourroit jamais parvenir par ce moyen qu'à des conclusions approchées, & il resteroit toujours douteux si la proposition est vraie en toute rigueur. Heureusement j'ai trouvé moyen de la démontrer *a priori*, & sans supposer que les orbites des planetes soient à très peu près circulaires; c'est ce que je vais développer dans ce Mémoire avec tout le détail dû à l'importance & à la difficulté de la matiere.

1. On sait que si un corps se meut autour d'un centre fixe ou regardé comme fixe, en vertu d'une impulsion primitive quelconque & d'une force tendante continuellement vers ce centre, & toujours proportionelle réciproquement au carré de sa distance au centre, on sait, dis-je, que ce corps doit décrire une ellipse ayant le centre dont il s'agit dans un de ses foyers, de maniere que les aires parcourues autour de ce foyer soient proportionelles au tems; & que la durée de chacune de ses révolutions sera proportionelle à la racine carrée du cube de la distance moyenne ou du demi-grand axe de l'ellipse divisé par la force centrale absolue. C'est ce que Newton a démontré le premier & une foule d'Auteurs après lui.

Mais si à cette force se joignent d'autres forces particulieres qui en alterent la direction & la quantité, alors l'orbite du corps sera d'autant plus différente de l'ellipse qu'il auroit décrite sans ces nouvelles forces, que ces forces mêmes seront considérables vis à vis de la force tendante au centre & agissante en raison inverse du carré de la distance. Cependant lorsque les forces perturbatrices sont fort petites par rapport à la force principale, & que par conséquent l'orbite du corps ne doit s'éloigner que très peu de la figure elliptique, on peut supposer que cette orbite est une véritable ellipse, mais dont les dimensions & la position varient d'un instant à l'autre.

De cette maniere les dérangemens produits par les forces perturbatrices reviennent à la variation des six élémens de l'orbite elliptique, lesquels sont le grand axe de l'ellipse, l'excentricité, la position du grand axe ou de la ligne des absides, l'inclinaison du plan de l'ellipse à un autre plan donné, la position de la ligne d'intersection des deux plans ou de la ligne des nœuds, & l'époque du moyen mouvement, c'est à dire la valeur de la longitude moyenne pour un tems donné; & la question se réduit à trouver la loi de ces variations, c'est à dire les valeurs différentielles des élémens dont il s'agit regardés comme variables. Mais nous n'aurons pas même besoin pour notre objet de connoître les variations de tous ces élémens; car comme dans les orbites invariables la durée des révolutions ne dépend que de la grandeur du grand axe de l'ellipse, il est naturel d'en conclure que dans les orbites variables il n'y a aussi que les variations du grand axe qui puissent

influer ſur la durée du tems périodique; en effet, quand les variations des élémens ſont très petites, on peut ſans erreur ſenſible imaginer que ces élémens demeurent les mêmes durant chaque révolution, & qu'ils ne changent que d'une révolution à l'autre; & dans cette hypotheſe il eſt viſible que les variations du tems périodique ne peuvent venir que de celles du grand axe.

2. Tout ſe réduit donc à déterminer les variations que doit ſubir le grand axe de l'orbite elliptique d'un corps mu autour d'un centre fixe en vertu d'une force réciproquement proportionelle au carré de la diſtance & dérangé en même tems par des forces perturbatrices données & très petite vis à vis de la force principale.

Pour traiter cette queſtion d'une maniere directe & générale je rapporte à chaque inſtant la poſition du corps à trois coordonnées rectangles x, y, z, dont je ſuppoſe que l'origine ſoit dans le centre de la force principale; nommant F la valeur de cette force à la diſtance 1, & r la diſtance du corps au centre, c'eſt à dire le rayon vecteur de l'orbite, en ſorte que $r = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, j'aurai $\frac{F}{r^2}$ pour l'expreſſion générale de cette force, laquelle étant décompoſée ſuivant les trois coordonnées x, y, z donnera ces trois-ci $\frac{Fx}{r^3}$, $\frac{Fy}{r^3}$, $\frac{Fz}{r^3}$. Je ſuppoſe de plus que toutes les forces perturbatrices ſoient réduites à trois dirigées ſuivant les mêmes coordonnées, & je nomme X, Y, Z ces trois forces réſultantes. On aura donc par les premiers principes de la Dynamique, en prenant l'élément du tems dt pour conſtant, ces trois équations

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{Fx}{r^3} + X = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{Fy}{r^3} + Y = 0$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{Fz}{r^3} + Z = 0$$

lesquelles ſerviront à déterminer le mouvement du corps en vertu des forces $\frac{F}{r^2}$, X, Y, Z.

3. Suppoſons d'abord que les forces perturbatrices X, Y, Z ſoient nulles, on aura le cas du mouvement d'un corps attiré vers un centre fixe par une force $\frac{F}{r^2}$; & on pourra par les formules connues trouver les valeurs des trois coordonnées x, y, z en t; mais nous n'aurons pas même beſoin de connoître ces valeurs; il nous ſuffit de remarquer

1°. que ces valeurs doivent être les intégrales completes & finies des trois équations différentio-différentielles

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{Fx}{r^3}=0, \quad \frac{d^2y}{dt^2}+\frac{Fy}{r^3}=0, \quad \frac{d^2z}{dt^2}+\frac{Fz}{r^3}=0,$$

& qu'elles doivent par conſéquent renfermer ſix conſtantes arbitraires;

2°. que ces conſtantes ſeront préciſément les ſix élémens de l'orbite elliptique dont nous avons parlé plus haut;

3°. que ſi on différentie les trois intégrales dont il s'agit, on aura ſix équations à l'aide desquelles on pourra déterminer les ſix conſtantes arbitraires en x, y, z, t, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$; de ſorte qu'on aura ainſi ſix équations différentielles du premier ordre, dont chacune renfermera une conſtante arbitraire, & ſera par conſéquent une intégrale premiere des trois équations différentio-différentielles propoſées.

4. Soit donc $V=k$ une de ces équations du premier ordre, V étant une fonction donnée de x, y, z, t, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, & k une conſtante arbitraire; on aura par la différentiation $dV=0$, équation différentielle du ſecond ordre qui ne contenant plus de conſtantes arbitraires, devra être identique avec les équations différentio-différentielles propoſées; d'où il s'enſuit que ſi dans l'expreſſion de dV on ſubſtitue à la place des différentielles ſecondes $d.\frac{dx}{dt}$, $d.\frac{dy}{dt}$, $d.\frac{dz}{dt}$, leurs valeurs tirées des équations dont il s'agit, & qui ſont $-\frac{Fx}{r^3}dt$, $-\frac{Fy}{r^3}dt$, $-\frac{Fz}{r^3}dt$, cette expreſſion devra devenir identiquement nulle, en ſorte qu'il faudra que tous

ſes termes ſe détruiſent entr'eux & indépendamment de toute relation entre les quantités x, y, z, t, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ qui compoſeront cette expreſſion de dV. Et la même choſe aura lieu également à l'égard de chacune des ſix équations du premier ordre qu'on aura trouvées.

5. Cela poſé ſi on veut maintenant avoir égard aux forces perturbatrices X, Y, Z, il n'y aura qu'à conſidérer que l'effet de ces forces conſiſte en ce que les valeurs des différentielles ſecondes $d.\frac{dx}{dt}$, $d.\frac{dy}{dt}$, $d.\frac{dz}{dt}$ ſont $-\frac{Fx}{r^3}dt - Xdt$, $-\frac{Fy}{r^3}dt - Ydt$, $-\frac{Fz}{r^3}dt - Zdt$; ſi donc on ſubſtitue ces valeurs dans l'expreſſion de dV du N°. précédent, il arrivera néceſſairement que tous les termes de cette expreſſion ſe détruiront, à l'exception de ceux qui viennent de la ſubſtitution des quantités $-Xdt$, $-Ydt$, $-Zdt$ à la place de $d.\frac{dx}{dt}$, $d.\frac{dy}{dt}$, $d.\frac{dz}{dt}$; on aura donc dans ce cas

$$dV = \frac{dV}{d.\frac{dx}{dt}} \times -Xdt + \frac{dV}{d.\frac{dy}{dt}} \times -Ydt + \frac{dV}{d.\frac{dz}{dt}} \times -Zdt.$$

Or dans le cas où les forces perturbatrices étoient nulles on a eu $V = k$, k étant un des élémens de l'orbire elliptique; donc ſi on veut que l'effet des forces perturbatrices conſiſte à faire varier ces élémens, il n'y aura qu'à regarder la quantité k comme variable; ce qui donnera $dV = dk$; donc on aura

$$dk = -\left(\frac{dV}{d.\frac{dx}{dt}}X + \frac{dV}{d.\frac{dy}{dt}}Y + \frac{dV}{d.\frac{dz}{dt}}Z\right)dt$$

d'où l'on connoîtra les variations de k en vertu des forces X, Y, Z.

Et l'on aura des formules ſemblables pour les variations de chacun des ſix élémens de l'orbite du corps ſuppoſé elliptique.

6. On voit par là que les ſix équations différentielles du premier ordre telles que $V = k$ ſeront de la même forme, ſoit que les forces perturba-

trices X, Y, Z ſoient nulles ou non, la ſeule différence étant dans la valeur des quantités k qui ſont conſtantes dans le premier cas & variables dans le ſecond; donc ſi on élimine les trois différences premieres $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, on aura trois équations finies, qui ſeront encore de la même forme dans les deux cas; d'où l'on doit conclure que les valeurs finies de x, y, z, ainſi que celles de leurs différences premieres $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ ſeront toujours exprimées de la même maniere par le tems t & par les ſix élémens de l'orbite, ſoit que ces élémens ſoient conſtans ou variables; par conſéquent on pourra toujours regarder ces élémens comme conſtans pendant un tems infiniment petit.

7. Appliquons maintenant cette théorie à la recherche des variations du grand axe de l'orbite elliptique. Pour cela il ſuffit de ſe rappeller que ſi on nomme p le demi-parametre de l'ellipſe, e ſon excentricité, r le rayon vecteur partant d'un des foyers, Φ l'angle que le rayon r fait avec une ligne fixe, & α l'angle que le grand axe de l'ellipſe fait avec la même ligne, en ſorte que $\Phi - \alpha$ ſoit l'angle du rayon vecteur avec le grand axe de l'ellipſe, on aura par la nature de l'ellipſe l'équation $r = \frac{p}{1 + e \operatorname{coſ}(\Phi - \alpha)}$; de plus on aura par les propriétés du mouvement dans l'ellipſe $r^2 d\Phi = dt \sqrt{Fp}$; or nommant a le demi-axe on a, comme l'on ſait, $p = a(1 - e^2)$; ainſi on aura trois conſtantes a, e & α, qu'on pourra déterminer à l'aide des trois équations

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e \operatorname{coſ}(\Phi - \alpha)}{a(1 - e^2)},$$

$$\frac{d.\frac{1}{r}}{d\Phi} = -\frac{e \operatorname{ſin}(\Phi - \alpha)}{a(1 - e^2)},$$

$$\frac{r^4 d\Phi^2}{dt^2} = Fa(1 - e^2).$$

La premiere donne

$$\left(\frac{a(1 - e^2)}{r} - 1\right)^2 = e^2 \operatorname{coſ}(\Phi - \alpha)^2$$

la feconde donne

$$\left(\frac{d.\frac{1}{r}}{d\phi}a(1-e^2)\right)^2 = e^2\sin(\phi-\alpha)^2$$

donc ajoûtant ces deux équations enfemble on aura

$$\left(\frac{a(1-e^2)}{r}-1\right)^2+\left(\frac{d.\frac{1}{r}}{d\phi}\right)^2 a^2(1-e^2)^2 = e^2$$

ou bien en développant les termes

$$a^2(1-e^2)^2\left(\frac{1}{r^2}+\left(\frac{d.\frac{1}{r}}{d\phi}\right)^2\right)-\frac{2a(1-e^2)}{r}+1-e^2 = 0,$$

c'eft à dire en divifant par $1-e^2$

$$a^2(1-e^2)\left(\frac{1}{r^2}+\frac{dr^2}{r^4d\phi^2}\right)-\frac{2a}{r}+1 = 0;$$

mais par la troifieme équation on a $1-e^2 = \frac{r^4d\phi^2}{Fa\,dt^2}$; donc fubftituant cette valeur il viendra

$$a\left(\frac{r^2d\phi^2+dr^2}{Fdt^2}-\frac{2}{r}\right)+1 = 0;$$

d'où l'on tire cette équation pour la détermination de a,

$$\frac{1}{r}-\frac{r^2d\phi^2+dr^2}{2Fdt^2} = \frac{1}{2a}.$$

Il ne s'agit plus maintenant que de fubftituer à la place de r & de ϕ leurs valeurs en x, y, z; pour cela j'obferve que $r^2d\phi^2+dr^2$ n'eft autre chofe que le carré du petit efpace que le corps parcourt à chaque inftant, lequel carré exprimé par les coordonnées rectangles x, y, z eft, comme l'on fait, $dx^2+dy^2+dz^2$; d'ailleurs on a $r = \sqrt{(x^2+y^2+z^2)}$, donc on aura l'équation

$$\frac{1}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}}-\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{2Fdt^2} = \frac{1}{2a},$$

laquelle étant comparée à l'équation $V = k$, du N°. 4. donnera

$$V = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{2F dt^2}$$

& $k = \frac{1}{2a}$.

Faisant donc varier simplement les quantités $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ dans l'expression de V, on aura $\frac{dV}{d.\frac{dx}{dt}} = -\frac{dx}{Fdt}$, $\frac{dV}{d.\frac{dy}{dt}} = -\frac{dy}{Fdt}$, $\frac{dV}{d.\frac{dz}{dt}} = -\frac{dz}{Fdt}$; donc substituant ces valeurs dans la formule du N°. 5, on aura

$$d.\frac{1}{2a} = \frac{X dx + Y dy + Z dz}{F}.$$

8. Voilà donc, comme l'on voit, une formule fort simple pour déterminer les altérations du grand axe $2a$ de l'orbite elliptique d'un corps animé par une force centrale $\frac{F}{r^2}$ & dérangé par des forces perturbatrices quelconques X, Y, Z.

Pour appliquer cette formule à la solution de la question qui fait l'objet de ce Mémoire, il est clair qu'il faut commencer par déterminer les forces qui agissent sur chaque planete tant en vertu de l'attraction du Soleil que de celle des autres planetes.

Pour cela soit S la masse du Soleil, T celle de la planete dont on cherche le mouvement, T', T'' &c. les masses des planetes perturbatrices; on sait que la planete T sera attirée vers le Soleil par une force égale à $\frac{S + T}{r^2}$, r étant sa distance au Soleil, & qu'en vertu de cette force elle décrira autour du Soleil la même orbite que si le Soleil étoit immobile. On peut donc regarder le Soleil comme fixe par rapport à la planete T, mais il faut alors tenir compte de l'action des planetes T', T'' &c. sur le Soleil en transportant l'effet de cette action à la planete T en sens contraire. Ainsi nommant x, y, z les trois coordonnées rectangles de l'orbite de la planete

planete T autour du Soleil, on aura d'abord $F = S + T$, (N°. 2) ensuite, si on marque par un trait les quantités qui se rapportent à la planete T', par deux traits celles qui se rapportent à la planete T'' &c; qu'enfin on dénote par δ' la distance rectiligne entre les corps T & T', par δ'' la distance rectiligne entre les corps T' & T'', & ainsi du reste; on trouvera 1°. que la force $\frac{T'}{\delta'^2}$ avec laquelle le corps T' attire le corps T suivant la direction de la ligne δ', produira ces trois forces suivant les directions des coordonnées x, y, z, savoir $\frac{T'(x - x')}{\delta'^3}$, $\frac{T'(y - y')}{\delta'^3}$, $\frac{T'(z - z')}{\delta'^3}$; 2°. que la force $\frac{T'}{r'^2}$ avec laquelle la planete T' attire le Soleil S, étant transportée en sens contraire à la planete T, produira encore ces trois autres forces suivant les mêmes directions, savoir $\frac{T'x'}{r'^3}$, $\frac{T'y'}{r'^3}$, $\frac{T'z'}{r'^3}$.

On trouvera de pareilles formules pour les forces résultantes de l'attraction des autres planetes T'', T''' &c; & rassemblant respectivement toutes ces différentes forces, on aura les valeurs des forces perturbatrices X, Y, Z de la planete T, lesquelles seront donc exprimées ainsi

$$X = T'\left(\frac{x - x'}{\delta'^3} + \frac{x'}{r'^3}\right) + T''\left(\frac{x - x''}{\delta''^3} + \frac{x''}{r''^3}\right) + T'''\left(\frac{x - x'''}{\delta'''^3} + \frac{x'''}{r'''^3}\right) + \&c.$$

$$Y = T'\left(\frac{y - y'}{\delta'^3} + \frac{y'}{r'^3}\right) + T''\left(\frac{y - y''}{\delta''^3} + \frac{y''}{r''^3}\right) + T'''\left(\frac{y - y'''}{\delta'''^3} + \frac{y'''}{r'''^3}\right) + \&c.$$

$$Z = T'\left(\frac{z - z'}{\delta'^3} + \frac{z'}{r'^3}\right) + T''\left(\frac{z - z''}{\delta''^3} + \frac{z''}{r''^3}\right) + T'''\left(\frac{z - z'''}{\delta'''^3} + \frac{z''}{r'''^3}\right) + \&c.$$

A l'égard des quantités r', r'' &c. & δ', δ'' &c. il eſt clair qu'on aura

$$r' = \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}, \quad r'' = \sqrt{(x''^2 + y''^2 + z''^2)} \text{ \&c.}$$

$$\delta' = \sqrt{((x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2)}$$

$$\delta'' = \sqrt{((x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z'')^2)}$$

&c.

9. Si on ſubſtitue maintenant ces valeurs de X, Y, Z dans la formule $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$, il en réſultera une différentielle intégrable par rapport aux variables x, y, z, & dont l'intégrale ſera

$$T'\left(\frac{xx' + yy' + zz'}{r'^3} - \frac{1}{\delta'}\right) + T''\left(\frac{xx'' + yy'' + zz''}{r''^3} - \frac{1}{\delta''}\right)$$
$$+ T'''\left(\frac{xx''' + yy''' + zz'''}{r'''^3} - \frac{1}{\delta'''}\right) + \text{\&c.}$$

Nommant donc cette quantité Ω, & ſuppoſant que la caractériſtique ∂ indique une différentiation relative uniquement aux quantités x, y, z, c'eſt à dire aux quantités qui ſe rapportent à la planete T, on aura $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = \partial.\Omega$; par conſéquent les altérations du grand axe $2a$ de l'orbite elliptique de la planete T, produites par l'action d'autant d'autres planetes T', T'', T''' &c. qu'on voudra, ſeront déterminées par cette formule fort ſimple (N°. 7)

$$d.\frac{1}{2a} = \frac{\partial\Omega}{S + T}.$$

10. Soient maintenant θ, θ', θ'' &c. les moyens mouvemens des planetes T, T', T'' &c. autour du Soleil durant le tems t, on pourra par les formules connues, (à cauſe que les excentricités des planetes ſont fort petites), exprimer les valeurs de r, x, y, z par des ſéries de ſinus & coſinus de θ & de ſes multiples, & pareillement celles de r', x', y', z' par de ſemblables ſéries de ſinus & coſinus de θ' & de ſes multiples; & ainſi du reſte. Subſtituant donc ces valeurs dans la quantité $\frac{\Omega}{S+T}$ & dévelop-

pant les radicaux δ', δ'' &c. en séries de sinus & cosinus, il est clair qu'elle se réduira à une série de termes de cette forme

$$M \text{ sin. ou cos. } (m\theta + n\theta' + p\theta'' + \&c.)$$

M étant une quantité dépendante des élémens des orbites des planetes T, T', T'' &c. & m, n, p &c. étant des nombres entiers positifs, ou négatifs, ou zéro.

Or comme toutes les quantités qui se rapportent à la planete T sont exprimées par le seul angle θ, tandis que celles qui se rapportent aux autres planetes T', T'' &c. le sont par les autres angles θ', θ'' &c; il s'ensuit que pour avoir la différentielle de $\frac{\Omega}{S+T}$ relative aux quantités qui appartiennent à la planete T, il faudra faire varier simplement l'angle θ, en regardant les autres angles θ', θ'' &c. comme constans. Donc chaque terme de la valeur de $\frac{\Omega}{S+T}$ donnera dans celle de $\frac{\partial.\Omega}{S+T}$, & par conséquent dans la valeur de d. $\frac{1}{2a}$ un terme correspondant de la forme

$$\pm\, mM \text{ cos. ou sin. } (m\theta + n\theta' + p\theta'') + \&c.)\, d\theta.$$

11. Comme les variations des élémens des orbites des planetes ne dépendent que des forces perturbatrices, & sont par conséquent très petites de l'ordre de ces mêmes forces; il est clair que si on veut négliger les quantités de l'ordre des carrés & des produits de ces forces, ainsi qu'on l'a toujours pratiqué dans les recherches des dérangemens des planetes, on pourra regarder comme constans les élémens qui entrent dans les différens termes de la valeur de d. $\frac{1}{2a}$; ainsi la quantité M sera une constante; de plus on aura par les théoremes connus (N°. 1) $\theta : \theta' : \theta''$ &c. $= \sqrt{\frac{S+T}{a^3}} : \sqrt{\frac{S+T'}{a'^3}} : \sqrt{\frac{S+T''}{a''^3}}$ &c. $= \frac{1}{\sqrt{a^3}} : \frac{1}{\sqrt{a'^3}} : \frac{1}{\sqrt{a''^3}}$ &c. en négligeant T, T', T'' &c. vis à vis de S. Donc $\theta' = \theta\sqrt{\frac{a^3}{a'^3}}$, $\theta'' = \theta\sqrt{\frac{a^3}{a''^3}}$ &c. où l'on pourra regarder les quantités a, a', a'' &c. comme constantes.

Chaque terme de la valeur de d. $\frac{1}{2a}$ ſera donc de la forme

$$\pm mM \text{ coſ. ou ſin}(m + n\sqrt{\frac{a^3}{a'^3}} + p\sqrt{\frac{a^3}{a''^3}} + \&c.)\,\theta\, d\theta,$$

lequel étant intégré donnera dans la valeur de $\frac{1}{2a}$ le terme

$$\frac{mM \text{ ſin. ou coſ.}(m + n\sqrt{\frac{a^3}{a'^3}} + p\sqrt{\frac{a^3}{a''^3}} + \&c.)\,\theta}{m + n\sqrt{\frac{a^3}{a'^3}} + p\sqrt{\frac{a^3}{a''^3}} + \&c.};$$

ainſi on connoîtra toutes les inégalités qui peuvent faire varier le grand axe $2a$ de l'orbite de la planete regardée comme elliptique.

12. On voit par là que ces inégalités ſeront toujours proportionelles à des ſinus ou coſinus d'angles, & par conſéquent ſeront néceſſairement périodiques.

Il n'y auroit que le ſeul cas où l'on auroit

$$m + n\sqrt{\frac{a^3}{a'^3}} + p\sqrt{\frac{a^3}{a''^3}} + \&c. = 0,$$

dans lequel la valeur de $\frac{1}{2a}$ pût contenir des arcs de cercles; car alors le terme

$$\frac{mM \text{ ſin}(m + n\sqrt{\frac{a^3}{a'^3}} + p\sqrt{\frac{a^3}{a''^3}} + \&c.)\,\theta}{m + n\sqrt{\frac{a^3}{a'^3}} + p\sqrt{\frac{a^3}{a''^3}} + \&c.}$$

devient $mM\theta$; ce qui donne une équation qui augmente continuellement avec le mouvement moyen. Mais il eſt facile de ſe convaincre que ce cas ne peut pas avoir lieu dans notre ſyſtême, où les valeurs de $\sqrt{a^3}$, $\sqrt{a'^3}$, $\sqrt{a''^3}$ &c. ſont incommenſurables entr'elles.

13. En général ſi l'on a $\theta' = \mu'\theta$, $\theta'' = \mu''\theta$ &c. μ', μ'' &c. étant des quantités conſtantes, ou du moins regardées comme telles en faiſant abſtraction des forces perturbatrices; il s'enſuit du calcul précédent que toutes les variations du grand axe ſeront néceſſairement périodiques, à moins que l'on n'ait

$$m + n\mu' + p\mu'' + \&c. = 0.$$

Donc lorſque les nombres μ', μ'' &c. ſont incommenſurables, il eſt impoſſible que cette équation ait lieu, puiſque les nombres m, n, p &c. doivent être entiers; par conſéquent il l'eſt auſſi que le grand axe ſoit ſujet à une augmentation ou diminution conſtante.

Et il eſt facile de ſe convaincre que cette concluſion a lieu en général, quel que ſoit le nombre des corps T', T'', T''' &c. qui agiſſent ſur la planete T, & quelle que ſoit la forme de leurs orbites, pourvu que ces orbites ſoient renfermées dans un eſpace fini, en ſorte que leurs coordonnées rectangles ſoient uniquement des fonctions de ſinus & coſinus d'angles.

14. Enfin on peut auſſi démontrer par là que la figure non ſphérique de la Terre ne ſauroit altérer le mouvement moyen de la Lune; car en imaginant, ainſi que Newton l'a fait dans ſa Théorie de la préceſſion des équinoxes, que les particules de la Terre qui forment l'excès du ſphéroïde ſur le globe ſoient une infinité de petites lunes adhérentes entr'elles, & qui tournent en un jour autour du centre de la Terre, il eſt aiſé de voir que l'action de toutes ces particules ſur la Lune ne pourra produire dans le grand axe de ſon orbite elliptique que des variations périodiques, à cauſe que la durée des révolutions de la Lune eſt comme incommenſurable avec celle de la rotation diurne de la Terre.

SOLUTIONS
de quelques Problemes d'Astronomie sphérique par le moyen des séries (*)

PAR M. DE LA GRANGE.

1.

Dans un Mémoire que j'ai lu il y a quelque tems à cette Assemblée j'ai donné une formule nouvelle & fort simple pour exprimer la réduction à l'écliptique ou en général la différence entre l'hypothénuse & la base d'un triangle sphérique rectangle dont on connoît l'angle adjacent. M. Lambert me dit alors qu'il avoit aussi trouvé de son côté une pareille formule & eut la bonté de me communiquer sa méthode, que je trouvai fort différente de la mienne. J'ignore si M. Lambert a poussé plus loin son travail sur ce sujet, mais comme il n'en a jusqu'à présent rien publié (**), j'ai cru que les Géometres ne me sauroient pas mauvais gré de leur faire part des recherches ultérieures que j'ai eu occasion de faire depuis peu sur la même matiere; c'est l'objet du Mémoire suivant. J'exposerai d'abord ma premiere méthode, ensuite j'en donnerai une autre beaucoup plus simple pour arriver à la formule dont il s'agit, & je tâcherai de l'étendre encore à des cas plus compliqués; j'en ferai de plus voir l'usage pour résoudre plusieurs cas des triangles sphériques rectangles, ou obliquangles, ainsi que différens problemes d'astronomie sphérique qui en dépendent; enfin je montrerai comment on peut appliquer les mêmes principes à trouver généralement la valeur en série d'un angle dont la tangente est donnée par une fonction rationelle de sinus & de cosinus d'un autre angle.

(*) Ce Mémoire a été lu en 1774, mais il n'a pu être imprimé plutôt faute de place dans les deux Volumes précédens.

(**) Cela étoit vrai lors de la lecture de ce Mémoire; depuis M. Lambert a donné sa méthode dans le Volume des Éphémerides pour 1780.

2. Si x eſt la baſe d'un triangle ſphérique rectangle, y l'hypothénuſe, & ω l'angle compris entre les arcs x & y, on a par la Trigonométrie $\tang x = \cos\omega \times \tang y$; & la formule que j'ai trouvée dans le Mémoire cité eſt celle-ci

$$x = y - \left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^2 \sin 2y + \frac{1}{2}\left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^4 \sin 4y - \frac{1}{3}\left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^6 \sin 6y + \&c.$$

De ſorte que la différence entre les arcs x, y ſe trouve exprimée par une ſuite de ſinus d'angles multiples de $2y$ & ayant pour coëfficiens les puiſſances du carré de la tangente de la moitié de l'angle ω, diviſées encore par les nombres naturels 1, 2, 3 &c., ce qui rend cette ſérie fort convergente lorſque l'angle ω eſt moindre que 90°.

3. Voici la maniere dont je ſuis arrivé d'abord à cette formule.

Regardant x & y comme variables, & ω comme conſtante, on trouve $dx = \frac{d.\tang.x}{1+(\tang.x)^2} = \frac{\cos\omega\, d.\tang.y}{1+\cos\omega^2\tang.y^2} = \frac{\cos\omega\, dy}{\cos y^2 + \cos\omega^2 \sin y^2} = \frac{2\cos\omega\, dy}{1+\cos\omega^2 + \sin\omega^2\cos 2y} = \frac{\cos\omega}{1+\cos\omega^2} \times \frac{2\,dy}{1+\frac{\sin\omega^2}{1+\cos\omega^2}\cos 2y}$; or il eſt démontré que toute fraction de la forme $\frac{1}{1+m\cos\varphi}$ ſe réduit en une ſérie telle que

$$\frac{1}{\sqrt{(1-m^2)}}(1 - 2n\cos\varphi + 2n^2\cos 2\varphi - 2n^3\cos 3\varphi + \&c.)$$

n étant $= \frac{1-\sqrt{(1-m^2)}}{m}$.

Subſtituant pour m, $\frac{\sin\omega^2}{1+\cos\omega^2} = \frac{1-\cos\omega^2}{1+\cos\omega^2}$, on trouve $\sqrt{(1-m^2)} = \frac{2\cos\omega}{1+\cos\omega^2}$, donc $n = \frac{(1-\cos\omega)^2}{\sin\omega^2} = \frac{1-\cos\omega}{1+\cos\omega} = \frac{\left(\sin\frac{\omega}{2}\right)^2}{\left(\cos\frac{\omega}{2}\right)^2}$

$= \left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^2$, & la fraction $\frac{\cos\omega}{1+\cos\omega^2} \times \frac{1}{1+\frac{\sin\omega^2}{1+\cos\omega^2}\cos 2y}$ se réduit par conséquent en cette série $\frac{1}{2} - \left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^2\cos 2y + \left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^4\cos 4y - \left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^6\cos 6y + \&c.$ laquelle étant multipliée par $2\,dy$ & ensuite intégrée donnera la valeur de x, savoir

$$x = y - \left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^2\sin 2y + \frac{1}{2}\left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^4\sin 4y - \&c.$$

comme ci-dessus.

4. Voyons maintenant comment on peut trouver la même chose plus simplement & plus directement.

L'équation proposée $\tang x = \cos\omega \tang y$, donne en employant les expressions exponentielles imaginaires des tangentes, celle-ci: $\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}} = \cos\omega\,\frac{e^{y\sqrt{-1}} - e^{-y\sqrt{-1}}}{e^{y\sqrt{-1}} + e^{-y\sqrt{-1}}}$, ou bien $\frac{e^{2x\sqrt{-1}} - 1}{e^{2x\sqrt{-1}} + 1} = \cos\omega\,\frac{e^{2y\sqrt{-1}} - 1}{e^{2y\sqrt{-1}} + 1}$, d'où l'on tire sur le champ $e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{e^{2y\sqrt{-1}} + 1 + \cos\omega\,(e^{2y\sqrt{-1}} - 1)}{e^{2y\sqrt{-1}} + 1 - \cos\omega\,(e^{2y\sqrt{-1}} - 1)} = \frac{(1+\cos\omega)\,e^{2y\sqrt{-1}} + 1 - \cos\omega}{(1-\cos\omega)\,e^{2y\sqrt{-1}} + 1 + \cos\omega}$; mais $\frac{1-\cos\omega}{1+\cos\omega} = \left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^2$; donc dénotant pour plus de simplicité $\left(\tang\frac{\omega}{2}\right)^2$ par θ, on aura $e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{e^{2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{2y\sqrt{-1}} + 1}$; équation qu'on peut aussi mettre sous cette forme $e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2y\sqrt{-1}} \times \frac{1 + \theta e^{-2y\sqrt{-1}}}{1 + \theta e^{2y\sqrt{-1}}}$; d'où en prenant les logarithmes, & divisant ensuite par $2\sqrt{-1}$ on a

$$x = y + \frac{l(1+\theta e^{-2y\sqrt{-1}}) - l(1+\theta e^{2y\sqrt{-1}})}{2\sqrt{-1}};$$

Or on sait que $l(1+u) = -u + \frac{u^2}{2} - \frac{u^3}{3} + \&c.$ donc réduisant en série les deux logarithmes de l'équation précédente & substituant ensuite

à

à la place des expreſſions exponentielles imaginaires les ſinus qui y répondent, on aura

$$x = y - \theta \sin 2y + \frac{\theta^2}{2} \sin 4y - \frac{\theta^3}{3} \sin 6y + \&c.$$

5. Pour généraliſer, s'il eſt poſſible, la formule précédente, conſidérons l'équation tang. $x = m$ tang. y; on parviendra par la méthode de l'Art. préc. à l'équation

$$e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{(1+m)e^{2y\sqrt{-1}} + 1 - m}{(1-m)e^{2y\sqrt{-1}} + 1 + m}$$

& faiſant enſuite pour plus de ſimplicité $\theta = \frac{1-m}{1+m}$, on aura $e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{e^{2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{2y\sqrt{-1}} + 1}$; d'où l'on tirera pour x la même expreſſion que ci-deſſus.

6. Suppoſons maintenant $m = \frac{\cos\omega}{\cos\phi}$ en ſorte que l'équation à réſoudre ſoit $\tang x = \frac{\cos\omega \tang y}{\cos\phi}$, ou bien

$$\cos\phi \times \tang x = \cos\omega \times \tang y,$$

on aura dans ce cas $\theta = \frac{\cos\phi - \cos\omega}{\cos\phi + \cos\omega} = \frac{\sin\frac{\omega+\phi}{2} \times \sin\frac{\omega-\phi}{2}}{\cos\frac{\omega+\phi}{2} \times \cos\frac{\omega+\phi}{2}}$, c'eſt à dire

$$\theta = \tang\frac{\omega+\phi}{2} \times \tang\frac{\omega-\phi}{2},$$

& l'expreſſion de x en y ſera, comme ci-deſſus,

$$x = y - \theta \sin 2y + \frac{\theta^2}{2} \sin 4y - \frac{\theta^3}{3} \sin 6y + \&c.$$

7. Si on vouloit avoir l'expreſſion de y en x, il eſt clair qu'il n'y auroit qu'à changer x en y, ϕ en ω & réciproquement; or par ces changemens il eſt viſible que la valeur de θ ne ſera que changer de ſigne; ainſi conſervant la même valeur de θ que ci-devant on aura

$$y = x + \theta \sin 2x + \frac{\theta^2}{2} \sin 4x + \frac{\theta^3}{3} \sin 6x + \&c.$$

Donc en combinant les deux formules, on aura

$$y - x = \theta \sin 2y - \frac{\theta^2}{2} \sin 4y + \frac{\theta^3}{3} \sin 6y - \&c.$$
$$= \theta \sin 2x + \frac{\theta^2}{2} \sin 4x + \frac{\theta^3}{3} \sin 6x + \&c.$$

8. Si l'on fait $\phi = 90° - \omega$, de maniere que l'équation soit $\sin \omega \tang x = \cos \omega \tang y$, ou bien

$$\tang x = \frac{\tang y}{\tang \omega},$$

on aura $\theta = \tang 45° \times \tang(\omega - 45°)$, c'eſt à dire $\theta = \tang(\omega - 45°)$; & ſi on met $90° - \omega$ à la place de ω pour avoir l'équation

$$\tang x = \tang \omega \times \tang y$$

on aura $\theta = \tang(45° - \omega)$.

9. Si on change les angles ϕ & ω en leurs complémens $90° - \phi$, $90° - \omega$, de ſorte que l'on ait l'équation

$$\sin \phi \tang x = \sin \omega \tang y$$

on aura alors $\theta = \tang\left(90° - \frac{\omega + \phi}{2}\right) \times \tang \frac{\phi - \omega}{2}$, ſavoir

$$\theta = \frac{\tang \frac{\phi - \omega}{2}}{\tang \frac{\phi + \omega}{2}}.$$

10. Si l'on avoit dans les formules de l'Art. 5, $m = \frac{\tang \omega}{\tang \phi}$, en ſorte que l'équation fût de la forme

$$\tang \phi \times \tang x = \tang \omega \times \tang y$$

on auroit $\theta = \frac{\tang \phi - \tang \omega}{\tang \phi + \tang \omega}$, ce qui ſe réduit à $\theta = \frac{\sin(\phi - \omega)}{\sin(\phi + \omega)}$.

Et ſi l'on avoit l'équation

$$\tang x = \tang \phi \times \tang \omega \times \tang y$$

il n'y auroit qu'à mettre dans $90° - \phi$ à la place de ϕ, dans l'expression précédente de θ, ce qui la réduiroit à $\theta = \frac{\cos(\phi + \omega)}{\cos(\phi - \omega)}$.

Si l'on avoit enfin l'équation

$$\tang x = (\tang \omega)^2 \tang y$$

il n'y auroit qu'à faire $\phi = \omega$, ce qui donneroit $\theta = \cos 2\omega$.

11. On aura donc dans tous ces cas la valeur de x en y, ou de y en x par les formules des Art. 6 & 7, & il est visible que pourvu que θ ne soit pas plus grande que l'unité, la série, tant pour x que pour y, sera nécessairement toujours convergente, parce que les sinus ne peuvent jamais surpasser l'unité.

12. Nous n'avons cherché jusqu'ici que la valeur de l'arc x, mais on peut avoir aussi avec la même facilité celles des sinus & cosinus des multiples ou soumultiples quelconques du même arc.

Je reprends pour cela l'équation de l'Art. 5. $e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{e^{2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{2y\sqrt{-1}} + 1}$, & l'élevant à la puissance μ j'ai

$$e^{2\mu x\sqrt{-1}} = \left(\frac{e^{2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{2y\sqrt{-1}} + 1}\right)^{\mu};$$

& comme le radical $\sqrt{-1}$ peut avoir indifféremment le signe $+$ & $-$, on aura de même

$$e^{-2\mu x\sqrt{-1}} = \left(\frac{e^{-2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{-2y\sqrt{-1}} + 1}\right)^{\mu}$$

d'où je tire ces deux formules

$$\sin 2\mu x = \frac{\left(\frac{e^{2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{2y\sqrt{-1}} + 1}\right)^{\mu} - \left(\frac{e^{-2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{-2y\sqrt{-1}} + 1}\right)^{\mu}}{2\sqrt{-1}},$$

$$\cos 2\mu x = \frac{\left(\frac{e^{2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{2y\sqrt{-1}} + 1}\right)^{\mu} + \left(\frac{e^{-2y\sqrt{-1}} + \theta}{\theta e^{-2y\sqrt{-1}} + 1}\right)^{\mu}}{2};$$

où il ne s'agit plus que de développer les termes, & d'y changer ensuite les exponentielles imaginaires en sinus ou cosinus d'angles.

13. Pour y parvenir avec toute la généralité possible, considérons la quantité $\left(\frac{u+\theta}{\theta u+1}\right)^{\mu}$ & voyons comment elle peut se développer en une série de la forme

$$A + Bu + Cu^2 + Du^3 + Eu^4 + Fu^5 + \&c.$$

Je mets la fraction $\frac{\theta+u}{1+\theta u}$ sous cette forme $\theta + \frac{(1-\theta^2)u}{1+\theta u}$; ensuite je développe la puissance μ de ce binome j'aurai

$$\theta^{\mu} + \mu\theta^{\mu-1}\cdot\frac{(1-\theta^2)u}{1+\theta u} + \frac{\mu(\mu-1)}{2}\theta^{\mu-2}\cdot\frac{(1-\theta^2)^2u^2}{(1+\theta u)^2}$$
$$+ \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{2.\ 3}\theta^{\mu-3}\cdot\frac{(1-\theta^2)^3u^3}{(1+\theta u)^3} + \&c.$$

Je développe maintenant les puissances du binome $1+\theta u$ qui sont au dénominateur & ordonnant les termes par rapport à u je trouve

$$A = \theta^{\mu}$$

$$B = \mu\theta^{\mu-1}(1-\theta^2)$$

$$C = -\mu\theta^{\mu}(1-\theta^2) + \frac{\mu(\mu-1)}{2}\theta^{\mu-2}(1-\theta^2)^2$$

$$D = \mu\theta^{\mu+1}(1-\theta^2) - 2\frac{\mu(\mu-1)}{2}\theta^{\mu-1}(1-\theta^2)^2$$
$$+ \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{2.\ 3}\theta^{\mu-3}(1-\theta^2)^3$$

$$E = -\mu\theta^{\mu+2}(1-\theta^2) + 3\frac{\mu(\mu-1)}{2}\theta^{\mu}(1-\theta^2)^2$$
$$- 3\frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{2.\ 3}\theta^{\mu-2}(1-\theta^2)^3$$
$$+ \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)}{2.\ 3.\ 4}\theta^{\mu-4}(1-\theta^2)^4$$

$$E = \mu\theta^{\mu+3}(1-\theta^2) - 4\frac{\mu(\mu-1)}{2}\theta^{\mu+1}(1-\theta^2)^2$$
$$+ 6\frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{2.3}\theta^{\mu-1}(1-\theta^2)^3$$
$$- 4\frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)}{2.3.4}\theta^{\mu-3}(1-\theta^2)^4$$
$$+ \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)(\mu-4)}{2.3.4.5}\theta^{\mu-5}(1-\theta^2)^5$$

& ainſi de ſuite.

De ſorte que ſi on nomme en général M le coëfficient du terme Mu^m, on aura

$$\pm M = \mu\theta^{\mu+m-2}(1-\theta^2) - (m-1)\frac{\mu(\mu-1)}{2}\theta^{\mu+m-4}(1-\theta^2)^2$$
$$+ \frac{(m-1)(m-2)}{2} \times \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{2.3}\theta^{\mu+m-6}(1-\theta^2)^3 - \&c.$$

le ſigne ſupérieur étant pour le cas où m eſt impair & l'inférieur pour celui où m eſt pair.

14. Ayant ainſi trouvé les coëfficiens A, B, C &c. il n'y aura plus qu'à mettre ſucceſſivement $e^{2y\sqrt{-1}}$ & $e^{-2y\sqrt{-1}}$ à la place de u pour avoir les valeurs des puiſſances dont la différence ou la ſomme forment les valeurs de $\sin 2\mu x$, & de $\cos 2\mu x$; & l'on aura après les réductions,

$$\sin 2\mu x = B\sin\mu y + C\sin 2\mu y + D\sin 3\mu y + \&c.$$
$$\cos 2\mu x = A + B\cos\mu y + C\cos 2\mu y + D\cos 3\mu y + \&c.$$

15. Donc ſi $\mu = 1$, on aura

$$\sin 2x = (1-\theta^2)(\sin y - \theta\sin 2y + \theta^2\sin 3y - \theta^3\sin 4y + \&c.)$$
$$\cos 2x = \theta + (1-\theta^2)(\cos y - \theta\cos 2y + \theta^2\cos 3y - \theta^3\cos 4y + \&c.)$$

Si $\mu = 2$, on aura

$$\sin 4x = (1-\theta^2)(2\theta\sin 2y + (1-3\theta^2)\sin 4y$$
$$- \theta(2-4\theta^2)\sin 6y + \theta^2(3-5\theta^2)\sin 8y$$
$$- \theta^3(4-6\theta^2)\sin 10y + \&c.)$$

$$\cos 4x = \theta^2 + (1 - \theta^2)(2\theta \cos 2y + (1 - 3\theta^2)\cos 4y - \theta(2 - 4\theta^2)\cos 6y + \theta^2(3 - 5\theta^2)\cos 8y - \theta^3(4 - 6\theta^2)\cos 10y + \&c.)$$

Et ainsi du reste.

16. Appliquons maintenant les formules que nous venons de trouver à la Trigonométrie sphérique; & considérons d'abord les cas des triangles sphériques rectangles qui peuvent s'y rapporter.

Soit donc un triangle sphérique rectangle dont l'hypothénuse soit a, les deux côtés b, c, & les angles opposés à ces côtés β, γ; si on examine toutes les analogies connues pour ces sortes de triangles, on ne trouvera que les trois suivantes qui renferment des tangentes

1°. $\tang b = \cos \gamma . \tang a$

2°. $\tang c = \sin b . \tang \gamma$

3°. $\tang \beta = \frac{\cot \gamma}{\cos a} = \frac{\tang (90° - \gamma)}{\cos a}$.

17. Comparant donc ces équations avec celles des Art. 6 & 9, on aura d'abord $x = b$, $y = a$, $\omega = \gamma$, $\phi = 0$, donc $\theta = \left(\tang \frac{\omega}{2}\right)^2 = \left(\tang \frac{\gamma}{2}\right)^2$; donc (Art. 7.)

$$a - b = \left(\tang \frac{\gamma}{2}\right)^2 \sin 2a - \frac{1}{2}\left(\tang \frac{\gamma}{2}\right)^4 \sin 4a + \frac{1}{3}\left(\tang \frac{\gamma}{2}\right)^6 \sin 6a - \&c.$$

$$= \left(\tang \frac{\gamma}{2}\right)^2 \sin 2b + \frac{1}{2}\left(\tang \frac{\gamma}{2}\right)^4 \sin 4b + \frac{1}{3}\left(\tang \frac{\gamma}{2}\right)^6 \sin 6b + \&c.$$

On a donc par ces formules la différence entre l'hypothénuse & un des côtés exprimée par une suite de sinus multiples du double de l'hypothénuse même ou du côté; & il est visible que cette suite sera toujours convergente,

parce que la plus grande valeur de γ étant 90°, la plus grande valeur de $\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}$ sera 1. Ces formules sont donc, comme l'on voit, très commodes pour trouver la réduction des planetes à l'écliptique, en prenant γ pour l'inclinaison, ou bien la différence entre la longitude & l'ascension droite du Soleil en prenant γ pour l'obliquité de l'écliptique.

Dans ce dernier cas on aura $\gamma = 23^\circ.\ 28'$ environ; donc $\left(\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\right)^2 = 0{,}0043137$, $\left(\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\right)^4 = 0{,}0001861$, $\left(\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\right)^6 = 0{,}00000803$ &c. d'où l'on peut juger de l'extreme convergence de la série.

18. La seconde équation étant comparée avec la formule du N°. 9. donnera $x = c$, $y = \gamma$, $\phi = 90$, $\omega = b$; donc $\theta = \frac{\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)}{\text{tang}\left(45^\circ + \frac{b}{2}\right)} = \left(\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)\right)^2$; & de là on aura (N°. 7.) les formules

$$\gamma - c = \left(\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)\right)^2 \sin 2\gamma - \frac{1}{2}\left(\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)\right)^4 \sin 4\gamma$$
$$+ \frac{1}{3}\left(\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)\right)^6 \sin 6\gamma - \&c.$$
$$= \left(\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)\right)^2 \sin 2c + \frac{1}{2}\left(\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)\right)^4 \sin 4c$$
$$+ \frac{1}{3}\left(\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)\right)^6 \sin 6c + \&c.$$

par lesquelles on pourra trouver la différence entre un angle & le côté opposé exprimée par une suite de sinus multiples du double de l'angle ou du côté; & ces suites seront toujours aussi convergentes, parce que $\text{tang}\left(45^\circ - \frac{b}{2}\right)$ ne peut jamais être > 1, tant que b est positif & $< 180^\circ$.

19. La troisieme équation étant comparée de même avec celle du N°. 6 donnera $x = \beta$, $y = 90 - \gamma$, $\Phi = a$, $\omega = 0$; donc $\theta = -\left(\text{tang}\frac{a}{2}\right)^2$; donc (N°. 7.)

$$\beta + \gamma - 90° = \left(\text{tang}\frac{a}{2}\right)^2 \sin 2\gamma - \frac{1}{2}\left(\text{tang}\frac{a}{2}\right)^4 \sin 4\gamma + \frac{1}{3}\left(\text{tang}\frac{a}{2}\right)^6 \sin 6\gamma - \&c.$$

$$= \left(\text{tang}\frac{a}{2}\right)^2 \sin 2\beta - \frac{1}{2}\left(\text{tang}\frac{a}{2}\right)^4 \sin 4\beta + \frac{1}{3}\left(\text{tang}\frac{a}{2}\right)^6 \sin 6\beta - \&c.$$

& l'on pourra faire sur ces formules des remarques analogues à celles qu'on a faites sur les précédentes.

20. Considérons à présent les triangles sphériques obliquangles & voyons quels sont les cas auxquels nos formules peuvent être appliquables.

Comme la méthode ordinaire de résoudre ces triangles consiste à les partager en deux rectangles par l'abaissement d'une perpendiculaire d'un des angles sur le côté opposé, & à calculer ensuite à part les segmens de l'angle ou du côté coupé par la perpendiculaire, il est clair que les analogies qui servent communément à la résolution de ces triangles ne peuvent se rapporter à nos formules. Mais il y a d'autres analogies moins connues & qui sont générales pour des triangles quelconques; on les nomme les analogies de Neper, qui en est l'inventeur, & elles se réduisent aux équations suivantes, dans lesquelles a, b, c dénotent les trois côtés d'un triangle sphérique quelconque, & α, β, γ les angles qui leur sont respectivement opposés.

1°. $$\text{tang}\frac{\beta - \gamma}{2} = \frac{\cot\frac{\alpha}{2} \times \sin\frac{b-c}{2}}{\sin\frac{b+c}{2}},$$

2°. $$\text{tang}\frac{\beta + \gamma}{2} = \frac{\cot\frac{\alpha}{2} \times \cos\frac{b-c}{2}}{\cos\frac{b+c}{2}},$$

3°.

$$3°.\ \text{tang}\,\frac{b-c}{2} = \frac{\text{tang}\,\frac{a}{2} \times \text{fin}\,\frac{\beta-\gamma}{2}}{\text{fin}\,\frac{\beta+\gamma}{2}},$$

$$4°.\ \text{tang}\,\frac{b+c}{2} = \frac{\text{tang}\,\frac{a}{2} \times \text{cof}\,\frac{\beta-\gamma}{2}}{\text{cof}\,\frac{\beta+\gamma}{2}},$$

d'où l'on déduit encore cette cinquieme

$$5°.\ \text{tang}\,\frac{\beta-\gamma}{2} \times \text{tang}\,\frac{b+c}{2} = \text{tang}\,\frac{\beta+\gamma}{2} \times \text{tang}\,\frac{b-c}{2}.$$

Comme ces équations renferment toutes des tangentes, elles peuvent être traitées par notre méthode, ainsi qu'on va le voir.

21. La premiere des équations précédentes étant comparée à celle du N°. 9 on aura $\phi = \frac{b+c}{2}$, $\omega = \frac{b-c}{2}$, $x = \frac{\beta-\gamma}{2}$, $y = 90 - \frac{a}{2}$; donc $\theta = \frac{\text{tang}\,\frac{c}{2}}{\text{tang}\,\frac{b}{2}}$, & de là (N°. 7)

$$\frac{\gamma-\alpha-\beta}{2} + 90° = \frac{\text{tang}\,\frac{c}{2}}{\text{tang}\,\frac{b}{2}}\,\text{fin}\,\alpha + \frac{1}{2}\left(\frac{\text{tang}\,\frac{c}{2}}{\text{tang}\,\frac{b}{2}}\right)^2 \text{fin}\,2\,\alpha + \frac{1}{3}\left(\frac{\text{tang}\,\frac{c}{2}}{\text{tang}\,\frac{b}{2}}\right)^3 \text{fin}\,3\,\alpha + \&c.$$

$$= \frac{\text{tang}\,\frac{c}{2}}{\text{tang}\,\frac{b}{2}}\,\text{fin}\,(\beta-\gamma) + \frac{1}{2}\left(\frac{\text{tang}\,\frac{c}{2}}{\text{tang}\,\frac{b}{2}}\right)^2 \text{fin}\,2\,(\beta-\gamma) + \frac{1}{3}\left(\frac{\text{tang}\,\frac{c}{2}}{\text{tang}\,\frac{b}{2}}\right)^3 \text{fin}\,3\,(\beta-\gamma) + \&c.$$

22. La ſeconde étant comparée de même à celle du N°. 6 on aura les mêmes valeurs de φ, ω, y que ci-deſſus, mais celle de x ſera $\frac{\beta+\gamma}{2}$; on aura donc dans ce cas $\theta = -\text{tang}\,\frac{c}{2} \times \text{tang}\,\frac{b}{2}$; donc (N°. 7)

$$\begin{aligned}
\frac{\gamma+\alpha+\beta}{2} - 90^\circ &= \text{tang}\,\frac{b}{2} \times \text{tang}\,\frac{c}{2} \sin\alpha \\
&\quad - \tfrac{1}{2}\left(\text{tang}\,\frac{b}{2} \times \text{tang}\,\frac{c}{2}\right)^2 \sin 2\alpha \\
&\quad + \tfrac{1}{3}\left(\text{tang}\,\frac{b}{2} \times \text{tang}\,\frac{c}{2}\right)^3 \sin 3\alpha - \&c. \\
&= \text{tang}\,\frac{b}{2} \times \text{tang}\,\frac{c}{2} \sin(\beta+\gamma) \\
&\quad - \tfrac{1}{2}\left(\text{tang}\,\frac{b}{2} \times \text{tang}\,\frac{c}{2}\right)^2 \sin 2(\beta+\gamma) \\
&\quad + \tfrac{1}{3}\left(\text{tang}\,\frac{b}{2} \times \text{tang}\,\frac{c}{2}\right)^3 \sin 3(\beta+\gamma) - \&c.
\end{aligned}$$

23. La troiſieme & la quatrieme équation donneront des formules analogues aux précédentes en y changeant ſeulement β en b, γ en c & α en $180^\circ - a$. Ainſi on aura en premier lieu

$$\begin{aligned}
\frac{c+a-b}{2} &= \frac{\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}}{\text{tang}\,\frac{\beta}{2}} \sin a - \tfrac{1}{2}\left(\frac{\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}}{\text{tang}\,\frac{\beta}{2}}\right)^2 \sin 2a + \tfrac{1}{3}\left(\frac{\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}}{\text{tang}\,\frac{\beta}{2}}\right)^3 \sin 3a + \&c. \\
&= \frac{\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}}{\text{tang}\,\frac{\beta}{2}} \sin(b-c) + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}}{\text{tang}\,\frac{\beta}{2}}\right)^2 \sin 2(b-c) \\
&\quad + \tfrac{1}{3}\left(\frac{\text{tang}\,\frac{\gamma}{2}}{\text{tang}\,\frac{\beta}{2}}\right)^2 \sin 3(b-c) + \&c.
\end{aligned}$$

24. En second lieu on aura

$$\frac{c+b-a}{2} = \text{tang}\,\frac{\beta}{2} \times \text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\,\text{sin}\,a + \frac{1}{2}\left(\text{tang}\,\frac{\beta}{2} \times \text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\right)^2 \text{sin}\,2\,a$$

$$+ \frac{1}{3}\left(\text{tang}\,\frac{\beta}{2} \times \text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\right)^3 \text{sin}\,3\,a + \&c.$$

$$= \text{tang}\,\frac{\beta}{2} \times \text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\,\text{sin}\,(b+c) - \frac{1}{2}\left(\text{tang}\,\frac{\beta}{2} \times \text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\right)^2 \text{sin}\,2\,(b+c)$$

$$+ \frac{1}{3}\left(\text{tang}\,\frac{\beta}{2} \times \text{tang}\,\frac{\gamma}{2}\right)^3 \text{sin}\,3\,(b+c) - \&c.$$

25. Enfin la cinquieme équation du N°. 20. étant comparée à celle du N°. 10 donnera $\phi = \frac{\beta-\gamma}{2}$, $\omega = \frac{\beta+\gamma}{2}$, $x = \frac{b+c}{2}$, $y = \frac{b-c}{2}$; donc $\theta = -\frac{\text{sin}\,\gamma}{\text{sin}\,\beta}$, & par conséquent

$$c = \frac{\text{sin}\,\gamma}{\text{sin}\,\beta}\,\text{sin}\,(b-c) + \frac{1}{2}\left(\frac{\text{sin}\,\gamma}{\text{sin}\,\beta}\right)^2 \text{sin}\,2\,(b-c)$$

$$+ \frac{1}{3}\left(\frac{\text{sin}\,\gamma}{\text{sin}\,\beta}\right)^3 \text{sin}\,3\,(b-c) + \&c.$$

$$= \frac{\text{sin}\,\gamma}{\text{sin}\,\beta}\,\text{sin}\,(b+c) - \frac{1}{2}\left(\frac{\text{sin}\,\gamma}{\text{sin}\,\beta}\right)^2 \text{sin}\,2\,(b+c)$$

$$+ \frac{1}{3}\left(\frac{\text{sin}\,\gamma}{\text{sin}\,\beta}\right)^3 \text{sin}\,3\,(b+c) - \&c.$$

On peut aussi comparer d'une autre maniere la même équation avec celle de l'Art. cité en faisant $\phi = \frac{b+c}{2}$, $\omega = \frac{b-c}{2}$, $x = \frac{\beta-\gamma}{2}$, $y = \frac{\beta+\gamma}{2}$, ce qui donnera $\theta = \frac{\text{sin}\,c}{\text{sin}\,b}$, & de là par le N°. 7.

$$\gamma = \frac{\text{sin}\,c}{\text{sin}\,b}\,\text{sin}\,(\beta+\gamma) - \frac{1}{2}\left(\frac{\text{sin}\,c}{\text{sin}\,b}\right)^2 \text{sin}\,2\,(\beta+\gamma)$$

$$+ \frac{1}{3}\left(\frac{\text{sin}\,c}{\text{sin}\,b}\right)^3 \text{sin}\,3\,(\beta+\gamma) - \&c.$$

$$= \frac{\text{sin}\,c}{\text{sin}\,b}\,\text{sin}\,(\beta-\gamma) + \frac{1}{2}\left(\frac{\text{sin}\,c}{\text{sin}\,b}\right)^2 \text{sin}\,2\,(\beta-\gamma)$$

$$+ \frac{1}{3}\left(\frac{\text{sin}\,c}{\text{sin}\,b}\right)^3 \text{sin}\,3\,(\beta-\gamma + \&c.$$

26. Les premieres formules des N°. 21 & 22 donnent par l'addition, & souſtraction, ces deux-ci, dans lesquelles au lieu de $-\frac{1}{\text{tang}\frac{b}{2}}$ j'écris $\cot\frac{b}{2}$,

$$\gamma = \left(\text{tang}\frac{b}{2} + \cot\frac{b}{2}\right)\text{tang}\frac{c}{2}.\sin\alpha$$
$$-\tfrac{1}{2}\left(\left(\text{tang}\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\cot\frac{b}{2}\right)^2\right)\left(\text{tang}\frac{c}{2}\right)^2\sin 2\alpha$$
$$+\tfrac{1}{3}\left(\left(\text{tang}\frac{b}{2}\right)^3 + \left(\cot\frac{b}{2}\right)^3\right)\left(\text{tang}\frac{c}{2}\right)^3\sin 3\alpha - \&c.$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha + \left(\text{tang}\frac{b}{2} - \cot\frac{b}{2}\right)\text{tang}\frac{c}{2}\sin\alpha$$
$$-\tfrac{1}{2}\left(\left(\text{tang}\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\cot\frac{b}{2}\right)^2\right)\left(\text{tang}\frac{c}{2}\right)^2\sin 2\alpha$$
$$+\tfrac{1}{3}\left(\left(\text{tang}\frac{b}{2}\right)^3 - \left(\cot\frac{b}{2}\right)^3\right)\left(\text{tang}\frac{c}{2}\right)^3\sin 3\alpha - \&c.$$

Et de même les premieres formules des N°. 23 & 24 donneront

$$c = \left(\text{tang}\frac{\beta}{2} + \cot\frac{\beta}{2}\right)\text{tang}\frac{\gamma}{2}\sin a$$
$$+\tfrac{1}{2}\left(\left(\text{tang}\frac{\beta}{2}\right)^2 - \left(\cot\frac{\beta}{2}\right)^2\right)\left(\text{tang}\frac{\gamma}{2}\right)^2\sin 2a$$
$$+\tfrac{1}{3}\left(\left(\text{tang}\frac{\beta}{2}\right)^3 + \left(\cot\frac{\beta}{2}\right)^3\right)\left(\text{tang}\frac{\gamma}{2}\right)^3\sin 3a + \&c.$$

$$b = a + \left(\text{tang}\frac{\beta}{2} - \cot\frac{\beta}{2}\right)\text{tang}\frac{\gamma}{2}\sin a$$
$$+\tfrac{1}{2}\left(\left(\text{tang}\frac{\beta}{2}\right)^2 + \left(\cot\frac{\beta}{2}\right)^2\right)\left(\text{tang}\frac{\gamma}{2}\right)^2\sin 2a$$
$$+\tfrac{1}{3}\left(\left(\text{tang}\frac{\beta}{2}\right)^3 - \left(\cot\frac{\beta}{2}\right)^3\right)\left(\text{tang}\frac{\gamma}{2}\right)^3\sin 3a + \&c.$$

Ainſi lorſqu'on connoît dans un triangle ſphérique quelconque deux côtés b, c, & l'angle α compris entre ces côtés, on pourra par les deux premieres formules trouver les deux autres angles β & γ opposés aux

côtés b & c, & ces formules seront d'autant plus convergentes, que le côté c sera plus petit & que le côté b sera plus près de $90°$.

Pareillement si on connoît un côté a, & les deux angles β, γ adjacens à ce côté, on aura par les deux dernieres formules les deux autres côtés b & c opposés aux angles β & γ; & ces formules seront d'autant plus convergentes que l'angle γ sera plus petit, & que l'autre angle β sera plus près de $90°$.

27. Si on imagine que le pole de l'équateur, celui de l'écliptique, & le lieu d'un astre quelconque soient joints par trois arcs de grands cercles, & qu'on dénote par c l'arc qui joint les deux poles, par a l'arc qui joint le lieu de l'astre & le pole de l'équateur, & par b l'arc qui joint le lieu de l'astre & le pole de l'écliptique, il est clair qu'on aura un triangle sphérique dont les trois côtés seront a, b, c & il est visible que le côté c sera égal à l'obliquité de l'écliptique, que le côté a sera le complément à $90°$ de la déclinaison de l'astre, & que le côté b sera le complément à $90°$ de la latitude de l'astre. Ensuite si on nomme, comme plus haut, α, β, γ les angles respectivement opposés aux côtés a, b, c, il n'est pas difficile de voir que l'angle γ sera l'angle de position de l'astre, que l'angle α sera le complément à $90°$ de la longitude de l'astre & que l'angle β sera l'ascension droite de l'astre augmentée de $90°$.

Soit donc un astre dont la longitude soit L, la latitude λ, l'ascension droite D, la déclinaison δ, son angle de position p, on aura $a = 90° - \delta$, $b = 90° - \lambda$, $\alpha = 90° - L$, $\beta = 90° + D$, $\gamma = p$, & nommant c l'obliquité de l'écliptique, les deux premieres formules du N°. 26 donneront, à cause de $\tang \frac{b}{2} = \tang\left(45° - \frac{\lambda}{2}\right)$, & $\cot \frac{b}{2} = \tang\left(45° + \frac{\lambda}{2}\right)$,

$$p = \left[\tang\left(45° + \tfrac{\lambda}{2}\right) + \tang\left(45° - \tfrac{\lambda}{2}\right)\right] \tang \tfrac{c}{2} \cos L$$
$$+ \tfrac{1}{2}\left[\overline{\tang\left(45° + \tfrac{\lambda}{2}\right)}^2 - \overline{\tang\left(45° - \tfrac{\lambda}{2}\right)}^2\right] \overline{\tang \tfrac{c}{2}}^2 \sin 2L$$

$$- \tfrac{1}{3}\left[\overline{\text{tang}\left(45^\circ + \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{3} + \overline{\text{tang}\left(45^\circ - \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{3}\right]\overline{\text{tang}\tfrac{c}{2}}^{3} \operatorname{cof} 3L$$

$$- \tfrac{1}{4}\left[\overline{\text{tang}\left(45^\circ + \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{4} - \overline{\text{tang}\left(45^\circ + \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{4}\right]\overline{\text{tang}\tfrac{c}{2}}^{4} \operatorname{fin} 4L$$

$$+ \&c.$$

$$D = L - \left[\text{tang}\left(45^\circ + \tfrac{\lambda}{2}\right) - \text{tang}\left(45^\circ - \tfrac{\lambda}{2}\right)\right]\text{tang}\tfrac{c}{2} \operatorname{cof} L$$

$$- \tfrac{1}{2}\left[\overline{\text{tang}\left(45^\circ + \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{2} + \overline{\text{tang}\left(45^\circ - \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{2}\right]\overline{\text{tang}\tfrac{c}{2}}^{2} \operatorname{fin} 2L$$

$$+ \tfrac{1}{3}\left[\overline{\text{taog}\left(45^\circ + \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{3} - \overline{\text{tang}\left(45^\circ - \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{3}\right]\overline{\text{taog}\tfrac{c}{2}}^{3} \operatorname{cof} 3L$$

$$+ \tfrac{1}{4}\left[\overline{\text{taog}\left(45^\circ + \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{4} + \overline{\text{tang}\left(45^\circ - \tfrac{\lambda}{2}\right)}^{4}\right]\overline{\text{tang}\tfrac{c}{2}}^{4} \operatorname{fin} 4L$$

$$- \&c.$$

Ces deux formules ſont fort remarquables par leur ſimplicité & par l'uſage dont elles peuvent être daos l'Aſtronomie; la ſeconde ſurtout peut être d'une grande utilité pour réduire les loogitudes & les latitudes des planetes en aſcenſions droites & en déclinaiſons; car à cauſe que λ n'eſt jamais $> 9^\circ$ pour les planetes, on aura immédiatement la différence entre la longitude L & l'aſcenſion droite D par une ſérie fort convergente; dès qu'on aura trouvé D on aura la déclinaiſon δ par une ſeule analogie, parce que daos le triangle dont les côtés ſont a, b, c, & les angles oppoſés α, β, γ oo a $\operatorname{fin} a : \operatorname{fin} b = \operatorname{fio} \alpha : \operatorname{fin} \beta$, & mettant pour a, b, α, β les valeurs ci-deſſus $\operatorname{cof} \delta : \operatorname{cof} \lambda = \operatorname{cof} L : \operatorname{cof} D$; d'où

$$\operatorname{cof} \delta = \frac{\operatorname{cof} \lambda \cdot \operatorname{cof} L}{\operatorname{cof} D}. \quad (*)$$

28. L'analyſe que nous avons expoſée au commencement de ce Mémoire peut auſſi être employée directement à réſoudre d'autres équations

(*) Les deux formules précédentes ont déja été publiées ſans démonſtration dans le 3ᵉ Volume des Tables Aſtronomiques de l'Académie.

plus compliquées que celle à laquelle nous l'avons appliquée; c'eſt ce que je vais indiquer en peu de mots.

Soit par exemple l'équation

$$\tang x = \frac{a \sin y}{\cos y + p},$$

a étant une quantité qui differe peu de l'unité & p une quantité très petite; je forme l'équation

$$\frac{1 + \tang x \sqrt{-1}}{1 - \tang x \sqrt{-1}} = \frac{\cos y + p + a \sin y \sqrt{-1}}{\cos y + p - a \sin y \sqrt{-1}};$$

laquelle en introduiſant les exponentielles imaginaires, ſe réduit à

$$e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{e^{y\sqrt{-1}} + e^{-y\sqrt{-1}} + 2p + a(e^{y\sqrt{-1}} - e^{-y\sqrt{-1}})}{e^{y\sqrt{-1}} + e^{-y\sqrt{-1}} + 2p - a(e^{y\sqrt{-1}} - e^{-y\sqrt{-1}})}$$

ou bien

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2y\sqrt{-1}} \times \frac{1 + \frac{2p}{1+a} e^{-y\sqrt{-1}} + \frac{1-a}{1+a} e^{-2y\sqrt{-1}}}{1 + \frac{2p}{1+a} e^{y\sqrt{-1}} + \frac{1-a}{1+a} e^{2y\sqrt{-1}}}.$$

Soient $1 + Pz$, $1 + Qz$ les deux facteurs du binome $1 + \frac{2p}{1+a} z + \frac{1-a}{1+a} z^2$, l'équation précédente pourra ſe mettre ſous cette forme

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2y\sqrt{-1}} \times \frac{(1 + Pe^{-y\sqrt{-1}})(1 + Qe^{-y\sqrt{-1}})}{(1 + Pe^{y\sqrt{-1}})(1 + Qe^{y\sqrt{-1}})};$$

prenant les logarithmes des deux membres, réduiſant en ſérie les logarithmes des facteurs $1 + Pe^{-y\sqrt{-1}}$, &c., & remettant à la place des exponentielles imaginaires les ſinus correſpondans on aura ſur le champ

$$x = y - (P + Q) \sin y + \frac{P^2 + Q^2}{2} \sin 2y - \frac{P^3 + Q^3}{3} \sin 3y + \&c.$$

or comme les quantités p & $1 - a$ ſont très petites (hyp.) il eſt clair que les quantités P & Q le ſeront auſſi; d'où il s'enſuit que la ſérie précédente ſera néceſſairement convergente.

29. Soit encore l'équation

$$\text{rang}\, x = \frac{a \sin 2y + b \sin y}{\cos 2y + p \cos y + q},$$

a étant peu différent de l'unité, & b, p, q des coëfficiens fort petits; on aura d'abord

$$\frac{1 + \tan x \sqrt{-1}}{1 - \tan x \sqrt{-1}} = \frac{\cos 2y + p \cos y + q + (a \sin 2y + b \sin y)\sqrt{-1}}{\cos 2y + p \cos y + q - (a \sin 2y + b \sin y)\sqrt{-1}}$$

ce qui se réduit à

$$e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{(1+a)e^{2y\sqrt{-1}} + (1-a)e^{-2y\sqrt{-1}} + (p+b)e^{y\sqrt{-1}} + (p-b)e^{-y\sqrt{-1}} + 2q}{(1+a)e^{-2y\sqrt{-1}} + (1-a)e^{2y\sqrt{-1}} + (p+b)e^{-y\sqrt{-1}} + (p-b)e^{y\sqrt{-1}} + 2q},$$

ou bien à

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{4y\sqrt{-1}} \times \frac{1 + \frac{p+b}{1+a}e^{-y\sqrt{-1}} + \frac{2q}{1+a}e^{-2y\sqrt{-1}} + \frac{p-b}{1+a}e^{-3y\sqrt{-1}} + \frac{1-a}{1+a}e^{-4y\sqrt{-1}}}{1 + \frac{p+b}{1+a}e^{y\sqrt{-1}} + \frac{2q}{1+a}e^{2y\sqrt{-1}} + \frac{p-b}{1+a}e^{3y\sqrt{-1}} + \frac{1-a}{1+a}e^{4y\sqrt{-1}}},$$

Soient maintenant $1 + Pz$, $1 + Qz$, $1 + Rz$, $1 + Sz$ les facteurs simples du quadrinome $1 + \frac{p+b}{1+a}z + \frac{2q}{1+a}z^2 + \frac{p-b}{1+a}z^3 + \frac{1-a}{1+a}z^4$, l'équation précédente deviendra

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{4y\sqrt{-1}} \times \frac{(1+Pe^{-y\sqrt{-1}})(1+Qe^{-y\sqrt{-1}})(1+Re^{-y\sqrt{-1}})(1+Se^{-y\sqrt{-1}})}{(1+Pe^{y\sqrt{-1}})(1+Qe^{y\sqrt{-1}})(1+Re^{y\sqrt{-1}})(1+Se^{y\sqrt{-1}})},$$

d'où l'on tire, en prenant les logarithmes, réduisant en série, & remettant les sinus à la place des exponentielles imaginaires

$$x = 2y - (P+Q+R+S)\sin y + \frac{P^2+Q^2+R^2+S^2}{2}\sin 2y - \frac{P^3+Q^3+R^3+S^3}{3}\sin 3y + \frac{P^4+Q^4+R^4+S^4}{4}\sin 4y - \&c.$$

On pourroit de même résoudre l'équation

$$\tan x = \frac{a \sin 3y + b \sin 2y + c \sin y}{\cos 3y + p \cos 2y + q \cos y + r},$$

& ainsi de suite.

30.

30. Supposons enfin que l'on ait à résoudre une équation de cette forme

$$\tang x = \frac{\sin y + p \sin 2y + q \sin 3y + \&c.}{\cos y + p \cos 2y + q \cos 3y + \&c.}$$

p, q &c. étant des coëfficiens très petits; on la réduira d'abord à la forme

$$\frac{1 + \tang x \sqrt{-1}}{1 - \tang x \sqrt{-1}} = \frac{\cos y + \sin y \sqrt{-1} + p(\cos 2y + \sin 2y \sqrt{-1}) + \&c.}{\cos y - \sin y \sqrt{-1} + p(\cos 2y - \sin 2y \sqrt{-1}) + \&c.}$$

savoir

$$e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{e^{y\sqrt{-1}} + pe^{2y\sqrt{-1}} + qe^{3y\sqrt{-1}} + \&c.}{e^{-y\sqrt{-1}} + pe^{-2y\sqrt{-1}} + qe^{-3y\sqrt{-1}} + \&c.}$$

ou bien

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2y\sqrt{-1}} \times \frac{1 + pe^{y\sqrt{-1}} + qe^{2y\sqrt{-1}} + \&c.}{1 + pe^{-y\sqrt{-1}} + qe^{-2y\sqrt{-1}} + \&c.}$$

Soient à présent $1 + Pz$, $1 + Qz$ &c. les facteurs du multinome $1 + pz + qz^2 + \&c.$ l'équation précédente deviendra

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2y\sqrt{-1}} \times \frac{(1 + Pe^{y\sqrt{-1}})(1 + Qe^{y\sqrt{-1}}) \ldots}{(1 + Pe^{-y\sqrt{-1}})(1 + Qe^{-y\sqrt{-1}}) \ldots}$$

d'où l'on tire par les logarithmes, comme plus haut,

$$x = y + (P + Q + \&c.) \sin y - \frac{P^2 + Q^2 + \&c.}{2} \sin 2y + \frac{P^3 + Q^3 + \&c.}{3} \sin 3y - \&c.$$

31. Si la valeur de $\tang x$ contenoit des sinus & des cosinus tant au numérateur qu'au dénominateur, comme si l'on avoit à résoudre l'équation

$$\tang x = \frac{a \sin y + b \cos y}{\cos y + p \sin y},$$

on pourroit aussi par la même méthode trouver une série convergente pour exprimer la valeur de x en y, pourvu que a fût toujours peu différent de l'unité & b, p des coëfficiens fort petits, relativement à a.

En effet on aura alors

$$\frac{1 + \tang x \sqrt{-1}}{1 - \tang x \sqrt{-1}} = \frac{\cos y + p \sin y + (a \sin y + b \cos y)\sqrt{-1}}{\cos y + p \sin y - (a \sin y + b \cos y)\sqrt{-1}}$$

& paſſant aux exponentielles

$$e^{2x\sqrt{-1}} = \frac{(1+a+(b-p)\sqrt{-1})e^{y\sqrt{-1}}+(1-a+(b+p)\sqrt{-1})e^{-y\sqrt{-1}}}{(1-a-(b+p)\sqrt{-1})e^{y\sqrt{-1}}+(1+a-(b-p)\sqrt{-1})e^{-y\sqrt{-1}}},$$

ou bien

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2y\sqrt{-1}} \times \frac{1+a+(b-p)\sqrt{-1}+(1-a+(b+p)\sqrt{-1})e^{-2y\sqrt{-1}}}{1+a-(b-p)\sqrt{-1}+(1-a-(b+p)\sqrt{-1})e^{2y\sqrt{-1}}}.$$

Soit maintenant

$$\frac{b-p}{1+a} = \operatorname{tang}\alpha, \qquad \frac{b+a}{1-a} = \operatorname{tang}\beta,$$

on aura

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2y\sqrt{-1}} \times \frac{(1+a)(1+\operatorname{tang}\alpha\sqrt{-1})+(1-a)(1+\operatorname{tang}\beta\sqrt{-1})e^{-2y\sqrt{-1}}}{(1+a)(1-\operatorname{tang}\alpha\sqrt{-1})+(1-a)(1-\operatorname{tang}\beta\sqrt{-1})e^{2y\sqrt{-1}}};$$

mais $1 \pm \operatorname{tang}\alpha\sqrt{-1} = \frac{e^{\pm\alpha\sqrt{-1}}}{\operatorname{cof}\alpha}$, $1 \pm \operatorname{tang}\beta\sqrt{-1} = \frac{e^{\pm\beta\sqrt{-1}}}{\operatorname{cof}\beta}$;

donc ſubſtituant ces valeurs, diviſant le haut & le bas de la fraction $\frac{1+a}{\operatorname{cof}\alpha}$,

& faiſant pour abréger

$$\frac{1-a}{1+a} \times \frac{\operatorname{cof}\alpha}{\operatorname{cof}\beta} = k$$

on aura

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2y\sqrt{-1}} \times \frac{e^{\alpha\sqrt{-1}} + ke^{\beta\sqrt{-1}} \times e^{-2y\sqrt{-1}}}{e^{-\alpha\sqrt{-1}} + ke^{-\beta\sqrt{-1}} \times e^{2y\sqrt{-1}}},$$

ſavoir

$$e^{2x\sqrt{-1}} = e^{2(y+\alpha)\sqrt{-1}} \times \frac{1+ke^{-(2y+\alpha-\beta)\sqrt{-1}}}{1+ke^{(2y+\alpha-\beta)\sqrt{-1}}}$$

d'où en prenant les logarithmes, réduiſant en ſérie, diviſant par $2\sqrt{-1}$, & repaſſant des exponentielles imaginaires au ſinus & coſinus réels, on tire ſur le champ

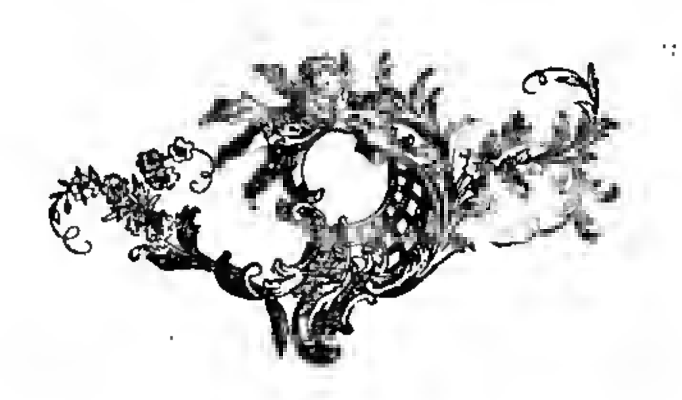
$$x = y + \alpha - k\,\operatorname{ſin}(2y+\alpha-\beta) + \frac{k^2}{2}\operatorname{ſin} 2(2y+\alpha-\beta) - \frac{k^3}{3}\operatorname{ſin} 3(2y+\alpha-\beta) + \&c.$$

Or on a $\cos \alpha = \frac{1+a}{\sqrt{((1+a)^2+(b-p)^2)}}$; & $\cos \beta = \frac{1-a}{\sqrt{((1-a)^2+(b+p)^2)}}$; dooc on aura

$$k = \frac{\sqrt{((1-a)^2+(b+p)^2)}}{\sqrt{((1+a)^2+(b-p)^2)}}$$

quantité qui eſt, comme l'on voit, très petite de l'ordre de $1-a$, b, p; ainſi la ſérie précédente ſera néceſſairemeot convergente.

Au reſte on voit par là que pourvu que a differe peu de l'unité, & que b differe en même tems peu de $-p$, la quantité k ſera néceſſairement très petite du même ordre de ces différences; par conſéquent la ſérie ſera convergente, ſans qu'il ſoit néceſſaire que b, & p ſoient à la fois très petites l'une & l'autre.



SUR

L'USAGE DES FRACTIONS CONTINUES dans le Calcul intégral. (*)

PAR M. DE LA GRANGE.

J'ai fait voir ailleurs combien la méthode des fractions continues est utile dans l'Algebre; je me propose maintenant d'en montrer aussi l'usage dans le Calcul intégral. On connoît depuis longtems la méthode des séries pour intégrer par approximation les équations différentielles dont l'intégrale finie est impossible, ou du moins très difficile à trouver; mais cette méthode a l'inconvénient de donner des suites infinies lors même que ces suites peuvent être représentées par des expressions rationelles finies. La méthode des fractions continues a tous les avantages de celle des séries & est en même tems exempte de l'inconvénient dont nous venons de parler; car par cette méthode on est assuré de trouver directement la valeur rationelle & finie de la quantité cherchée lorsqu'elle en a une, parce qu'alors l'opération se termine d'elle-même; & quand l'opération va à l'infini, on a une marque certaine que la quantité cherchée ne peut être exprimée par une fonction rationelle & finie. Enfin cette méthode sert à ramener à l'intégration beaucoup d'équations différentielles qui échappent aux autres méthodes du calcul intégral.

1. Soit une équation différentielle quelconque entre deux variables x & y, d'où il s'agisse de tirer la valeur de y en x par approximation.

Pour employer dans cette recherche la méthode des fractions continues, on commencera par chercher par les méthodes connues le premier

(*) Lu le 18 Juillet 1776.

terme de la valeur de y en x lorſque x eſt ſuppoſée très petite, & nommant ce terme ξ, on fera $y = \frac{\xi}{1+y'}$; ſubſtituant enſuite cette expreſſion de y dans l'équation propoſée, on aura une nouvelle équation du même ordre & du même degré entre x & y', dans laquelle en ſuppoſant x très petit y' ſera auſſi néceſſairement très petit.

Soit ξ' le premier terme de la valeur de y' en x dans le cas de x très petit; on fera $y' = \frac{\xi'}{1+y''}$, & ſubſtituant cette expreſſion de y' dans l'équation entre x & y', on aura une nouvelle équation du même ordre & du même degré entre x & y'' dans laquelle y'' ſera néceſſairement très petit lorſque x ſera ſuppoſé très petit. Soit donc ξ'' le premier terme de la valeur de y'' en x dans le cas de x très petit; on fera $y'' = \frac{\xi''}{1+y'''}$, & ſubſtituant cette expreſſion de y'' dans l'équation, on en aura une nouvelle entre x & y''' dans laquelle y''' ſera néceſſairement très petit lorſqu'on ſuppoſera x très petit. On nommera ξ''' le premier terme de la valeur de y''' en x dans le cas de x très petit, & on fera $y''' = \frac{\xi'''}{1+y^{\text{iv}}}$ &c; & ainſi de ſuite.

De cette maniere, en ſubſtituant ſucceſſivement les valeurs de y', y'', y''' &c., on aura

$$y = \cfrac{\xi}{1+\cfrac{\xi'}{1+\cfrac{\xi''}{1+\cfrac{\xi'''}{1+\&c.}}}}$$

S'il arrive que quelqu'une des équations transformées ſoit intégrable exactement, en ſorte qu'on ait la valeur finie d'une des y', y'', y''' &c. en x, il n'y aura qu'à ſubſtituer cette valeur dans la fraction continue, l'on aura la valeur exacte de y en x. Dans tous les autres cas la fraction continue ira à l'infini; mais comme nous avons vu que les quantités y', y'', y''' &c. ſont toujours néceſſairement très petites lorſque x eſt ſuppoſée très petite, il s'enſuit que les quantités ξ', ξ'', ξ''' &c.

feront auffi très petites dans la même fuppofition; par conféquent la fraction continue fera toujours d'autant plus convergente que x fera plus petite, & approchera d'autant plus de la vraie valeur de y qu'on y prendra plus de termes. A l'égard des quantités ξ, ξ', ξ'' &c. il eft clair qu'elles feront néceffairement de la forme $a x^{\alpha}$, l'expofant α devant être un nombre pofitif pour chacune de ces quantités excepté la premiere ξ, pour laquelle le nombre α pourra être pofitif, ou négatif ou zéro. Ainfi toute la difficulté confifte à déterminer cet expofant α, avec le coëfficient a.

2. Confidérons en général une équation quelconque entre les deux variables x & y, d'où il s'agiffe de tirer la valeur de y en x dans l'hypothefe de x très petite; comme cette valeur ne peut être repréfentée que par $a x^{\alpha}$, qu'on fubftitue partout $a x^{\alpha}$ à la place de y, & de fes différentielles, s'il y en a, & après avoir délivré l'équation des irrationalités & des fractions complexes, il eft clair qu'elle fe réduira à une fuite de termes de la forme $a^{m} A x^{m\alpha+n}$; or puifque cette équation n'eft cenfée avoir lieu que dans le cas de x très petite, il faudra négliger vis à vis d'un quelconque de fes termes, tous ceux qui feront affectés d'une puiffance plus haute de x; de forte que l'équation fe réduira à un certain nombre de termes tous affectés de la même puiffance de x, cette puiffance étant la plus baffe qu'il y ait dans l'équation propofée; par ce moyen l'x difparoîtra, & il reftera une équation entre les coëfficiens laquelle fervira à déterminer la conftante a.

Si l'expofant α étoit connu il n'y auroit, comme l'on voit, aucune difficulté à déterminer le coëfficient a; or comme α eft indéterminé, on peut lui donner telle valeur que l'on veut; il faut feulement que cette valeur foit telle que la plus petite puiffance de x fe trouve au moins dans deux termes de l'équation, afin qu'après la divifion par cette puiffance de x, on ait une équation entre les feuls coëfficiens, à laquelle on puiffe fatisfaire par la détermination du coëfficient a.

Tout fe réduit donc à déterminer la quantité α par cette condition, que la plus petite puiffance de x fe trouve au moins dans deux termes de l'équation. Mrs. Tailor & Stirling ont donné pour cela des méthodes qu'on

peut voir dans le *Methodus incrementorum* (Prop. 9), & dans les *Lineæ tertii ordinis* (Prob. 2); mais comme la méthode du premier demande une espece de construction géométrique, & que celle du second dépend du parallélogramme de Newton, & par conséquent ne peut être regardée que comme une méthode méchanique, je crois que les Géometres seront bien aises de voir comment on peut résoudre cette question par une méthode purement analytique.

3. J'observe d'abord que si après avoir réduit l'équation à une suite de termes de la forme $a^m A x^{m\alpha+n}$, on a différens termes dans l'exposant desquels le nombre m soit le même, il suffira d'avoir égard à celui de ces termes où le nombre n sera le plus petit, parce qu'il est évident que dans la supposition de x très petite le terme dont il s'agit sera comme infiniment plus grand que les autres. De cette maniere on n'aura dans l'équation que des termes où le nombre m sera différent de l'un à l'autre. Ainsi dénotant ces différentes valeurs de m par m, m', m'', m''' &c., en sorte que ces nombres forment une suite croissante, & désignant par n, n', n'', m''' &c. & par A, A', A'', A'' &c. les valeurs correspondantes de n & de A, on aura l'équation

$$a^m A x^{m\alpha+n} + a^{m'} A' x^{m'\alpha+n'} + a^{m''} A'' x^{m''\alpha+n''} + a^{m'''} A''' x^{m'''\alpha+n'''} + \&c. = 0$$

dans laquelle il s'agira de déterminer le nombre α en sorte que les exposans de deux ou de plusieurs termes deviennent égaux & en même tems plus petits que ceux des autres termes.

Ce probleme se réduit donc, comme l'on voit, à celui-ci:

4. Étant donnée une série telle que $m\alpha+n$, $m'\alpha+n'$, $m''\alpha+n''$, $m'''\alpha+n'''$, $m^{IV}\alpha+n^{IV}$ &c. dans laquelle m, m', m'', m''' &c. soient des nombres connus qui forment une progression croissante quelconque, n, n', n'', n''' &c. des nombres aussi connus quelconques, & α un nombre inconnu; déterminer le nombre α en sorte que deux ou plusieurs termes de cette série deviennent égaux, & soient en même tems moindres qu'aucun des autres termes.

Il eſt clair qu'on pourroit réſoudre cette queſtion en égalant ſucceſſivement deux à deux tous les termes de la ſérie propoſée, & ſubſtituant enſuite dans tous les autres termes les valeurs de α tirées de chacune de ces égalités; on trouveroit ſurement de cette maniere toutes les valeurs convenables de α, en rejettant celles qui n'auroient pas la condition requiſe; mais ce calcul demanderoit pluſieurs opérations inutiles; c'eſt pourquoi il eſt bon de chercher des moyens de l'abréger.

Je commence par comparer le premier terme $m\alpha + n$ à chacun des ſuivans $m'\alpha + n'$, $m''\alpha + n''$ &c. & j'en tire ces valeurs de α, $\frac{n'-n}{m-m'}$, $\frac{n''-n}{m-m''}$, $\frac{n'''-n}{m-m'''}$ &c. que je dénote pour plus de ſimplicité par α', α'', α''' &c.; nommant enſuite le premier terme $m\alpha + n$, ε, je mets la ſérie propoſée ſous cette forme

$$\varepsilon, \quad \varepsilon + (m'-m)(\alpha-\alpha'), \quad \varepsilon + (m''-m)(\alpha-\alpha''),$$
$$\varepsilon + (m'''-m)(\alpha-\alpha'''), \quad \&c.$$

Ici on voit clairement que ſi on fait α égal à la plus grande des quantités α', α'', α''' &c., le terme qui répond à cette quantité deviendra égal au premier terme ε, & que tous les autres termes ſeront plus grands que ε, à cauſe que les quantités $m'-m$, $m''-m$, $m'''-m$ &c. ſont (hyp.) toutes poſitives.

Si parmi les quantités α', α'', α''' &c. il y en avoit deux ou pluſieurs égales entr'elles & qui fuſſent en même tems plus grandes qu'aucune des autres, en faiſant α égale à ces quantités, on auroit tout autant de termes égaux au premier terme ε, & les autres termes ſeroient tous plus grands que ε.

Ayant trouvé ainſi une valeur de α qui réſoud le probleme, voyons comment on en pourra trouver encore d'autres, s'il y en a.

Et d'abord il eſt facile de voir qu'en donnant à α une valeur plus grande que la plus grande des quantités α', α'', α''' &c. tous les termes qui ſuivent le premier ε ſeront néceſſairement plus grands que celui-ci; ainſi

ainſi il eſt impoſſible de trouver par ce moyen deux termes égaux, & qui ſoient en même tems les plus petits; par conſéquent s'il exiſte d'autres valeurs de α qui aient la condition requiſe, elles doivent être moindres que la plus grande des quantités α', α'', α''' &c. Suppoſons, pour fixer les idées, que α^{v} ſoit cette plus grande quantité, & ſi deux ou pluſieurs de ces quantités ſont à la fois les plus grandes, ſoit α^{v} la derniere d'entr'elles; il eſt facile de voir que dans la ſérie propoſée tous les termes qui précéderont le terme $\varepsilon + (m^{v} - m)(\alpha - \alpha^{v})$ ſeront néceſſairement toujours plus grands que celui-ci, tant qu'on donnera à α une valeur moindre que α^{v}, & cela parce que les quantités $m' - m$, $m'' - m$, $m''' - m$ &c. forment une ſuite croiſſante de quantités toutes poſitives; on pourra donc faire abſtraction de ces termes, & ne conſidérer que le terme $\varepsilon + (m^{v} - m)(\alpha - \alpha^{v})$ avec tous les ſuivans; car il eſt clair que les plus petits d'entre ces termes ſeront en même tems moindres qu'aucun des termes qui précedent celui dont nous venons de parler. Or le terme dont il s'agit eſt $m^{v}\alpha + n$ dans la ſérie primitive; ainſi il n'y aura qu'à conſidérer la ſérie $m^{v}\alpha + n^{v}$, $m^{vi}\alpha + n^{vi}$, $m^{vii}\alpha + n^{vii}$ &c., & y appliquer la méthode précédente; & ainſi de ſuite.

Voici donc à quoi ſe réduit la ſolution du probleme propoſé.

On égalera ſucceſſivement le premier terme de la ſérie donnée à chacun des ſuivans, & on tirera la valeur de α de chacune de ces égalités; la plus grande de ces différentes valeurs de α réſoudra la queſtion; & les termes qui forment l'égalité ou les égalités d'où elle eſt déduite, deviendront les plus petits. On partira enſuite du dernier de ces termes, c'eſt à dire de celui qui eſt le plus éloigné du commencement de la ſérie, & on l'égalera ſucceſſivement à chacun des ſuivans, en tirant la valeur de α de chacune de ces égalités; la plus grande de ces différentes valeurs de α réſoudra auſſi la queſtion, & rendra les plus petits les termes qui ont produit l'égalité ou les égalités d'où cette valeur de α réſulte. On partira de nouveau du dernier de ces termes & on opérera comme nous venons de le dire; & ainſi de ſuite, tant qu'il y aura des termes dans la ſérie. On trouvera de cette maniere toutes les valeurs de α qui peuvent réſoudre la queſtion, & on

trouvera d'abord la plus grande, enſuite les autres ſuivant l'ordre de leur grandeur en diminuant.

Cette méthode a ſur celles de Mrs. Tailor & Stirling non ſeulement l'avantage d'être purement analytique, mais encore celui de pouvoir toujours être appliquée avec la même facilité, quels que ſoient les nombres donnés m, n, m', n', m'', n'' &c., entiers ou fractionnaires, ou même irrationels.

Soit par exemple la ſérie de ſix termes 0, $\alpha+3$, $2\alpha+1$, $4\alpha-5$, $5\alpha+2$, $6\alpha-3$; en égalant d'abord le premier terme 0 à chacun des ſuivans, on trouve ces valeurs de α, -3, $-\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$, $-\frac{2}{5}$, $\frac{3}{6}$, dont la plus grande eſt $\frac{5}{4}$, qui réſulte de la comparaiſon du premier & du quatrieme terme; on égalera maintenant le quatrieme terme $4\alpha-5$, à chacun des deux ſuivans, & on trouvera ces valeurs de α, -7, -1, dont la plus grande eſt -1 qui réſulte de la comparaiſon du quatrieme terme & du dernier. Ainſi l'opération eſt achevée & les valeurs convenables de α ſont $\frac{5}{4}$ & -1. En effet, ſi on ſubſtitue ces valeurs, la ſérie devient dans le premier cas 0, $\frac{17}{4}$, $\frac{3}{2}$, 0, $\frac{33}{4}$, $\frac{9}{2}$, & dans le ſecond cas 0, 2, -3, -9, -3, -9.

5. La méthode précédente ſervira donc à trouver toutes les valeurs qu'on peut donner à l'expoſant α (N°. 3); & pour déterminer les valeurs correſpondantes du coëfficient a, il n'y aura qu'à égaler à zéro la ſomme des coëfficiens des termes de l'équation, dont les expoſans deviendront égaux, & en même tems les plus petits.

Ainſi, par exemple, la quantité α^{v} étant la plus grande (N°. préc.), pour avoir la valeur correſpondante du coëfficient a, il faudra égaler à zéro la ſomme des deux coëfficiens $a^{m}A$ & $a^{m^{v}}A^{v}$, ce qui donne l'équation

$$Aa^{m}+A^{v}a^{m^{v}}=0, \quad \text{d'où l'on tire } a=\left(-\frac{A}{A^{v}}\right)^{\frac{1}{m^{v}-m}}; \quad \text{\& ſi les}$$

deux quantités a''' & a^{v} étoient en même tems égales & les plus grandes, on égaleroit à zéro la ſomme des trois coëfficiens $a^{m}A$, $a^{m'''}A'''$, $a^{m^{v}}A^{v}$, ce qui donneroit $Aa^{m}+A'''a^{m'''}+A^{v}a^{m^{v}}=0$, ſavoir en diviſant par a^{m},

$A + A'''a^{m'''-m} + A^{v}a^{m^{v}-m} = 0$; d'où l'on tireroit a; & ainsi du reste.

Il peut arriver au reste que par les réductions du N°. 3 l'équation se trouve réduite à un seul terme comme $a^{m}Ax^{m\alpha+n}$; dans ce cas il faudra faire $A = 0$, ce qui donnera une équation qui servira à déterminer la quantité α, c'est à dire l'exposant; & le coëfficient a demeurera absolument indéterminé & par conséquent arbitraire. Ce cas doit nécessairement arriver dans la résolution des équations différentielles, qui admettent des constantes arbitraires; mais il ne pourra jamais avoir lieu lorsqu'il s'agira d'équations finies.

6. Si dans le probleme du N°. 4 on vouloit déterminer le nombre α en sorte que deux ou plusieurs termes de la série donnée devinssent égaux, & en même tems plus grands qu'aucun des autres termes, la solution seroit la même, avec cette seule différence qu'au lieu de prendre pour la valeur de α la plus grande des quantités α', α'', α''' &c. il faudroit au contraire en prendre la plus petite; & il faudroit continuer ainsi à prendre toujours la plus petite des valeurs de α tirées des différentes égalités; c'est ce qui est aisé à démontrer par les mêmes principes. Par cette méthode on pourra déterminer la valeur de y en x dans l'hypothese de x infiniment grande, en suivant le même procédé que nous avons prescrit dans les N°. 3 & 4, à cela près que si après la substitution de ax^{α} à la place de y il se trouve différentes puissances de x dans les exposans desquelles il y ait le même multiple de α, il ne faudra retenir que celle de ces puissances dont l'exposant sera le plus grand.

Si on détermine de cette maniere les termes ξ, ξ', ξ'' &c. de la fraction continue, elle sera alors d'autant plus convergente que x sera plus grande.

Ainsi on pourra toujours trouver pour chaque valeur de y deux différentes fractions continues; & si l'une de ces fractions est finie, l'autre le sera aussi nécessairement, puisque ces fractions étant réduites en fractions ordinaires doivent être identiques.

7. Soit proposée une équation différentielle de la forme suivante qui est très générale

$$N + Py + Qy^2 + R\frac{dy}{dx} = 0,$$

N, P, Q, R étant des fonctions quelconques de x.

Si on substitue dans cette équation $\frac{\xi}{1+y'}$ à la place de y (N°. 1) on aura cette transformée en y'

$$N' + P'y' + Q'y'^2 + R'\frac{dy'}{dx} = 0,$$

dans laquelle

$$N' = N + P\xi + Q\xi^2 + R\frac{d\xi}{dx},$$
$$P' = 2N + P\xi + R\frac{d\xi}{dx},$$
$$Q' = N,$$
$$R' = -R\xi.$$

En substituant de même, dans cette derniere équation, $\frac{\xi'}{1+y''}$ à la place de y', on aura cette nouvelle transformée

$$N'' + P''y'' + Q''y''^2 + R''\frac{dy''}{dx} = 0$$

dans laquelle

$$N'' = N' + P'\xi' + Q'\xi'^2 + R'\frac{d\xi'}{dx},$$
$$P'' = 2N' + P'\xi' + R'\frac{d\xi'}{dx},$$
$$Q'' = N',$$
$$R'' = -R'\xi';$$

& ainsi de suite.

Maintenant pour déterminer les quantités ξ, ξ', ξ'' &c. il n'y aura qu'à faire dans ces différentes équations $y = ax^{\alpha}$, $y' = bx^{\beta}$, $y'' = cx^{\gamma}$ &c. & déterminer ensuite les exposans α, β, γ &c. ainsi que les coëfficiens correspondans a, b, c &c. par les méthodes exposées ci-dessus.

On aura ainsi $\xi = a x^{\alpha}$, $\xi' = b x^{\beta}$, $\xi'' = c x^{\gamma}$ &c.

S'il arrive que dans quelqu'une des équations transformées, le premier terme qui ne renferme point $y'''^{\&c.}$ s'évanouisse, on pourra alors satisfaire à cette équation en faisant $y'''^{\&c.} = 0$; de cette maniere l'opération sera terminée, & l'on aura pour la valeur de y une fraction continue finie. Cela arrivera donc lorsque l'une de ces quantités N', N'', N''', N^{IV} &c. sera nulle.

On n'aura cependant par ce moyen qu'une valeur incomplette de y, à moins que les coëfficiens a, b, c &c. ne renferment déja une constante arbitraire. Pour trouver dans tous les autres cas la valeur complette de y, il faudra intégrer l'équation en $y'''^{\&c.}$; ce qui est toujours possible.

En effet, comme $N'''^{\&c.} = 0$, cette équation sera

$$P'''^{\&c.} y'''^{\&c.} + Q'''^{\&c.} y'''^{\&c.\,2} + R'''^{\&c.} \frac{dy'''^{\&c.}}{dx} = 0;$$

laquelle en faisant $y'''^{\&c.} = \frac{1}{z}$ se change en celle-ci

$$P'''^{\&c.} z + Q'''^{\&c.} - R'''^{\&c.} \frac{dz}{dx} = 0,$$

qu'on voit bien être intégrable par les méthodes connues, puisque z n'y est qu'à la premiere dimension.

Appliquons ces regles à quelques exemples.

8. Soit l'équation

$$my + (1 + x)\frac{dy}{dx} = 0,$$

dans laquelle on demande la valeur de y en x par une fraction continue d'autant plus convergente que x sera plus petite.

Substituant d'abord $a x^{\alpha}$ à la place de y, & divisant par $a x^{\alpha}$, on a $m + \alpha + \frac{\alpha}{x} = 0$; dans l'hypothese de x très petite cette équation se réduit à $\frac{\alpha}{x} = 0$; donc $\alpha = 0$, & le coëfficient a demeure indéterminé.

On aura ainsi $\xi = a$, & la transformée en y' sera après les réductions

$$-m - my' + (1 + x)\frac{dy'}{dx} = 0.$$

On fera dans cette équation $y' = bx^{\beta}$, ce qui la réduira à $-m + b(\beta - m)x^{\beta} + b\beta x^{\beta - 1} = 0$; négligeant la puissance x^{β} vis à vis de $x^{\beta-1}$, on aura simplement $-m + b\beta x^{\beta-1} = 0$; donc $\beta = 1$, $b = m$.

On aura donc $\xi' = mx$, & la transformée en y'' deviendra

$$(m-1)x + (1 + (m-1)x)y'' + y''^2 + (1 + x)x\frac{dy''}{dx} = 0.$$

Faisant $y'' = cx^{\gamma}$, & négligeant d'abord la puissance $x^{\gamma+1}$ vis à vis de x^{γ}, on aura l'équation $(m-1)x + c(1+\gamma)x^{\gamma} + c^2x^{2\gamma} = 0$; je range les trois exposans ainsi, 1, γ, 2γ, & égalant successivement le premier terme de cette série aux deux suivans, j'ai $\gamma = 1$, $\gamma = \frac{1}{2}$; la plus grande de ces deux valeurs étant la premiere, je l'adopte pour γ; & comme cette valeur vient de la comparaison du premier terme avec le second, je puis encore égaler le second au troisieme, ce qui donnera $\gamma = 0$; mais cette valeur n'est point admissible parce que γ doit être > 0 (N°. 1). J'ai donc uniquement $\gamma = 1$; & égalant à zéro la somme des coëfficiens des deux puissances x & x^{γ}, je trouve, à cause de $\gamma = 1$, $c = -\frac{m-1}{2}$.

Ainsi on aura $\xi'' = -(m-1)\frac{x}{2}$; & la transformée en y''' sera

$$-\frac{m+1}{4}x + \left(1 - \frac{m}{2}x\right)y''' + y'''^2 + (1+x)x\frac{dy'''}{2dx} = 0.$$

On fera $y = ex^{\epsilon}$ & on trouvera par le même procédé que ci-dessus $\epsilon = 1$, $e = \frac{m+1}{6}$.

Donc on aura $\xi''' = \frac{m+1}{3} \cdot \frac{x}{2}$, & la transformée en y^{IV} se trouvera de cette forme

$$\frac{2(m-2)}{9}x + \left(1 + \frac{(m-1)}{3}x\right)y^{\text{IV}} + y^{\text{IV}\,2} + (1+x)x\frac{dy^{\text{IV}}}{3dx} = 0.$$

On tirera de là $\xi^{iv} = -\frac{m-2}{3}\cdot\frac{x}{2}$, & enſuite viendra la transformée en y^{v}

$$-\frac{m+2}{8}x + \left(1 - \frac{m}{4}x\right)y^{v} + y^{v2} + (1+x)x\frac{dy^{v}}{4dx} = 0.$$

On en conclura $\xi^{v} = \frac{m+2}{5}\cdot\frac{x}{2}$, & il en réſultera cette transformée en y^{vi}

$$\frac{3(m-3)}{25}x + \left(1 + \frac{m-1}{5}x\right)y^{vi} + y^{vi2} + (1+x)x\frac{dy^{v}}{5dx} = 0.$$

De là on trouvera $\xi^{vi} = \frac{m-3}{5}\cdot\frac{x}{2}$, & l'on aura cette transformée en y^{vii}

$$-\frac{m+3}{12}x + \left(1 - \frac{m}{5}x\right)y^{vii} + y^{vii2} + (1+x)x\frac{dy^{vii}}{dx} = 0.$$

On tirera de là $\xi^{vii} = \frac{m+3}{7}\cdot\frac{x}{2}$, & la transformée en y^{viii} ſera

$$\frac{4(m-4)}{49}x + \left(1 + \frac{m-1}{6}x\right)y^{viii} + y^{viii2} + (1+x)x\frac{dy^{viii}}{dx} = 0.$$

Et ainſi de ſuite.

Donc on aura pour la valeur de y cette fraction continue

$$y = \cfrac{a}{1 + \cfrac{mx}{1 - \cfrac{(m-1)\frac{x}{2}}{1 + \cfrac{\frac{m+1}{3}\cdot\frac{x}{2}}{1 - \cfrac{\frac{m-1}{3}\cdot\frac{x}{2}}{1 + \cfrac{\frac{m+2}{5}\cdot\frac{x}{2}}{1 - \cfrac{\frac{m-3}{5}\cdot\frac{x}{2}}{1 + \cfrac{\frac{m+3}{7}\cdot\frac{x}{2}}{1 - \&c.}}}}}}}}$$

Et comme cette expreſſion de y renferme une conſtante arbitraire a elle doit être regardée comme complette.

Si m eſt un nombre entier quelconque poſitif ou négatif, la fraction continue s'arrête, & par conſéquent la valeur de y eſt finie; ſi non la fraction continue ira à l'infini.

9. Si ou reprend l'équation propoſée $my + (1 + x)\frac{dy}{dx} = 0$, & & qu'on l'integre après l'avoir multipliée par $\frac{dx}{(1+x)y}$, on aura $ly + ml(1+x) = lk$, k étant une conſtante arbitraire; d'où l'on tire $y = \frac{k}{(1+x)^m}$; or en faiſant $x = 0$, on a ici $y = k$; & dans l'expreſſion du N°. préc. on a $y = a$ lorſque $x = 0$; donc $k = a$; donc $(1+x)^m = \frac{a}{y}$; donc

$$(1+x)^m = 1 + \cfrac{mx}{1 - (m-1)\frac{x}{2}\cfrac{}{1 + \frac{m+1}{3}\cdot\frac{x}{2}\cfrac{}{1 - \frac{m-2}{3}\cdot\frac{x}{2}\cfrac{}{1 + \frac{m+2}{5}\cdot\frac{x}{2}\cfrac{}{1 - \frac{m-3}{5}\cdot\frac{x}{2}\cfrac{}{1 + \frac{m+3}{7}\cdot\frac{x}{2}\cfrac{}{1 - \frac{m-4}{7}\cdot\frac{x}{2}\cfrac{}{1 + \&c.}}}}}}}}$$

Cette expreſſion de la puiſſance d'un binome, en fraction continue, eſt aſſez remarquable, tant par ſa ſimplicité que parce qu'elle a l'avantage d'être finie pour toutes les puiſſances entieres tant poſitives que négatives. On pourroit auſſi la déduire de la formule de NEWTON par une diviſion continuelle,

nuelle, en opérant comme ſi on vouloit chercher le plus grand commun diviſeur entre l'unité & cette formule; c'eſt ce qu'a déja fait M. Lambert dans le ſecond volume de ſes *Beytræge* &c.; mais quoique la fraction continue qu'on trouve de cette maniere s'accorde dans le fond avec la précédente, elle ſe préſente néanmoins ſous une forme beaucoup moins ſimple & moins élégante. (Voyez le §. 30 du IIIe Mémoire de l'Ouvrage cité.)

10. Comme la quantité $(1+x)^m$ devient, dans le cas de m infiniment petit, $1+m\,\mathrm{l.}(1+x)$, on aura en ſuppoſant m infiniment petit dans la fraction continue ci-deſſus, & diviſant par m après avoir retranché l'unité de part & d'autre,

$$\mathrm{l.}(1+x) = \cfrac{x}{1+\cfrac{\frac{x}{2}}{1+\cfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{x}{2}}{1+\cfrac{\frac{2}{3}\cdot\frac{x}{2}}{1+\cfrac{\frac{2}{5}\cdot\frac{x}{2}}{1+\cfrac{\frac{3}{5}\cdot\frac{x}{2}}{1+\cfrac{\frac{3}{7}\cdot\frac{x}{2}}{1+\cfrac{\frac{4}{7}\cdot\frac{x}{2}}{1+\&c.}}}}}}}}$$

Et ſi on met $\frac{x}{m}$ à la place de x, qu'enſuite on ſuppoſe m infiniment grand, ce qui donne $\left(1+\frac{x}{m}\right)^m = e^x$, on aura

$$e^x = 1 + \cfrac{x}{1 - \cfrac{\frac{x}{2}}{1 + \frac{1}{3}\cdot\cfrac{\frac{x}{2}}{1 - \frac{1}{3}\cdot\cfrac{\frac{x}{2}}{1 + \frac{1}{5}\cdot\cfrac{\frac{x}{2}}{1 - \frac{1}{5}\cdot\cfrac{\frac{x}{2}}{1 + \frac{1}{7}\cdot\cfrac{\frac{x}{2}}{1 - \&c.}}}}}}}$$

11. On peut encore simplifier ces fractions continues, & en général toute fractioo contioue de la forme $\cfrac{\xi}{1+\cfrac{\xi'}{1+\cfrac{\xi''}{1+\cfrac{\xi'''}{1+\&c.}}}}$

Pour cela je confidere que la fraction $\cfrac{p}{1+\frac{q}{1+r}}$ fe réduit à celle-ci $\frac{p(1+r)}{1+q+r} = \frac{p(1+q+r)-pq}{1+q+r} = p - \frac{pq}{1+q+r}$; ainfi on aura d'abord $\cfrac{\xi}{1+\cfrac{\xi'}{1+\cfrac{\xi''}{1+\&c.}}} = \xi - \cfrac{\xi\xi'}{1+\xi'+\cfrac{\xi''}{1+\&c.}}$ & tranformant de même $\cfrac{\xi''}{1+\cfrac{\xi'''}{1+\cfrac{\xi^{IV}}{1+\&c.}}}$ en $\xi'' - \cfrac{\xi''\xi'''}{1+\xi'''+\cfrac{\xi^{IV}}{1+\&c.}}$ & aiofi de fuite, la fraction propofée deviendra de cette forme

$$\xi - \cfrac{\xi\xi'}{1+\xi'+\xi''-\cfrac{\xi''\xi'''}{1+\xi'''+\xi^{\text{iv}}-\cfrac{\xi^{\text{iv}}\xi^{\text{v}}}{1+\xi^{\text{v}}+\xi^{\text{vi}}-\cfrac{\xi^{\text{vi}}\xi^{\text{vii}}}{1+\&c.}}}},$$

Et si on ne commence les transformations précédentes qu'au second terme $\frac{\xi'}{1+\&c.}$, on aura une fraction de la forme suivante

$$\cfrac{\xi}{1+\xi'-\cfrac{\xi'\xi''}{1+\xi''+\xi'''-\cfrac{\xi''\xi'''}{1+\xi^{\text{iv}}+\xi^{\text{v}}-\cfrac{\xi^{\text{iv}}\xi^{\text{v}}}{1+\&c.}}}}$$

12. Si on applique ces réductions à la formule du N°. 9, on aura ces deux-ci:

$$(1+x)^m = 1+mx+\cfrac{m(m-1)\frac{x^2}{2}}{1-\frac{(m-2)x}{1.3}+\cfrac{\frac{(m+1)(m-2)}{9}\cdot\frac{x^2}{4}}{1-\frac{(m-2.4)x}{3.5}+\cfrac{\frac{(m+2)(m-3)}{25}\cdot\frac{x^2}{4}}{1-\frac{(m-2.9)x}{5.7}+\&c.}}}$$

$$(1+x)^m = 1+\cfrac{mx}{1+(1-m)\frac{x}{2}+\cfrac{\frac{m^2-1}{3}\cdot\frac{x^2}{4}}{1+\frac{x}{2}+\cfrac{\frac{m^2-4}{3.5}\cdot\frac{x^2}{4}}{1+\frac{x}{2}+\cfrac{\frac{m^2-9}{5.7}\cdot\frac{x^2}{4}}{1+\frac{x}{2}+\&c.}}}}$$

D'où, en supposant m infiniment petit ou infiniment grand, on déduira les suivantes

$$l(1+x) = x - \cfrac{\frac{x^2}{2}}{1 + \frac{2x}{3} - \cfrac{\frac{7x^2}{4.9}}{1 + \frac{2.4x}{3.5} - \cfrac{\frac{2.2x^2}{4.25}}{1 + \frac{2.9x}{5.7} - \cfrac{\frac{3.4x^2}{4.49}}{1 + \&c.}}}}$$

$$e^x = 1 + x + \cfrac{\frac{x^2}{2}}{1 - \frac{x}{3} + \cfrac{\frac{x^2}{4.9}}{1 - \frac{x}{3.5} + \cfrac{\frac{x^2}{4.25}}{1 - \frac{x}{5.7} - \cfrac{\frac{x^2}{4.49}}{1 - \&c.}}}}$$

$$l(1+x) = \cfrac{x}{1 + \frac{x}{2} - \cfrac{\frac{1}{3}.\frac{x^2}{4}}{1 + \frac{x}{2} - \cfrac{\frac{4}{3.5}.\frac{x^2}{4}}{1 + \frac{x}{2} - \cfrac{\frac{9}{5.7}.\frac{x^2}{4}}{1 + \&c.}}}}$$

$$e^x = 1 + \cfrac{x}{1 - \frac{x}{2} + \cfrac{\frac{x^2}{3.4}}{1 + \cfrac{\frac{x^2}{3.5.4}}{1 + \cfrac{\frac{x^2}{5.7.4}}{1 + \cfrac{\frac{x^2}{7.9.4}}{1 + \&c.}}}}}$$

13. Soit pour abréger

$$s = 1 + \cfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{x^2}{4}}{1 + \cfrac{\frac{1}{3\cdot 5}\cdot\frac{x^2}{4}}{1 + \cfrac{\frac{1}{5\cdot 7}\cdot\frac{x^2}{4}}{1 + \cfrac{\frac{1}{7\cdot 9}\cdot\frac{x^2}{4}}{1 + \&c.}}}}$$

on aura par la derniere formule $e^x = 1 + \cfrac{x}{s - \frac{x}{2}}$; d'où l'on tire

$$s = \frac{x}{e^x - 1} + \frac{x}{2} = \frac{x}{2} \times \frac{e^x + 1}{e^x - 2} = \frac{x}{2} \times \frac{e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}}{e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}}};$$

donc si on met partout à la place de x, $2x\sqrt{-1}$, la valeur de s sera $\frac{x \operatorname{cof} x}{\operatorname{fin} x} = \frac{x}{\operatorname{tang} x}$; de sorte qu'on aura $\operatorname{tang} x = \frac{x}{s}$; donc

$$\operatorname{tang} x = \cfrac{x}{1 - \cfrac{\frac{x^2}{3}}{1 - \cfrac{\frac{x^2}{3\cdot 5}}{1 - \cfrac{\frac{x^2}{5\cdot 7}}{1 - \cfrac{\frac{x^2}{7\cdot 9}}{1 - \&c.}}}}}$$

Cette expression de la tangente par l'arc s'accorde dans le fond avec celle que M. Lambert a donnée dans les Mémoires de 1761, & qu'il a déduite des séries connues du sinus & du cosinus, divisées l'une par l'autre suivant le procédé qui sert à trouver le plus grand commun diviseur.

14. Considérons maintenant l'équation

$$1 - (1 + x^2)\frac{dy}{dx} = 0,$$

& cherchons par notre méthode la valeur de y en x exprimée par une fraction continue d'autant plus convergente que x est plus petite dans la supposition de $n > 0$.

On trouvera 1°. $\xi = x$, & l'on aura cette transformée en y'

$$-x^n + (1 - x^n)y' + y'^2 + (1 + x^n)x\frac{dy'}{dx} = 0.$$

2°. On aura $\xi' = \frac{x^n}{n+1}$; & de là

$$-\frac{n^2x^n}{(n+1)^2} + \left(1 - \frac{n-1}{n+1}x^n\right)y'' + y''^2 + (1+x^n)x\frac{dy''}{(n+1)dx} = 0.$$

3°. On aura $\xi'' = \frac{n^2x^n}{(n+1)(2n+1)}$; & de là

$$-\frac{(n+1)^2x^n}{(2n+1)^2} + \left(1 - \frac{x^n}{2n+1}\right)y''' + y'''^2 + (1+x^n)x\frac{dy'''}{(2n+1)dx} = 0.$$

4°. On aura $\xi''' = \frac{(n+1)^2x^n}{(2n+1)(3n+1)}$; & de là

$$-\frac{4n^2x^n}{(3n+1)^2} + \left(1 - \frac{n-1}{3n+1}x^n\right)y^{\text{iv}} + y^{\text{iv}\,2} + (1+x^n)x\frac{dy^{\text{iv}}}{(3n+1)dx} = 0.$$

5°. On aura $\xi^{\text{iv}} = \frac{4n^2x^n}{(3n+1)(4n+1)}$; & de là

$$-\frac{(2n+1)^2x^n}{(4n+1)^2} + \left(1 - \frac{x^n}{4n+1}\right)y^{\text{v}} + y^{\text{v}\,2} + (1+x^n)x\frac{dy^{\text{v}}}{(4n+1)dx} = 0.$$

6°. On aura $\xi^{\text{v}} = \frac{(2n+1)^2x^n}{(4n+1)(5n+1)}$; & de là

$$-\frac{9n^2x^n}{(5n+1)^2} + \left(1 - \frac{n-1}{5n+1}x^n\right)y^{\text{vi}} + y^{\text{vi}\,2} + (1+x^n)x\frac{dy^{\text{vi}}}{(5n+1)dx} = 0.$$

7°. On aura $\xi^{\text{vi}} = \frac{9n^2x^n}{(5n+1)(6n+1)}$; & de là

$$-\frac{(3n+1)^2x^n}{(6n+1)^2} + \left(1 - \frac{x^n}{6n+1}\right)y^{\text{vii}} + y^{\text{vii}\,2} + (1+x^n)x\frac{dy^{\text{vii}}}{(6n+1)dx} = 0.$$

8°. On aura $\xi^{\text{vii}} = \frac{(3n+1)^2x^n}{(6n+1)(7n+1)}$; & de là &c.

Ainsi on aura pour la valeur de y cette fraction continue

$$y = \cfrac{x}{1 + \cfrac{\cfrac{x^n}{n+1}}{1 + \cfrac{\cfrac{n^2 x^n}{(n+1)(2n+1)}}{1 + \cfrac{\cfrac{(n+1)^2 x^n}{(2n+1)(3n+1)}}{1 + \cfrac{\cfrac{(2n)^2 x^n}{(3n+1)(4n+1)}}{1 + \cfrac{\cfrac{(2n+1)^2 x^n}{(4n+1)(5n+1)}}{1 + \cfrac{\cfrac{(3n)^2 x^n}{(5n+1)(6n+1)}}{1 + \cfrac{\cfrac{(3n+1)^2 x^n}{(6n+1)(7n+1)}}{1 + \&c.}}}}}}}}$$

Or l'équation différentielle proposée donne par l'intégration

$$y = \int \frac{dx}{1+x^n}$$

par conséquent la valeur de cette intégrale sera représentée par la fraction continue que nous venons de trouver.

15. Si on fait $n = 1$, alors $y = l(1+x)$, & la fraction continue qui exprime la valeur de y reviendra au même que celle que nous avons trouvée plus haut (N°. 10).

Si on fait $n = 2$, alors $y = \text{arc. tang}\, x$; ainsi on aura pour l'expression de l'arc par sa tangente, cette fraction continue

$$\text{arc. tang}\, x = \cfrac{x}{1 + \cfrac{\cfrac{x^2}{3}}{1 + \cfrac{\cfrac{4x^2}{3.5}}{1 + \cfrac{\cfrac{9x^2}{5.7}}{1 + \cfrac{\cfrac{16x^2}{7.9}}{1 + \cfrac{\cfrac{25x^2}{9.11}}{1 + \&c.}}}}}}$$

Cette derniere expreſſion a auſſi déjà été trouvée par M. Lambert dans l'Ouvrage cité, d'après la ſérie $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \&c.$, mais ſous une forme moins ſimple que la précédente.

16. On voit par le N°. 14 que les valeurs ξ, ξ', ξ'' &c. ne vont pas en diminuant; de ſorte que quelque loin que l'on pouſſe la fraction continue, on ne ſera jamais en droit de négliger les termes ſuivans. Mais ſi les valeurs dont il s'agit ne vont pas en diminuant, elles convergent cependant vers une même quantité, & cette circonſtance donne le moyen de trouver à très peu près la valeur du reſte de la fraction continue.

Pour cet effet on n'a qu'à conſidérer les différentes transformées en y', y'', y''' &c. & l'on verra que la transformée μ^{eme} ſera repréſentée ainſi

$$-\frac{\left(\frac{\mu}{2}n\right)^2 x^n}{((\mu-1)n+1)^2} + \left(1 - \frac{(n-1)x^n}{(\mu-1)n+1}\right)y^\mu + (y^\mu)^2$$
$$+ (1+x^n)x\frac{dy^\mu}{((\mu-1)n+1)dx} = 0$$

ſi μ eſt pair, & de cette maniere

$$-\frac{\left(\frac{\mu-1}{2}n+1\right)^2 x^n}{((\mu-1)n+1)^2} + \left(1 - \frac{x^n}{(\mu-1)n+1}\right)y^\mu + (y^\mu)^2$$
$$+ (1+x^n)x\frac{dy^\mu}{((\mu-1)n+1)dx} = 0$$

ſi μ eſt impair.

Or, ſi μ eſt un nombre fort grand, alors il eſt viſible que le premier terme ſe réduit toujours à $-\frac{x^n}{4}$, & que les autres termes ſe réduiſent à ceux-ci $y^\mu + (y^\mu)^2$; de ſorte qu'on a dans ce cas la transformée

$$-\frac{x^n}{4} + y^\mu + (y^\mu)^2 = 0$$

d'où l'on tire en général

$$y^\mu = \frac{-1 \pm \sqrt{(1+x^n)}}{2};$$

mais

mais les valeurs de y devant être nulles lorſque $x = 0$, on aura

$$y^n = \frac{-1+\sqrt{(1+x^n)}}{2}.$$

Donc, lorſqu'on aura pouſſé aſſez loin la fraction continue du N°. 14, il faudra, ſi l'on veut s'arrêter, ajoûter après l'unité dans le dénominateur de la derniere fraction la quantité que nous venons de trouver, ou bien on donnera à la derniere fraction pour dénominateur la quantité $\frac{1+\sqrt{(1+x^n)}}{2}$.

On pourra en uſer de même dans tous les cas ſemblables.

17. Soit encore propoſée cette équation différentielle

$$1 + 2mxy - y^2 + nx^2\frac{dy}{dx} = 0,$$

dans laquelle on demande la valeur de y en x par une fraction continue d'autant plus convergente que x ſera plus petite.

On trouvera 1°. $\xi = 1$, & la transformée en y' ſera

$$-2mx - (2 + 2mx)y' - y'^2 + nx^2\frac{dy'}{dx} = 0.$$

On aura 2°. $\xi' = -mx$; & de là

$$(m-n)x - (2 + (n-2m)x)y'' - 2y''^2 + nx^2\frac{dy''}{dx} = 0.$$

On aura 3°. $\xi'' = \frac{m-n}{2}x$; & de là

$$-(m+n)x - (2 + 2mx)y''' - 2y'''^2 + nx^2\frac{dy'''}{dx} = 0.$$

On aura 4°. $\xi''' = -\frac{m+n}{2}x$; & de là

$$(m-2n)x - (2 + (n-2m)x)y^{\text{IV}} - 2y^{\text{IV}2} + nx^2\frac{dy^{\text{IV}}}{dx} = 0.$$

On aura 5°. $\xi^{\text{IV}} = \frac{m-2n}{2}x$; & de là

$$-(m+2n)x - (2 + 2mx)y^{\text{V}} - 2y^{\text{V}2} + nx^2\frac{dy^{\text{V}}}{dx} = 0.$$

On aura 6°. $\xi^{v} = -\frac{m+2n}{2}x$; & de là

$$(m-3n)x-(2+(n-2m)x)y^{vi}-2y^{vi\,2}+nx^2\frac{dy^{vi}}{dx} = 0.$$

On aura 7°. $\xi^{vi} = \frac{m-3n}{2}x$; & de là &c.

Ainſi la valeur de y ſera exprimée par cette fraction continue

$$y = \cfrac{1}{1-mx\cfrac{}{1+\frac{m-n}{2}x\cfrac{}{1-\frac{m+n}{2}x\cfrac{}{1+\frac{m-2n}{2}x\cfrac{}{1-\frac{m+2n}{2}x\cfrac{}{1+\frac{m-3n}{2}x\cfrac{}{1-\&c.}}}}}}}$$

laquelle ſe terminera, comme l'on voit, toutes les fois que l'on aura $m = \lambda n$, λ étant un nombre quelconque entier poſitif, ou négatif.

Dans ce cas on aura donc une valeur finie de y; mais cette valeur ne ſera pas complette, puiſqu'elle ne contient aucune conſtante arbitraire.

Pour la completter on ſuivra la méthode enſeignée dans le N°. 7.

En effet, en conſidérant les différentes transformées en y', y'', y''' &c. on voit aiſément que la transformée μ^{eme} ſera, en ſuppoſant $m = \frac{\mu}{2}n$ lorſque μ eſt pair, & $m = -\frac{\mu-1}{2}n$ lorſque μ eſt impair,

$$-(2-(\mu-1)x)y^{\mu}-2(y^{\mu})^2+nx^2\frac{dy^{\mu}}{dx} = 0$$

laquelle en faiſant $y^{\mu} = \frac{1}{z}$ devient

$$\overline{(2-(\mu-1)x)z}+2+\frac{nx^2\,dz}{dx} = 0;$$

d'où l'on tire par l'intégration

$$z = \left(k - \frac{2}{n}\int e^{-\frac{2}{nx}} x^{-\frac{\mu+2n-1}{n}} dx\right) e^{\frac{2}{nx}} x^{\frac{\mu-1}{n}},$$

k étant une conſtante arbitraire.

Donc, lorſque dans la fraction continue qui exprime la valeur de y, il arrivera qu'un des numérateurs deviendra nul, ce qui fera diſparoître le reſte de la fraction, il faudra pour avoir la valeur complette de y écrire après l'unité dans le dénominateur de la derniere fraction partielle la quantité $\frac{1}{z}$, en prenant pour μ le rang de cette fraction.

Par exemple, lorſque $m = n$, on a $y = \cfrac{1}{1 - \cfrac{nx}{1+0}}$; comme la ſérie ſe termine à la ſeconde fraction, je fais $\mu = 2$, ce qui me donne

$$z = \left(k - \frac{2}{n}\int e^{-\frac{2}{nx}} x^{-\frac{1+2n}{n}} dx\right) e^{\frac{2}{nx}} x^{\frac{1}{n}}$$

& j'ai, pour la valeur complette de y, l'expreſſion

$$y = \cfrac{1}{1 - \cfrac{nx}{1 + \frac{1}{z}}}.$$

Et ainſi des autres cas ſemblables.

18. Si dans l'équation différentielle du N°. préc. on fait $x = at^{\alpha}$, $y = bt^{\beta}u$, t & u étant de nouvelles variables, elle devient, après les ſubſtitutions & les réductions,

$$\frac{du}{dt} + \frac{2m\alpha + n\beta}{n} \cdot \frac{u}{t} - \frac{\alpha b}{na} t^{\beta-\alpha-1} u^2 + \frac{\alpha}{nab} t^{-\alpha-\beta-1} = 0;$$

laquelle étant comparée à la forme générale de l'équation de Ricati

$$\frac{du}{dt} - At^p u^2 + Bt^q = 0$$

donne

$$\alpha = -\frac{p+q+2}{2}, \quad \beta = \frac{p-q}{2}, \quad \frac{m}{n} = \frac{p-q}{2(p+q+2)},$$

$$a = \frac{\alpha}{n\sqrt{AB}}, \qquad b = \sqrt{\left(\frac{A}{B}\right)};$$

de ſorte qu'il reſte encore une indéterminée n, qu'on peut faire égale à tout ce que l'on veut.

L'équation dont il s'agit ſera donc intégrable toutes les fois que les expoſans p & q ſeront tels que la valeur de $\frac{m}{n}$, ſavoir la quantité $\frac{p-q}{2(p+q+2)}$, ſera égale à un nombre entier quelconque poſitif ou négatif; ainſi les conditions de l'intégrabilité de l'équation

$$\frac{du}{dt} - At^p u^2 + Bt^q = 0$$

ſeront renfermées dans cette égalité

$$q = \frac{(1-2\lambda)p - 4\lambda}{1+2\lambda},$$

λ étant un nombre entier quelconque poſitif, ou négatif; ce qui s'accorde avec ce que l'on ſait déjà.

19. Comme la forme des fractions continues eſt peu commode pour les opérations algébriques, nous allons réduire ces fractions en fractions ordinaires, ce qui donnera lieu à des conſéquences importantes ſur la nature de ces mêmes fractions.

Pour cela il n'y a qu'à reprendre les formules $y = \frac{\xi}{1+y'}$, $y' = \frac{\xi'}{1+y''}$, $y'' = \frac{\xi''}{1+y'''}$ &c. (N°. 1) & ſubſtituer ſucceſſivement dans la premiere les valeurs de y', y'' &c. données par les ſuivantes; ce qui donnera

$$y = \frac{\xi}{1+y'}, \qquad \frac{\xi+\xi y''}{1+\xi'+y''}, \qquad \frac{\xi+\xi\xi''+\xi y'''}{1+\xi'+\xi''+(1+\xi'')y'''} \quad \&c.;$$

mais pour rendre plus ſenſible l'ordre qui regne entre ces formules ſucceſſives on fera les deux ſéries

$$P = 0, \quad P' = \xi, \quad P'' = P\xi' + P', \quad P''' = P'\xi'' + P'',$$
$$P^{IV} = P''\xi''' + P''' \quad \&c.$$

$$Q = 1, \quad Q' = 1, \quad Q'' = Q\xi' + Q', \quad Q''' = Q'\xi'' + Q'',$$
$$Q^{IV} = Q''\xi''' + Q''' \quad \&c.$$

& l'on aura

$$y = \frac{Py' + P'}{Qy' + Q'}, \quad \frac{P'y'' + P''}{Q'y'' + Q''}, \quad \frac{P''y''' + P'''}{Q''y''' + Q'''}, \quad \frac{P'''y^{IV} + P^{IV}}{Q'''y^{IV} + Q^{IV}} \quad \&c.$$

De sorte qu'il n'y aura plus qu'à substituer dans ces expressions les valeurs de ξ, ξ', ξ'' &c., ainsi que celle de la derniere des quantités y', y'', y''' &c. pour avoir la valeur complette de y.

20. Je remarque maintenant que comme les quantités y', y'', y''' &c. sont nécessairement comprises entre les limites ∞ & 0, si on substitue successivement ces valeurs extremes à leur place, on aura cette série de fractions rationelles

$$\frac{P}{Q}, \quad \frac{P'}{Q'}, \quad \frac{P''}{Q''}, \quad \frac{P'''}{Q'''}, \quad \frac{P^{IV}}{Q^{IV}} \quad \&c.$$

qui convergeront nécessairement vers la vraie valeur de y.

Pour prouver cette convergence & en déterminer la quantité pour chaque fraction, considérons les différences $\frac{Py' + P'}{Qy' + Q'} - \frac{P}{Q}$, $\frac{P'y'' + P''}{Q'y'' + Q''} - \frac{P'}{Q'}$ &c. lesquelles se réduisent à $\frac{P'Q - Q'P}{Q(Qy' + Q')}$, $\frac{P''Q' - Q''P'}{Q'(Q'y'' + Q'')}$ &c. or on trouve $P'Q - Q'P = \xi$, $P''Q' - Q''P' = (Q'P - P'Q)\xi' = -\xi\xi'$, $P'''Q'' - Q'''P'' = (Q''P' - P''Q')\xi'' = \xi\xi'\xi''$ & ainsi de suite; donc les différences dont il s'agit, c'est à dire les excès de la vraie valeur de y sur les fractions $\frac{P}{Q}$, $\frac{P'}{Q'}$, $\frac{P''}{Q''}$ &c. seront $\frac{\xi}{Q(Qy' + Q')}$, $-\frac{\xi\xi'}{Q'(Q'y'' + Q'')}$, $\frac{\xi\xi'\xi''}{Q''(Q''y''' + Q''')}$ &c.

D'où l'on voit que si l'une des quantités ξ', ξ'', ξ''' &c. devient nulle, auquel cas la fraction continue est finie, la fraction correspondante dans la suite $\frac{P}{Q}$, $\frac{P'}{Q'}$, $\frac{P''}{Q''}$ &c. donnera la valeur exacte de y.

En général, comme les quantités ξ', ξ'', ξ''' &c. sont toujours très petites lorsque x est supposé très petit (N°. 1) & qu'il en est de même des

quantités y', y'', y''' &c. il est clair que dans cette supposition les quantités Q, Q', Q'' &c. deviendront égales à l'unité, & que les quantités Qy', $Q'y''$, $Q''y'''$ &c. deviendront nulles vis à vis de celles-là; donc en supposant x très petit, les excès de y sur les fractions $\frac{P}{Q}$, $\frac{P'}{Q'}$, $\frac{P''}{Q''}$ &c. se réduiront à ξ, $-\xi\xi'$, $\xi\xi'\xi''$ &c.; par conséquent ces fractions seront exactes, aux quantités des ordres ξ, $\xi\xi'$, $\xi\xi'\xi''$ &c. près.

21. Prenons l'exemple du N°. 8, où l'on a trouvé $\xi = a$, $\xi' = mx$, $\xi'' = -(m-1)\frac{x}{2}$, $\xi''' = \frac{m+1}{3}\cdot\frac{x}{2}$, $\xi^{\text{IV}} = -\frac{m-2}{3}\cdot\frac{x}{2}$ &c. on trouvera les formules suivantes, où je suppose pour plus de simplicité $a = 1$,

$$P = 0,$$
$$P' = 1$$
$$P'' = 1$$
$$P''' = 1 - \frac{(m-1)}{2}x$$
$$P^{\text{IV}} = 1 - \frac{(m-2)}{3}x$$
$$P^{\text{V}} = 1 - \frac{2(m-2)}{4}x + \frac{(m-2)(m-1)}{4\cdot 3}x^2$$
$$P^{\text{VI}} = 1 - \frac{2(m-3)}{5}x + \frac{(m-3)(m-2)}{5\cdot 4}x^2$$
$$P^{\text{VII}} = 1 - \frac{3(m-3)}{6}x + \frac{3(m-3)(m-2)}{6\cdot 5}x^2 - \frac{(m-3)(m-2)(m-1)}{6\cdot 5\cdot 4}x^3$$
$$P^{\text{VIII}} = 1 - \frac{3(m-4)}{7}x + \frac{3(m-4)(m-3)}{7\cdot 6}x^2 - \frac{(m-4)(m-3)(m-2)}{7\cdot 6\cdot 5}x^3$$
$$P^{\text{IX}} = 1 - \frac{4(m-4)}{8} + \frac{6(m-4)(m-3)}{8\cdot 7}x^2 - \frac{4(m-4)(m-3)(m-2)}{8\cdot 7\cdot 6}x^3$$
$$+ \frac{(m-4)(m-3)(m-2)(m-1)}{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}x^4$$

&c.

$$Q = 1,$$
$$Q' = 1$$
$$Q'' = 1 + mx$$
$$Q''' = 1 + \frac{(m+1)x}{2}$$
$$Q^{IV} = 1 + \frac{2(m+1)}{3}x + \frac{(m+1)m}{3.2}x^2$$
$$Q^{V} = 1 + \frac{2(m+2)}{4}x + \frac{(m+2)(m+1)}{4.3}x^2$$
$$Q^{VI} = 1 + \frac{3(m+2)}{5}x + \frac{3(m+2)(m+1)}{5.4}x^2 + \frac{(m+2)(m+1)m}{5.4.3}x^3$$
$$Q^{VII} = 1 + \frac{3(m+3)}{6}x + \frac{3(m+3)(m+2)}{6.5}x^2 + \frac{(m+3)(m+2)(m+1)}{6.5.4}x^3$$
$$Q^{VIII} = 1 + \frac{4(m+3)}{7}x + \frac{6(m+3)(m+2)}{7.6}x^2 + \frac{4(m+3)(m+2)(m+1)}{7.6.5}x^3 + \frac{(m+3)(m+2)(m+1)m}{7.6.5.4}x^4$$
$$Q^{IX} = 1 + \frac{4(m+4)}{8}x + \frac{6(m+4)(m+3)}{8.7}x^2 + \frac{4(m+4)(m+3)(m+2)}{8.7.6}x^3 + \frac{(m+4)(m+3)(m+2)(m+1)}{8.7.6.5}x^4$$

&c.

Or nous avons vu dans le N°. 9 que la valeur de y eſt $= \frac{a}{(1+x)^m}$; ainſi faiſant $a = 1$ on aura pour la valeur de $(1+x)^{-m}$ les fractions $\frac{P}{Q}$, $\frac{P'}{Q'}$, $\frac{P''}{Q''}$ &c. leſquelles ſeront exactes, aux quantités près des ordres x^0, x, x^2, x^3 &c.

Donc, ſi on renverſe ces fractions, ou ce qui revient au même, ſi on fait m négatif, & qu'on néglige les deux premieres fractions, on aura les approximations ſuivantes vers la valeur de $(1+x)^m$

$$1+mx,$$

$$\frac{1+\frac{m+1}{2}x}{1-\frac{m-1}{2}x},$$

$$\frac{1+\frac{2(m+1)}{3}x+\frac{(m+1)m}{3.\,2}x^2}{1-\frac{m-2}{3}x},$$

$$\frac{1+\frac{2(m+2)}{4}x+\frac{(m+2)(m+1)}{4.\,3}x^2}{1-\frac{2(m-2)}{4}x+\frac{(m-2)(m-1)}{4.\,3}x^2},$$

$$\frac{1+\frac{3(m+2)}{5}x+\frac{3(m+2)(m+1)}{5.\,4}x^2+\frac{(m+2)(m+1)m}{5.\,4.\,3}x^3}{1-\frac{2(m-3)}{5}x+\frac{(m-3)(m-2)}{5.\,4}x^2},$$

$$\frac{1+\frac{3(m+3)}{6}x+\frac{3(m+3)(m+2)}{6.\,5}x^2+\frac{(m+3)(m+2)(m+1)}{6.\,5.\,4}x^3}{1-\frac{3(m-3)}{6}x+\frac{3(m-3)(m-2)}{6.\,5}x^2-\frac{(m-3)(m-2)(m-1)}{6.\,5.\,4}x^3},$$

&c.

& ces expreſſions ſont exactes, aux quantités près des ordres x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7 &c., c'eſt à dire qu'elles ſont exactes juſqu'à la puiſſance de x incluſivement, qui ſera le produit des deux plus hautes puiſſances de x, dans le numérateur & dans le dénominateur; c'eſt de quoi on pourra ſi l'on veut ſe convaincre *a poſteriori* en réſolvant les fractions précédentes en ſéries & les comparant avec la ſérie $1+mx+\frac{m(m-1)}{2}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{2.\,3}x^3+$ &c.

On peut traiter de même les autres fractions continues que nous avons trouvées dans le cours de ce Mémoire & en tirer des concluſions ſemblables; c'eſt ſur quoi nous ne nous arrêterons pas, puiſque ce n'eſt qu'une affaire de pur calcul.

SUR

SUR
UN PROBLÊME DE GÉOMÉTRIE PLANE,
qu'on regarde comme fort difficile.

PAR MR. DE CASTILLON.

Je vais parler d'un Problême que je n'ai pas imaginé, & que pourtant, dans sa généralité, je n'ai vu proposé nulle part. Je dis *dans sa généralité*, parce que Pappus dans la Propos. 117, Probl. 40 de sa Collection, en propose un des cas les plus faciles, & en donne une solution qui ne peut pas s'appliquer aux autres cas. Selon mes conjectures, quelque Amateur de la Géométrie des Anciens généralisa le Problême de Pappus, &, ne l'ayant résolu qu'avec beaucoup de peine, ou, peut-être, ne l'ayant point résolu, il le proposa verbalement à quelqu'un qui couroit la même carriere. Celui-ci suivit l'exemple de son Prédécesseur; & de main en main le Problême est parvenu jusqu'à moi. Il semble que le petit nombre de Géometres qui le connoissoient, le gardoient pour embarrasser les autres dans les occasions. Je n'en sai de certain que ce qui me regarde: en voici l'histoire.

Feu Mr. Cramer, célebre Professeur à Geneve, & digne Membre externe de cet illustre Corps, m'honoroit de son amitié. Il s'apperçut que j'aimois beaucoup la méthode Géométrique des Anciens. Il en prit occasion en 1742 de me proposer le Problême en question, qu'il falloit résoudre par l'ancienne Analyse. „Dans ma jeunesse, me dit-il, j'avois le goût „que vous avez: un vieux Géometre, pour essayer mes forces en ce genre, „me proposa le Problême que je vous propose: tentez de le résoudre; & „vous verrez combien il est difficile."

Je l'entrepris: je trouvai quelques Théoremes, qui, à ce que je croyois, m'approchoient du but, mais qui ne purent m'y faire atteindre. Dans la suite de ce Mémoire on en trouvera quelques-uns qui viennent à

propos. Peu de temps après m'avoir parlé de ce Problême, Mr. Cramer par ses exhortations m'engagea à donner les Opuscules de Newton; & les soins que cette édition demandoit, me firent tellement oublier le Problême dont il s'agit, que je n'y songeai plus.

On m'en fit souvenir en 1755. Un des amis que j'avois à la Haye, étoit Mr. Bouquet, à qui je rendis justice dans le Mémoire *sur le terme général des séries recurrentes*, que je pris la liberté de soumettre au jugement de cette Compagnie, lorsqu'elle me fit l'honneur de me mettre au nombre de ses Membres externes. Depuis j'ai eu le plaisir de voir la bonne opinion que j'avois de mon Ami en qualité d'homme de lettres, confirmée par l'illustre Franklin (*), & le cas que j'en fesois comme militaire, justifié par les éloges de toute l'Angleterre (**).

Mr. Bouquet m'écrivit donc qu'un Anonyme avoit proposé à la Haye le Problême dont il s'agit, comme digne de l'attention des Géometres. Mr. Bouquet ajoûta qu'il ne doutoit pas de mon courage à l'attaquer, & de mon bonheur à m'en rendre maître. Les leçons que je devois donner à Utrecht, me laissoient très-peu de temps. Pendant quelques semaines, je l'employai à cette recherche; mais sans fruit. L'inutilité de mes efforts me piqua sans me décourager. Comme personne ne déclaroit publiquement avoir résolu ce Problême, je continuai à y travailler, mais seulement quand j'étois de loisir. Je fis bien des tentatives inutiles, je l'avoue. Enfin il me vint dans l'esprit qu'un Théorême de Pappus s'appliquoit naturellement à la Figure que j'avois construite. Je tentai cette application; & j'apperçus d'abord qu'elle me donnoit la solution désirée. C'est ainsi que j'y parvins; mais si tard qu'on ne parloit plus ni de l'Anonyme, ni de son Problême. Je mis donc ma solution parmi mes papiers, où je viens de la retrouver. J'ai cru que je ferois bien de la publier, pour épargner aux Géometres à venir la peine & la perte du temps que ce Problême pourroit leur coûter.

(*) Oeuvres de Mr. Franklin, traduites par Mr. Barbeu Dubourg, Tom. II. p. 182.

(**) Dans les papiers publics Anglois.

Je commence par le Théorême de Pappus, parce que sa démonstration ne nous est parvenue qu'imparfaite. Cet ancien Géometre se fonde sur un Lemme que nous n'avons plus. Celui que Commandin y substitue, est prouvé d'une maniere embarrassante. D'ailleurs il me falloit démontrer les converses du Théorême de Pappus. La démonstration que j'en donne, est, à peu près, telle que je l'écrivis à la marge de mon édition de Pappus, il y a trente-cinq ans, environ. Mon Fils en a inséré une partie comme un Corollaire de la Proposition 3 du Livre VI des Éléments d'Euclide. Je rapporte ici ce Corollaire, parce que tout le monde n'a pas l'Euclide de mon Fils.

Au reste le Théorême de Pappus est vrai pour les sections coniques, comme, entr'autres, le démontre Grandi dans son Traité des sections coniques, Prop. 35.

§. I.

THÉORÊME I. *Si d'un point* A *pris sur la circonférence d'un cercle, on tire sur son diametre* BC *une perpendiculaire* AD *qui rencontre de nouveau la circonférence en* E, *& une sécante* AF *qui rencontre en* G *le diametre* BC, *je dis que la jointe* EF *qui coupe le diametre en* H, *le coupe en sorte que* BG *est à* GC *comme* BH *à* HC. Pl. Fig.

DÉMONSTRATION. Joignez les droites AB, BE, BF, FC.

Puisque la droite AE est perpendiculaire sur le diametre BC, l'arc AB est égal à l'arc BE: donc l'angle ABC est égal à l'angle CBE, & l'angle AFB à l'angle BFE.

L'angle BFC est droit: donc les angles AFB, CFI ensemble font un droit, & sont égaux à l'angle BFC. L'angle AFB a été prouvé égal à l'angle BFE: donc l'angle CFI est égal à l'angle CFH.

Ainsi l'angle HFI du triangle HFG est coupé en deux également par la droite FC: c'est pourquoi GC est à CH, comme GF à FH.

Mais aussi dans le même triangle, l'angle AFE est coupé en deux également par la droite FB, comme on vient de le prouver; donc GB est à BH, comme GF à FH.

Donc GC eſt à CH, comme GB à BH; & *alternando*, CG eſt à GB, comme CH à HB; & *invertendo*, BG à GC, comme BH à HC.

§. 2.

Fig. 2. THÉORÊME II. *Le reſte demeurant comme dans le Théorême I, ſi* BG *eſt à* GC, *comme* BH *à* HC, *je dis que la* AE *eſt perpendiculaire ſur le diametre* BC.

DÉMONSTRATION. Si la droite AE n'eſt pas perpendiculaire ſur la BC, que la AK le ſoit.

Joignez la KF qui rencontre la BC en L.

Puiſque la AK eſt perpendiculaire ſur le diametre BC, & que l'on a joint la KF, comme BG à GC, ainſi BL à LC. (Théor. I.)

Mais, par la ſuppoſition, comme BG à GC, ainſi BH à HC donc BL à LC, comme BH à HC; & *alternando*, HB à BL, comme HC à CL: & dans une proportion l'antécédent d'une raiſon eſt plus grand que ſon conſéquent, tandis que l'antécédent de l'autre raiſon eſt plus petit que ſon conſéquent: ce qui eſt abſurde.

§. 3.

Fig. 1. THÉOREME III. *Si la droite* AE *dans un cercle eſt perpendiculaire ſur le diametre* BC *que la* AF *rencontre en* G, *& ſi* BG *eſt à* GC *comme* BH *à* HC, *je dis que les* EH, FH *ſont en ligne droite.*

DÉMONSTRATION. Que les EH, FH faſſent, s'il eſt poſſible, un angle en H; on pourra par les points E, F tirer une droite qui rencontrera le diametre BC quelque part en L.

Donc BG eſt à GC, comme BL à LC. (Théor. I.)

Mais, par la ſuppoſition, BG eſt à GC, comme BH à HC: donc BL à LC, comme BH à HC, & *alternando*, LB eſt à BH, comme LC à CH, & l'on retombe dans l'abſurde du Théorême II.

§. 4.

COROLLAIRE. Il eſt manifeſte qu'un des points G, H tombe dans le cercle, & l'autre hors du cercle.

Et que la droite EF paſſe par H.

§. 5.

REMARQUE. Cette démonſtration ſuppoſe que *ſi l'angle extérieur d'un triangle eſt coupé en deux également par une droite qui rencontre la baſe du triangle, les parties de la baſe, depuis le ſommet d'un des angles ſur la baſe juſqu'au point où la droite qui coupe l'angle, rencontre la baſe; & depuis ce point de rencontre juſqu'au ſommet de l'autre angle du triangle, ſont proportionelles aux côtés contigus du triangle.* C'eſt un des cas de la Propoſ. 3 du Livre VI des Éléments d'Euclide; & on le démontre comme Euclide a démontré le cas qu'il rapporte.

§. 6.

PROBLÉME. Trois points, A, B, C *étant donnés, inſcrire dans un cercle* DEF *donné de grandeur & de poſition, un triangle, enſorte que ſes trois côtés (prolongés s'il le ſaut) paſſent par les trois points donnés.* Pl. VI. Fig. 3.

ou, ſuivant le ſtyle des Anciens,

Fléchir la ADB, *& mettre les* CF, FE *en ligne droite.*

ANALYSE. Soit fait; & ſoient E & F les points où les AD, BD rencontrent de nouveau le cercle.

Joignez deux des points donnés A & B.

Par F tirez la FG parallele à la AB; & ſoit G le point où la FG rencontre de nouveau le cercle.

Joignez la EG qui rencontre la AB en K.

Puiſque la FG eſt parallele à la AB, l'angle DFG eſt égal à l'angle DBA.

Mais les angles DFG, DEG enſemble, font deux droits.

Donc les angles DEK, DBK enſemble valent deux droits.

Par conſéquent les points D, E, K, B ſont à la circonférence d'un même cercle. Donc le rectangle de BA par AK eſt égal au rectangle de DA par AE.

Le rectangle de DA par AE eſt donné (Eucl. Dat. 92). Donc le rectangle de BA par AK eſt donné. Les points B & A ſont donnés: par conſéquent le point K eſt donné (Eucl. Dat. 57).

Soit L le centre du cercle donné. Par les points donnés K & L tirez la droite KL qui, prolongée autant qu'il eſt néceſſaire, rencontre le cercle en M & N.

La droite KL eſt donnée de grandeur & de poſition (Eucl. Dat. 26). Le cercle DMN eſt auſſi donné de grandeur & de poſition: donc les points M & N ſont donnés (Eucl. Dat. 88). Le point K eſt également donné: c'eſt pourquoi les droites MK, KN ſont données de grandeur (Eucl. Dat. 26): donc la raiſon de NK à KM eſt donnée.

Du point G tirez ſur la KN une perpendiculaire qui rencontre de nouveau la circonférence en O, & la droite KN en R. Joignez la EO qui rencontre la NK en Q.

Donc NQ eſt à QM, comme NK à KM (Théor. I, ou Prop. 156 du Livre VII de Pappus).

On a prouvé que la raiſon de NK à KM eſt donnée: donc auſſi la raiſon de NQ à QM eſt donnée. La NM (ſomme de ces deux termes) eſt donnée; c'eſt pourquoi chacun de ces deux termes eſt donné (Eucl. Dat. 7): donc le point Q eſt donné (Eucl. Dat. 27).

Ainſi des deux jambes de l'angle FEO, l'une FE paſſe par le point donné C, & l'autre EO par le point donné Q.

Du centre L du cercle donné tirez ſur la AB donnée de poſition la perpendiculaire LS: elle eſt donnée de poſition (Eucl. Dat. 30).

La droite LK eſt auſſi donnée de poſition: donc l'angle KLS eſt donné.

Soit T le point où la droite LS rencontre la FG parallele à la AB; chacun des angles LTG, LTF eſt donc droit.

Soit V le point où la FG rencontre la LK.

Les triangles GRV, LTV ont les angles GRV, LTV droits; & les angles GVR, LVT égaux; donc les triangles GRV, LTV ſont équiangles, & l'angle VGR eſt égal à l'angle VLT.

L'angle VLT ou KLS eſt donné: donc l'angle VGR eſt donné.

L'angle VGR eſt le même que l'angle FGO.

L'angle FGO eſt égal à l'angle FEO.

Donc l'angle FEO eſt donné.

L'angle FEO eſt le même que l'angle CEQ.

C'eſt pourquoi l'angle CEQ eſt donné.

Les points C & Q ſont donnés: c'eſt pourquoi la droite CQ eſt donnée de grandeur & de poſition (Eucl. Dat. 26); & le cercle duquel la droite CQ coupe un ſegment capable de l'angle donné CEQ, eſt donné. (Eucl. Dat. déf. 8)

Ainſi le point E où ce cercle rencontre le cercle donné EDF, eſt donné (Eucl. Dat. 25).

Et les droites CE, ED tirées par les points donnés C & E, E & A ſont données de poſition.

Donc les points F & D où ces droites rencontrent le cercle donné, ſont donnés.

Ainſi la droite DF qui paſſe par les points donnés D & F, eſt donnée.

§. 7.

REMARQUES. 1°. Dans cette analyſe j'ai cité la défin. 8 des *Data* d'Euclide pour prouver que le cercle duquel une droite donnée de grandeur & de poſition coupe un ſegment capable d'un angle donné, eſt donné de poſition & de grandeur. Cette Propoſition a beaucoup de rapport avec les Propoſitions 88 & 89 des *Data* d'Euclide. Cependant elle ne doit pas ſe trouver dans le Livre de cet ancien Géometre; qui n'a jamais recours aux conſtructions qu'il a données dans ſes Éléments. Quoi qu'il en ſoit, en voici la démonſtration appliquée à la ſolution qu'Euclide donne (Élém. Livre III. Prop. 33) du Problême, *ſur une droite donnée décrire un ſegment de cercle capable d'un angle donné.* Je dis donc que,

Si ſur une ligne droite donnée de grandeur & de poſition on décrit un cercle, tel que cette droite en coupe un ſegment capable d'un angle donné, ce cercle eſt donné de grandeur & de poſition.

DÉMONSTRATION. Soit AB la droite donnée de grandeur & de poſition. Le point C qui la coupe en deux également, eſt donné (Eucl. Dat. 7 & 27). Fig. 4.

La droite CD tirée perpendiculairement ſur la AB par le point donné C, eſt donnée de poſition (Eucl. Dat. 29).

La droite AE qui au point donné A fait avec la droite AB donnée de poſition, l'angle donné BAE, eſt auſſi donnée de poſition (Eucl. Dat. 29).

La droite AF tirée perdendiculairement par le point donné A ſur la AE donnée de poſition, eſt également donnée de poſition (Eucl. Dat. 29).

Donc le point G où ſe rencontrent les droites CD, AF données de poſition, eſt donné (Eucl. Dat. 25).

Et la droite GA eſt donnée de grandeur & de poſition (Eucl. Dat. 26).

C'eſt pourquoi le cercle décrit du centre G & de l'intervalle GA eſt donné de grandeur & de poſition (Eucl. Dat. Déf. 6).

Fig. 3. 2°. On a prouvé dans l'Analyſe qu'en géneral *la droite* FE *qui joint les deux points d'interſéction d'un cercle & d'une fléchie* ADB *fait avec la droite* EQ *un angle qui ou eſt égal à l'angle* KLS, *ou fait deux droits avec lui*, lorſque la droite LS eſt tirée perpendiculairement du centre du cercle donné ſur la droite qui joint les deux points deſquels on a fléchi la ADB; que la KL paſſe par le centre du cercle & par l'extrêmité de l'application du *rectangle dû* à un des points deſquels on a fléchi la ABD; & que NK eſt à KM comme NQ à QM.

3°. J'appelle *rectangle dû à un point* celui qui eſt égal au rectangle compris par les deux parties d'une droite qui paſſe par ce point & qui ſe termine au cercle: rectangle qui eſt donné quand le point & le cercle ſont donnés (Eucl. Dat. 92. 93).

4°. La démonſtration ne prouve l'égalité de l'angle donné KLS qu'avec l'angle qui a pour ſommet le point d'interſection du cercle & de la droite qui paſſe par le point auquel eſt dû le rectangle appliqué à la droite qui joint les deux points d'où part la fléchie.

5°. J'aurois pu mettre le Théoreme du N°. 2 de cette remarque en forme de Lemme avant mon Analyſe; & j'aurois pris ce parti, ſi je n'avois pas voulu donner la ſolution du Problême propoſé comme je l'avois trouvée.

§. 8.

§. 8.

CONSTRUCTION DU PROBLÊME. Joignez à volonté deux des trois points donnés A, B, C par exemple A & B. Pl. VII. Fig. 5.

Appliquez à la droite AB, depuis une de ses extrémités A, le quarré de la tangente tirée du même point A au cercle DEF.

Soit AK la hauteur de l'application. Joignez le point K & le centre L du cercle DEF par une droite qui rencontre le cercle en M & N.

Coupez le diametre MN en Q en sorte que NQ soit à QM, comme NK à KM.

Du centre L tirez sur la AB la perpendiculaire LS.

Joignez la CQ; & sur la CQ décrivez un segment de cercle capable de l'angle KLS, & qui rencontre en E le cercle DEF.

Joignez la CE qui rencontre en F le cercle DEF.

Joignez la EA qui rencontre en D le cercle DEF.

Enfin joignez les DF, FB: je dis qu'elles sont en ligne droite.

§. 9.

DÉMONSTRATION. Joignez la EQ qui rencontre le cercle en O, & la EK qui le rencontre en G, & la GO qui rencontre en R la NK.

Puisque la EK rencontre le cercle DEF en E & en G, & le diametre MN en K, & que la EO coupe ce diametre en Q de sorte que NQ est à QM comme NK à KM, la GO est perpendiculaire sur la NK (Théor. II.), & les angles LRG, LRO sont droits.

Joignez la GF qui rencontre la NK en V, & la LS en T.

L'angle OGF est égal à l'angle OEF, ou OEC, qui est dans le même segment $OGEDNF$.

L'angle OEC est, par la construction, égal à l'angle KLS ou VLT; donc l'angle OGF ou RGV est égal à l'angle VLT.

Les triangles RGV, TLV, ont de plus les angles GVR, LVT égaux: donc ces triangles sont équiangles, & l'angle VTL est égal à l'angle VRG. On a prouvé que l'angle VRG est droit; ainsi l'angle VTL est droit & égal à l'angle KSL, & par conséquent la droite GF est parallele à la AB.

Dans le quadrilatere $DEGF$, l'angle GFD fait deux droits avec l'angle DEG.

L'angle DEG fait deux droits avec l'angle KEA: donc l'angle KEA eſt égal à l'angle GFD.

Par la conſtruction, le rectangle de BA par AK eſt égal au rectangle de DA par AE: donc les points D, E, K, B ſont à la circonférence d'un même cercle: l'angle que la AB forme avec la droite tirée par les points B & D, fait deux droits avec l'angle DEK; par conſéquent il eſt égal à l'angle KEA, ou à ſon égal GFD.

Que, s'il eſt poſſible, la droite tirée par les points B & D rencontre en Z la droite GF; & l'angle ZBA eſt égal à l'angle GFD.

Puiſque les droites GZ, AB ſont paralleles, & qu'elles ſont rencontrées par la droite DZB, l'angle DZG eſt égal à l'angle ZBA, c'eſt à dire, à ſon égal GFD.

Donc dans le triangle FDZ l'angle extérieur GFD eſt égal à l'intérieur oppoſé; ce qui eſt abſurde. Donc &c.

§. 10.

REMARQUES. 1°. Les différents arrangements des points A, B, C peuvent mettre dans la Figure des diverſités qui exigeront quelques changements ſoit dans l'Analyſe, ſoit dans la démonſtration: mais ces changements ſeront légers & faciles à faire.

2°. Pour décrire ſur la donnée CQ le ſegment de cercle capable de l'angle donné KLS, il n'eſt pas néceſſaire de recourir à la conſtruction d'Euclide. On atteindra le même but en coupant la CQ en deux également en X par une perpendiculaire, & en faiſant ſur la droite CQ au point Q un angle égal à l'angle LKS; ou même en faiſant ſur la même droite aux points C & Q deux angles chacun égal à l'angle LKS.

3°. Lorſqu'un des points C & Q eſt dans le cercle donné & l'autre dehors, le cercle CQE coupe le cercle donné DEF en deux points E & e: alors il y a deux triangles EDF & edf qui ſatisfont au problême.

4°. Dans ce cas les angles CEQ, CeQ ſont néceſſairement l'un dans un des ſegments du cercle CQE, & l'autre dans l'autre ſegment:

donc ſi un de ces angles eſt aigu, l'autre eſt obtus. Et les angles FEQ, feQ ſont toujours de la même eſpece.

§. II.

On peut faire pour le point B, qui, par rapport au cercle, eſt du même côté que le point C, la conſtruction qu'on a faite pour le point A. La ſeconde conſtruction donnera les triangles qu'avoit donnés la premiere. Fig. 6

Pour appliquer notre Analyſe au point B, il faut du point E tirer la Eg parallele à la AB; joindre la Fg qui rencontre la AB en k: on prouvera comme ci-deſſus que le rectangle d'AB par Bk eſt égal au rectangle dû au point B.

Je dis que la Fk eſt égale à la GK, & que la kS eſt égale à la KS.

Car, par la conſtruction, les GF, Eg ſont chacune paralleles à la même AB; donc elles ſont paralleles entr'elles; & l'arc GE eſt égal à l'arc Fg.

Ajoutant de commun l'arc GNF, l'arc $EGNF$ eſt égal à l'arc $gFNG$.

L'angle EGF eſt égal à l'angle gFG; les Fk, GK ſont également inclinées entre les paralleles GF, AB: par conſéquent les Fk, GK ſont égales.

La droite LS partage en deux également les GF, Eg paralleles à la AB & terminées par les droites GK, Fk: donc elle partage auſſi en deux également la Kk. Ou bien

Les points K, E, D, B ſont à la circonférence du même cercle: donc les angles BKE, EDB enſemble valent deux droits.

De même, les points k, F, D, A, ſont à la circonférence du même cercle: donc les angles AkF, FDA enſemble valent deux droits.

C'eſt pourquoi les angles BKE, AkF ſont égaux: donc auſſi les angles AKE, BkF ſont égaux.

L'angle AKE eſt égal à l'angle KGF. L'angle BkF eſt égal à l'angle kFG. Donc les angles KGF, kFG ſont égaux.

Suppoſez que les GK, Fk, prolongées s'il le faut, rencontrent la LS, auſſi prolongée, en a & en b.

Les triangles GTa, FTb font égaux, puisqu'ils ont l'angle aGT ou KGF égal à l'angle kFT ou bFT; l'angle droit GTS égal à l'angle droit FTS, & le côté GT égal au côté FT: donc le côté Ta eſt égal au côté Tb; & le côté Ga au côté Fb: les points a & b coïncident; & le triangle aGF eſt iſoſcele.

Et puiſque la Kk eſt parallele à la GF, le triangle aKk eſt auſſi iſoſcele, & la GK eſt égale à la Fk.

Joignez les GL, FL. Les triangles GTL, FTL ſont égaux, puisqu'ils ont le côté GL égal au côté FL, le côté GT égal au côté FT, & le côté TL commun. Donc l'angle LGF eſt égal à l'angle LFG, & l'angle GLS à l'angle FLS.

C'eſt pourquoi l'angle LGK eſt égal à l'angle LFk.

Les triangles LGK, LFk, qui ont les côtés LG, GK égaux aux côtés LF, Fk, chacun à chacun, & l'angle compris LGK égal à l'angle compris LFk, ſont égaux. C'eſt pourquoi le côté LK eſt égal au côté Lk.

Ainſi le triangle LKk eſt iſoſcele. La LS eſt perpendiculaire ſur la baſe Kk de ce triangle: donc elle la coupe en deux également.

Puiſque la Lk eſt égale à la LK, la km eſt égale à la KM, & la kn à la KN.

Diviſez la nm en q en ſorte que nq ſoit à qm, comme nk à km, les kq, qn, qL feront reſpectivement égales aux KQ, QN, QL.

Les triangles Ltu, urg ſont équiangles; ce qu'on prouvera comme on l'a prouvé des triangles LTV, VRG: c'eſt pourquoi l'angle ugr ou Ego, ou ſon égal EFo eſt égal à l'angle tLu ou SLk, & par conſéquent à l'angle FEO.

Donc l'angle oFC, ou qFC fait deux droits avec l'angle EFo.

Mais, pour conſtruire le Problême, on doit ſur la Cq décrire un ſegment de cercle capable de l'angle qui fait deux droits avec l'angle EFo: donc cet arc paſſe par le point F; &, joignant la CF, on a le même point E qu'on avoit trouvé par l'arc $CeQE$.

On a vu qu'en tirant la droite Cef on a un ſecond triangle qui réſout le Problême. Je dis que l'arc de cercle CFq paſſe auſſi par le point f,

en ſorte qu'en joignant la Cf on retrouve le point e qu'on avoit trouvé par l'arc $CeQE$.

Car, par la conſtruction, la droite Cef joint les points d'interſection e, f du cercle EDF, & de la droite AdB flêchie à ce cercle depuis les points A & B; donc l'angle Cfq eſt égal à l'angle kLS ou à l'angle EFQ.

Donc l'angle Cfq fait deux droits avec l'angle qFC, & le cercle qui paſſe par les points C, F, & q, paſſe auſſi par le point f.

§. 12.

Je dis auſſi qu'on retrouvera les mêmes triangles, ſi l'on joint la AC, en prenant B pour troiſieme point; & ſi l'on joint la BC, en prenant A pour troiſieme point. Pl. VIII. Fig. 7.

D'abord, ſoit jointe la AC: ſoit le rectangle de CA par Ak, celui qui eſt dû au point A: ſoit tirée la kL qui rencontre le cercle en m & n: ſoit q le point qui diviſe la mn en ſorte que nq eſt à qm comme nk à km: & ſoient EDF, edf les triangles que l'on a trouvés en joignant la AB, & prenant C pour troiſieme point.

Joignez les Bq, Dq, & dq, & tirez la Ls perpendiculaire ſur la AC.

Puiſque la BD joint les points D & F, où la AEC flêchie depuis les points A & C au cercle EDF rencontre ce cercle,

1°. l'angle BDq eſt égal à l'angle kLs. Mais un des ſegments du cercle décrit ſur la droite Bq eſt capable de cet angle: donc ce ſegment paſſe par le point D; car, s'il paſſoit plus haut ou plus bas, il contiendroit un angle qui ne ſeroit pas égal à l'angle BDq.

Ainſi la jointe BD donne le même point F qu'avoit donné la CE. La CF donne donc le point E qu'on avoit trouvé par l'autre conſtruction &c.

2°. De même, puiſque la Bd joint les points d & f, où la AeC flêchie depuis les points A & C au cercle EDF rencontre ce cercle, l'angle Bdq fait deux droits avec l'angle kLs. Mais l'autre ſegment de cercle décrit ſur la Bq eſt capable de l'angle qui fait deux droits avec l'angle kLs: donc ce ſegment paſſe par le point d.

Si l'on joignoit la BC, en prenant le point A pour troisieme point, ce seroit la AD, ou la Ad qui joindroit les points D & E ou d & e, auxquels la BFC ou la BfC fléchie les points B & C au cercle EDF rencontre ce cercle; & en suivant les traces du raisonnement précédent on trouveroit enfin que cette construction donne les deux mêmes triangles que les autres constructions.

Ainsi l'on aura la même paire de triangles, quels que soient les deux points qu'on joint, & quelle que soit l'extrémité de la droite qui les joint, par laquelle on commence la construction.

§. 13.

Pl. IX. Fig. 8. Joignez la AL qui rencontre le cercle en a & en b; & que la SL le rencontre en c & en d.

Le quarré de LA, c'est à dire le rectangle de bA par Aa avec le quarré d'aL, est égal aux quarrés de LS & de SA, c'est à dire au rectangle de dS par Sc avec le quarré de cL, & au rectangle de kA par AK avec le quarré de KS.

Le quarré de La est égal au quarré de Lc: donc le rectangle de bA par Aa est égal aux rectangles de dS par Sc, de kA par AK, & au quarré de KS.

Par la construction le rectangle de bA par Aa est égal au rectangle de BA par AK, c'est à dire aux rectangles de Bk par KA, & de kA par AK; donc les rectangles de Bk par KA, & de kA par AK sont égaux aux rectangles de dS par Sc, de kA par AK, & au quarré de KS. Et, ôtant de côté & d'autre le rectangle de kA par AK, reste le rectangle de Bk par KA égal au rectangle de dS par Sc & au quarré de KS.

§. 14.

Pl. IX. & X. Fig. 9. 10. Le point K ne peut pas tomber en S quand la droite AB coupe le cercle, & que le point S tombe entre les points A & B.

Car, si les points A & B sont tous deux dans le cercle, ou un hors du cercle & l'autre dedans, puisque, par la construction, le rectangle de BA par AK est égal au rectangle de DA par AE; les points D, B, E, K sont à circonférence du même cercle. Le point A est dans ce

cercle, puisqu'il est à la corde DE; donc le point K tombe au delà des points B & A. Mais, par la supposition, le point S est entre les points A & B: donc le point K ne peut pas tomber en S.

Quand les points A & B sont tous deux hors du cercle qui rencontre la AB en e & f; puisque, par la construction, le rectangle de BA par AK est égal au rectangle de fA par Ae, & que, par la supposition, la BA est plus grande que la fA, la AK est plus petite que la Ae, & le point K est hors du cercle. Pl. X. Fig. 11

§. 15.

Lorsque le point K tombe en S, le point k y tombe aussi, la Bk devient égale à la BS, la AK à la AS, la SK s'évanouit & son quarré avec elle: donc il reste, par le §. 13, le rectangle d'AS par SB égal au rectangle de dS par Sc. Pl. XI. Fig. 12.

Prenez donc la Sg égale à la Sc; & les points d, g, A, B seront à la circonférence du même cercle.

§. 16.

Lorsque le rectangle d'AS par SB est égal au rectangle de dS par Sc, je dis que le rectangle de BA par AS est celui qui est dû au point A.

Car un de ces rectangles est celui de bA par Aa.

Or (Fig. 12) le rectangle de bA par Aa est l'excès du quarré d'AL sur le quarré de La.

Le quarré d'AL est égal aux quarrés de LS & SA ensemble: donc le rectangle de bA par Aa est égal à l'excès des quarrés de LS & SA, sur le quarré de La ou de Lc.

L'excès du quarré de LS sur le quarré de Lc est le rectangle de dS par Sc: donc le rectangle de bA par Aa est égal au rectangle de dS par Sc, & au quarré de SA.

Par la supposition, le rectangle de dS par Sc est égal au rectangle d'AS par SB: donc le rectangle de bA par Aa est égal au rectangle d'AS par SB & au quarré de SA; c'est à dire, au rectangle de BA par AS.

Mais (Fig. 13) le rectangle de bA par Aa eſt l'excès du quarré d'aL ſur le quarré de LA.

Le quarré de LA eſt égal aux quarrés de LS & de SA enſemble: donc le rectangle de bA par Aa eſt égal à l'excès du quarré d'aL ou Lc ſur les quarrés de LS & de SA.

L'excès du quarré de cL ſur le quarré de LS eſt le rectangle de dS par Sc; donc le rectangle de bA par Aa eſt égal à l'excès du rectangle de dS par Sc ſur le quarré de SA.

Par la ſuppoſition, le rectangle de dS par Sc eſt égal au rectangle d'AS par SB: donc le rectangle de bA par Aa eſt égal à l'excès du rectangle d'AS par SB ſur le quarré de SA; c'eſt à dire, au rectangle de BA par AS.

§. 17.

Puiſque (Fig. 12) le rectangle dû au point A eſt égal au rectangle de BS par SA, & au quarré d'AS, & que le rectangle de BS par SA eſt égal au rectangle de dS par Sc qui s'évanouit lorſque le point S tombe en c, ou que la AB touche le cercle; le rectangle de BA par AS s'évanouit auſſi dans ce cas: & le rectangle de la ſécante par ſa partie hors du cercle eſt égal au quarré de la tangente.

Ainſi la Prop. 36. du Livre III. d'Euclide eſt un cas particulier de la Propoſition générale que nous venons de prouver.

§. 18.

Fig. 12 13. Joignez la BL qui rencontre le cercle en i & h.

Pour la Fig. 12 on prouvera comme ci-deſſus que le rectangle d'AB par BS eſt égal au rectangle qui appartient au point B.

Pour la Fig. 13. on montrera de la même maniere que le rectangle d'iB par Bh eſt l'excès des quarrés de LS & SB ſur le quarré de Lh ou de Lc: donc le rectangle d'iB par Bh avec l'excès du quarré de cL ſur le quarré de LS, c'eſt à dire avec le rectangle de dS par Sc, eſt égal au quarré de SB: donc le rectangle d'iB par Bh eſt égal à l'excès du quarré de SB ſur le rectangle de dS par Sc, ou ſur le rectangle de BS par SA, qui lui eſt égal.

Le

Fig. I.

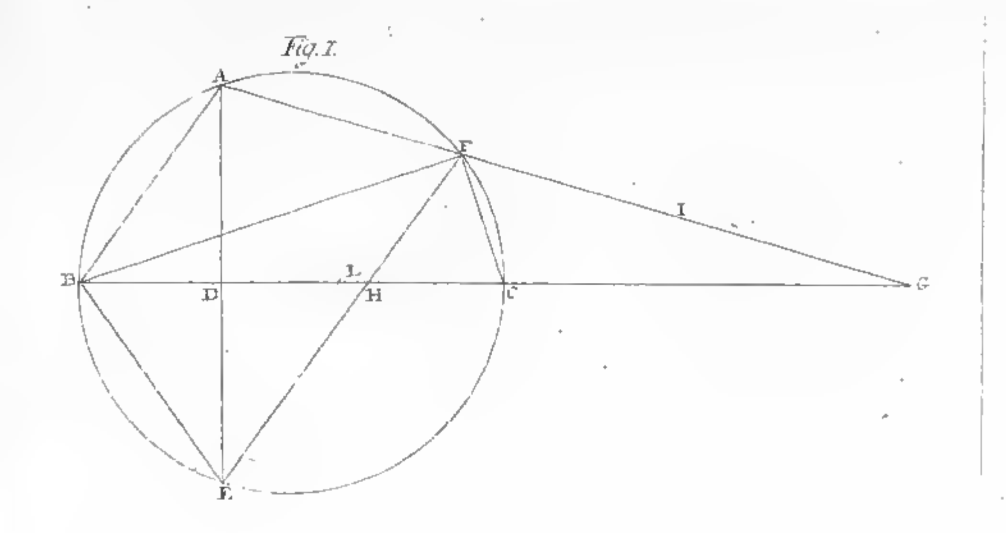
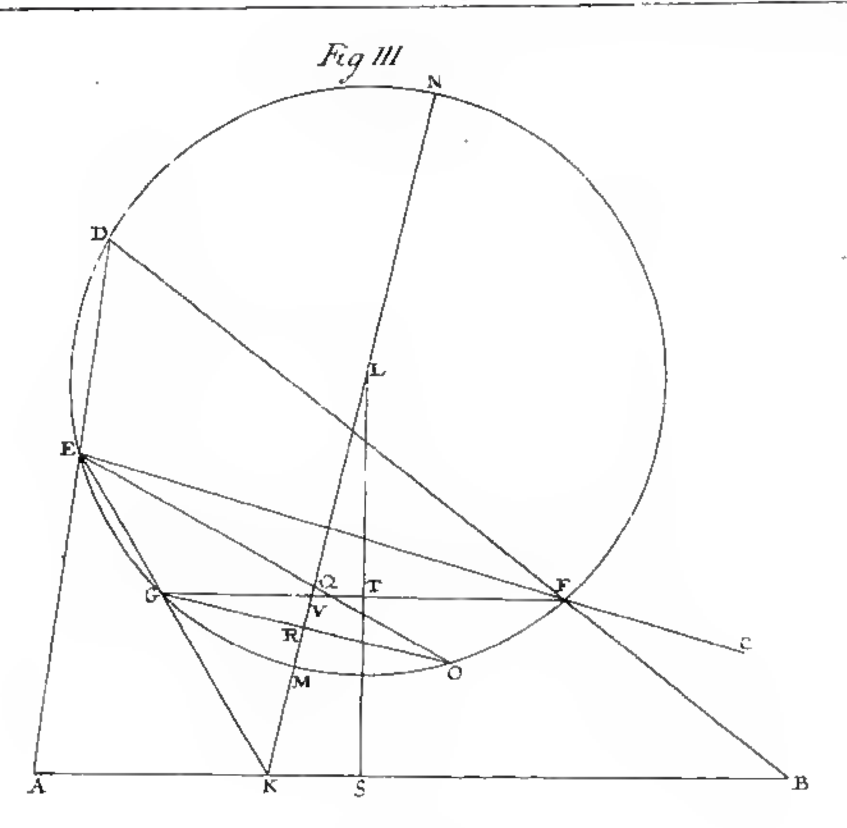


Fig. II

A
F
B
L'
H
L
G
K'
E
K


Fig III
N
D
L
E
Q
T
F
G
V
R
C
O
M
A
K
S
B

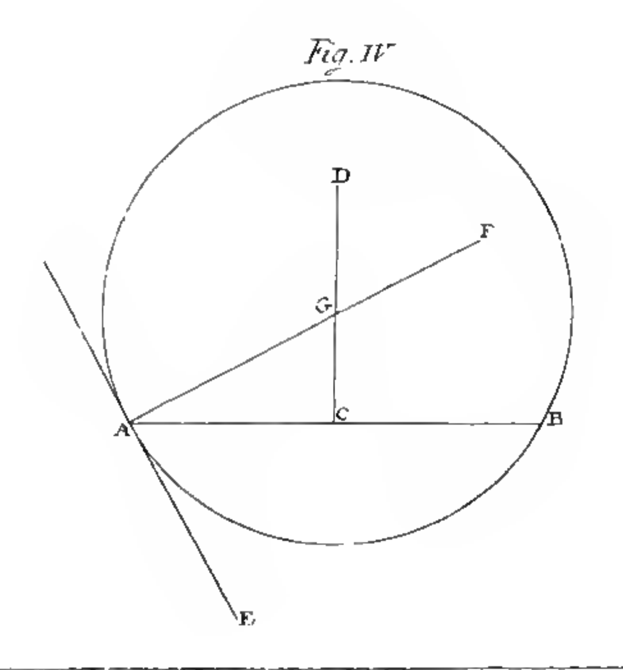

Fig. IV
D
F
G
C
A
B
E

Fig. V.

Fig. VI.

Fig. VII.

Fig. VIII.

Fig. IX.

Fig. X.

Fig. XI.

Fig. XII.

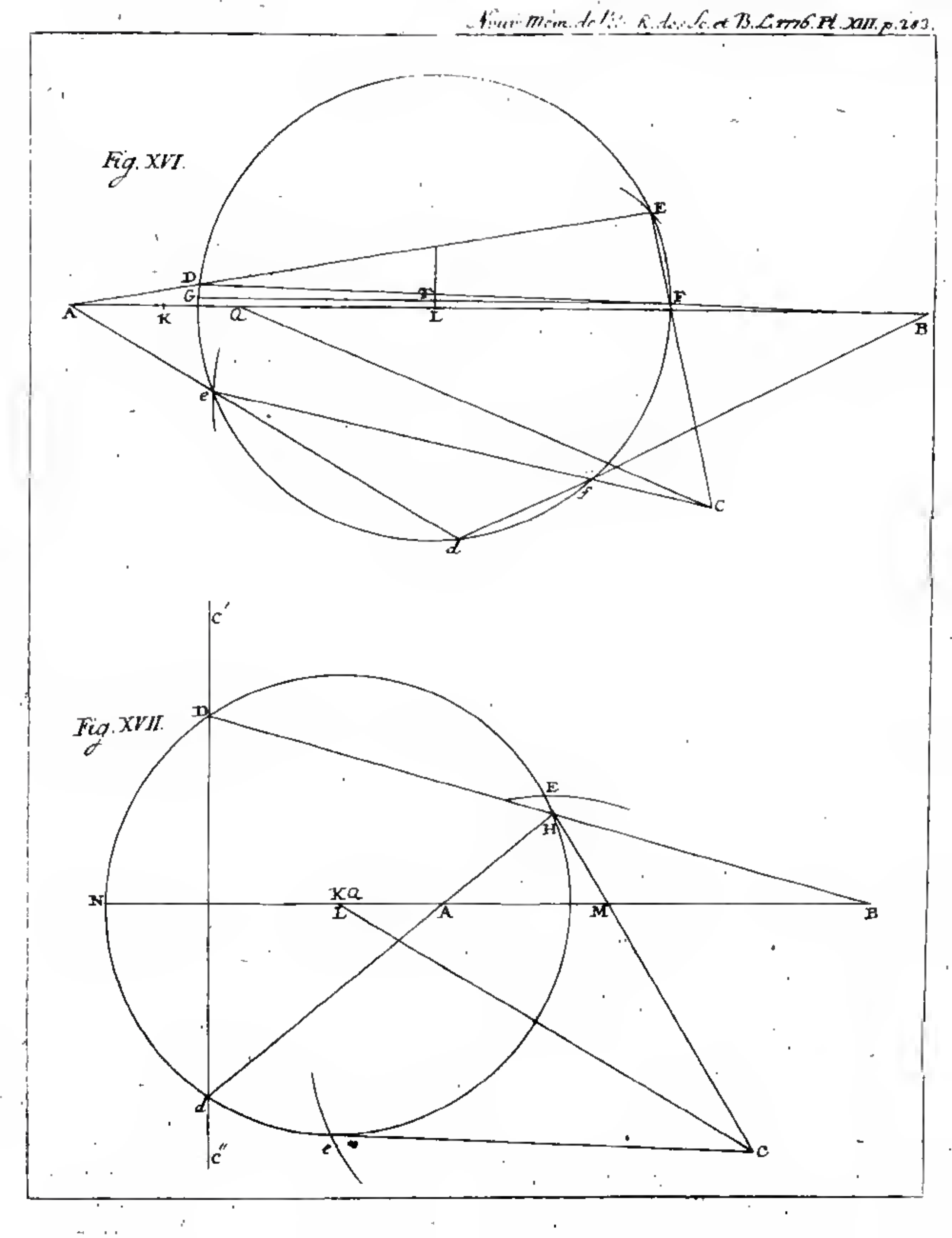
Fig. XIII.

Fig. XIV.

N
D
L
C Q F C
E
M d
A s K B

Fig. XV.

D N
C
F
L
s
K A B
d M E
c
Q


Fig. XVI.
E
D
G
g
F
A
K
Q
L
B
e
f
C
d
c′
Fig. XVII.
D
E
H
N
K Q
L
A
M
B
d
c″
e
C

Le rectangle d'iB par Bh eſt celui qui eſt dû au point B: l'excès du quarré de SB ſur le rectangle de BS par SA eſt le rectangle d'AB par BS: donc &c.

§. 19.

Il réſulte des §. 16 & 18 que, pour la Fig. 12, la ſomme du rectangle dû au point A & du rectangle dû au point B eſt égale au quarré d'AB, qui eſt la ſomme des rectangles de BA par AS, & de BA par BS.

Et pour la Fig. 13, que l'excès du rectangle dû au point B qui eſt hors du cercle, ſur le rectangle dû au point A qui eſt dans le cercle, eſt égal au quarré d'AB qui eſt l'excès du rectangle d'AB par BS ſur le rectangle de BA par AS.

§. 20.

Joignez les Ad, Bd qui rencontrent le cercle en m & l. Joignez auſſi les Al & Bm.

Je dis que les Al & Bm rencontrent la DS en c.

Car le rectangle de dA par Am eſt celui qui eſt dû au point A, & par conſéquent égal au rectangle de BA par AS: donc les points d, m, S, B ſont à la circonférence d'un cercle; & les angles dmB, dSB, qui ſont dans le même ſegment, ſont égaux. L'angle dSB eſt droit par la conſtruction: donc l'angle dmB eſt droit; & par conſéquent dans le demi-cercle. Les points d & m ſont au demi-cercle $dmac$; donc la droite mB paſſe par le point c.

On démontrera de même que la droite lA paſſe par le point c.

§. 21.

Dans la même ſuppoſition que le point K tombe en S, l'angle KLS s'évanouit, auſſi bien que l'angle CEQ qui lui eſt égal. Pl. XII. Fig. 14.

Dans ce cas, pour conſtruire le Problême dont il s'agit, il ſuffit de joindre la CQ; elle donne les points E, F.

Dans ce cas auſſi le point C peut être auſſi près ou auſſi loin du point Q que l'on voudra, & de tel côté du même point Q que l'on voudra, pourvu qu'il ſoit dans la même droite. Quelle que ſoit la diſtance du point C, on aura les mêmes triangles.

§. 22.

Pl. XIII. Fig. 16. Lorſque la droite AB paſſe par le centre du cercle donné, la KL tombe ſur la AB; & la LT perpendiculaire ſur la FG parallele à la AB, eſt auſſi perpendiculaire ſur la AB, & l'angle KLT eſt droit: donc dans ce cas le ſegment décrit ſur la droite CQ doit être un demi-cercle, puiſqu'il doit être capable d'un angle droit: c'eſt pourquoi la CQ eſt le diametre du cercle cherché.

§. 23.

Fig. 17. Quand la droite AB paſſe par le centre du cercle donné, & que NB eſt à BM, comme NA à AM, le rectangle dû au point A eſt égal au rectangle de NA par AM, qui eſt égal au rectangle de BA par AL: c'eſt pourquoi le point K des Figures précédentes tombe en L.

Pour trouver le point Q il faut faire NK à KM comme NQ à QM. Puiſque dans ce cas le point K tombe en L, la NK ou NL eſt égale à la KM ou LM: donc auſſi la NQ eſt égale à la QM, & le point Q tombe pareillement en L.

Ainſi pour conſtruire le Problême dans cette ſuppoſition, il faudroit joindre la LC, & décrire avec le diametre LC un cercle qui coupe le cercle donné en E & e. Enſuite il faudroit joindre les CE, Ce, qui devroient rencontrer le cercle donné chacune en deux points E & F, e & f; & les parties EF, ef devroient être chacune un des côtés des deux triangles qui réſolvent le Problême.

Mais les CE, Ce ſont tangentes au cercle donné; les parties EF, ef ſe réduiſent à deux points; & le Problême paroît toujours impoſſible dans ce cas.

Cependant il eſt quelquefois poſſible: c'eſt lorſque la perpendiculaire tirée du point C ſur la droite AB coupe le diametre MN, & par conſéquent rencontre le cercle en deux points D, d.

Car, joignez la BD qui rencontre le cercle en H; la Hd paſſe par le point A (Théor. III), & le triangle DHd réſout le Problême.

Lorſque les deux points *C* & *Q* ſont ou tous deux hors du cercle, ou tous deux dans le cercle, il ſe peut que le ſegment qui réſout le Problême touche le cercle donné en un ſeul point, & même qu'il ne le rencontre pas. Dans le premier cas le Problême n'a qu'une ſolution; dans le ſecond il eſt impoſſible. Il y a donc une *détermination* qu'il faudroit donner. Mais la détermination n'eſt bonne que lorſqu'elle épargne une partie conſidérable de la conſtruction: & j'avoue que je n'en ai pas pu trouver de telle pour le Problême.



SUR UNE NOUVELLE PROPRIÉTÉ DES SECTIONS CONIQUES.

PAR MR. DE CASTILLON.

Le lendemain du jour dans lequel je lus à l'Académie ma ſolution du Problême concernant le cercle & le triangle à inſcrire dans ce cercle, en ſorte que chaque côté paſſe par un de trois points donnés, Mr. de la Grange m'en envoya la ſolution algébrique ſuivante.

PROBLÉME.

Étant donné de grandeur & de poſition le cercle RMNP, *inſcrire dans ce cercle un triangle* MNP, *dont les trois côtés* NM, PM, PN, *prolongés s'il eſt néceſſaire, paſſent par trois points donnés* A, B, C.

SOLUTION ALGÉBRIQUE.

Pl. XIV. Fig. 1. Je tire des trois points donnés au centre O du cercle les droites AO, BO, CO; ces droites ſont données de grandeur & de poſition, parce qu'elles déterminent la poſition des trois points donnés A, B, C.

Nommant donc AO, a; BO, b; CO, c; l'angle AOM, m; l'angle AOC, n; les cinq quantités a, b, c, m, n ſont données & connues.

Je tire préſentement aux trois points M, N, P de la circonférence du cercle, où ſont les angles du triangle cherché MNP, les rayons OM, ON, OP: il eſt clair que ces trois lignes ſont données de grandeur, parce que le cercle eſt ſuppoſé donné de grandeur; mais leur poſition eſt inconnue, & c'eſt ce qu'il faut chercher.

Nommant donc l'angle AOM, x; l'angle AON, y; & l'angle AOP, z; la question sera réduite à trouver les valeurs des trois inconnues x, y, z.

Je nomme de plus le rayon du cercle, r.

Cela posé, je considere d'abord le triangle isoscele NOM, dans lequel on a l'angle au centre $NOM = y - x$: donc l'angle $ONM = \frac{180^\circ - y + x}{2} = 90^\circ - \frac{(y - x)}{2}$.

Ensuite je considere le triangle AON, dans lequel on a l'angle au centre $AON = y$, & l'angle $ONA = 90^\circ - \frac{(y - x)}{2}$: donc l'angle OAN sera $= 90^\circ - \frac{(y + x)}{2}$.

Donc, par la proportionalité des côtés aux sinus des angles opposés, on aura dans le même triangle,

$$AO : NO = \text{sin.}(ONA) : \text{sin.}(OAN):$$

savoir:

$$a : r = \text{sin.}\left(90^\circ - \frac{(y - x)}{2}\right) : \text{sin.}\left(90^\circ - \frac{(y + x)}{2}\right);$$

ou bien

$$a : r = \text{cos.}\frac{(y - x)}{2} : \text{cos.}\frac{(y + x)}{2};$$

d'où l'on tire l'équation

$$a \times \text{cos.}\frac{(y + x)}{2} = r \times \text{cos.}\frac{(y - x)}{2},$$

laquelle, par les Théorêmes connus, se réduit à celle-ci

$$a \times \left(\text{cos.}\frac{y}{2} \times \text{cos.}\frac{x}{2} - \text{sin.}\frac{y}{2} \times \text{sin.}\frac{x}{2}\right) =$$

$$r \times \left(\text{cos.}\frac{y}{2} \times \text{cos.}\frac{x}{2} + \text{sin.}\frac{y}{2} \times \text{sin.}\frac{x}{2}\right)$$

ou bien

$$(a - r) \times \text{cos.}\frac{y}{2} \times \text{cos.}\frac{x}{2} = (a + r) \times \text{sin.}\frac{y}{2} \times \text{sin.}\frac{x}{2}:$$

&, diviſant par $(a+r) \times \text{coſ.}\frac{y}{2} \times \text{coſ.}\frac{x}{2}$,

$$\text{tang.}\frac{x}{2} \times \text{tang.}\frac{y}{2} = \frac{a-r}{a+r} \quad - - - - - - \quad (1).$$

On trouvera une autre équation ſemblable en conſidérant d'abord le triangle iſoſcele POM, & enſuite tout le triangle POB: &, ſans faire un nouveau calcul, il ſuffira de ſubſtituer la ligne OB au lieu de la AO, & le rayon OP au lieu du rayon ON: donc au lieu d'a on aura b; au lieu de l'angle $MOA\,(x)$ on aura l'angle $MOB\,(x-m)$, & au lieu de l'angle $NOA\,(y)$ on aura l'angle $POB\,(z-m)$.

Donc la nouvelle équation ſera

$$\text{tang.}\frac{(x-m)}{2} \times \text{tang.}\frac{(z-m)}{2} = \frac{b-r}{b+r} \quad - - - - \quad (2).$$

Enfin on trouvera une troiſieme équation ſemblable par la conſidération du triangle iſoſcele PON, & du triangle POC; & pour cela il n'y aura qu'à mettre dans la premiere équation (1) à la place de la ligne $AC\,(a)$ la ligne $OC\,(c)$, à la place de l'angle $MOA\,(x)$ l'angle $NOC\,(y-n)$, & à la place de l'angle $NOA\,(y)$ l'angle $POC\,(z-n)$. De ſorte qu'on aura

$$\text{tang.}\frac{(y-n)}{2} \times \text{tang.}\frac{(z-n)}{2} = \frac{c-r}{c+r} \quad - - - - \quad (3):$$

& ces trois équations ſerviront à déterminer les trois angles inconnus x, y, z.

Faiſons pour plus de ſimplicité, $\text{tang.}\frac{x}{2} = s$; $\text{tang.}\frac{y}{2} = t$; $\text{tang.}\frac{z}{2} = u$; $\text{tang.}\frac{m}{2} = p$; $\text{tang.}\frac{n}{2} = q$; $\frac{a-r}{a+r} = A$; $\frac{b-r}{b+r} = B$; $\frac{c-r}{c+r} = C$: les trois équations que nous venons de trouver (1), (2), (3) deviendront par la propriété connue des tangentes,

$$st = A$$

$$\left(\frac{s-p}{1+ps}\right) \times \left(\frac{u-p}{1+pu}\right) = B$$

$$\left(\frac{t-q}{1+qt}\right) \times \left(\frac{u-q}{1+qu}\right) = C.$$

La premiere donne $t = \frac{A}{s}$; la feconde donne $u = \frac{B - p^2 + (1 + B)ps}{-(1+B)p + (1 - Bp^2)s}$; & ces valeurs étant fubftituées dans la troifieme, on aura

$$\left(\frac{A - qs}{Aq + s}\right) \times \left(\frac{B - p^2 + (1 + B)pq + ((1 + B)p - (1 - Bp^2)q)s}{-(1 + B)p + (B - p^2)q + (1 - Bp^2 + (1 + B)pq)s}\right)$$

équation qui, étant ordonnée par rapport à l'inconnue s, montera au fecond degré, & fera par conféquent réfoluble par la regle & le compas.

Soit, pour abréger encore,

$$B - p^2 + (1 + B)pq = F$$
$$(1 + B)p - (1 - Bp^2)q = G$$
$$-(1 + B)p + (B - p^2)q = H$$
$$1 - Bp^2 + (1 + B)pq = K$$

on aura l'équation $\left(\frac{A - qs}{Aq + s}\right) \times \left(\frac{F + Gs}{H + Ks}\right) = C$, laquelle fe réduit à

$$(CK - Gq)s^2 + (CH - AG + (CK - F)Aq)s = A(F - CHq)$$

d'où il eft facile de tirer s. Enfuite on aura t & u par les formules ci-deffus. On connoîtra donc par là les tangentes des angles $\frac{AOM}{2}$, $\frac{AON}{2}$, $\frac{AOP}{2}$; par conféquent les points M, N, P feront déterminés par rapport à la ligne OA.

Jufqu'ici Mr. de la Grange. Ce grand Géometre en avertiffant que quand on connoît s, ou la tangente de la moitié de l'angle AOM, on trouvera par les formules la valeur de t & d'u, parle pour ceux qui voudroient connoître les angles AON, AOP, fans tracer la Figure. Car pour la conftruction, il fuffit de connoître s qui donne la moitié de l'angle AOM, & par conféquent tout l'angle AOM, le point M, la pofition de la droite AM, le point N, la pofition de la droite BM, le point P, & la pofition de la droite PN, qui néceffairement paffera par le point C.

Je ne parlerai pas de la ſagacité que cette Analyſe décele. Celle de Mr. de la Grange eſt connue par la ſolution de nombre de Problêmes beaucoup plus difficiles que celui-ci, qui pourtant n'eſt rien moins que facile. Je dirai ſeulement que je fus frappé de la beauté du Théorême que renferme l'équation fondamentale (1). Suivant ma coutume je tâchai de démontrer ce Théorême à la maniere des Anciens; & voici ce que je trouvai, expoſé en trois Théorêmes, qui peuvent, je penſe, être de quelque utilité, ſoit dans la Géométrie, ſoit dans la Trigonométrie.

THÉOREME I.

Si d'un point qui n'eſt pas à la circonférence d'un cercle on tire deux droites qui rencontrent le cercle chacune en deux points; & que de chaque point de rencontre d'une de ces droites & du cercle on tire à chaque point de rencontre de l'autre droite & du cercle, deux droites, le rectangle des deux tirées du même point, eſt au rectangle des deux autres, comme la partie de la droite du point d'où partent les deux premieres juſqu'au point pris, eſt à la partie de la même droite depuis le point pris à celui d'où partent les deux dernieres.

DÉMONSTRATION.

Fig. 2. 3. Soient du point A tirées au cercle BDE les droites BC, DE qui rencontrent la circonférence aux points B, C, D, E.

Soient du point B tirées aux points D & E les droites BD, BE, & du point C aux mêmes points D, & E les droites CD, CE.

Je dis que le rectangle de BD par BE eſt au rectangle de CD par CE comme la BA à la AC.

Les triangles BAD, EAC ſont équiangles, puiſque l'angle BAD eſt égal à l'angle EAC, & l'angle ABD à l'angle AEC; parce que (Fig. 1.) ces angles ſont dans le même ſegment: & (Fig. 2.) que chacun fait deux droits avec le même CED.

Fig. 2. 3. Donc BD eſt à CE comme BA à EA.

De même les triangles BAE, DAC ſont équiangles, puiſque l'angle BAE eſt égal à l'angle DAC & que les angles EBA, EDC ſont dans le même ſegment.

Donc

Donc BE eſt à DC comme BA à DA. On a prouvé que BD eſt à CE comme BA à EA.

Donc, par la compoſition des raiſons, le rectangle de BD par BE eſt au rectangle de CE par DC, comme le quarré de BA au rectangle de DA par EA, ou à ſon égal le rectangle de BA par AC.

Mais le quarré de BA eſt au rectangle de BA par AC comme BA à AC. Donc &c.

THÉORÊME II.

Si, le reſte demeurant, la BC *paſſe par* F *centre du cercle; & ſi par* F *on éleve ſur la* BC *une perpendiculaire qui rencontre la* BD *en* G, *& la* BE *en* H, *je dis que le quarré du rayon* BF *eſt au rectangle de* GF *par* FH, *auſſi comme* BA *à* AC. Fig. 4

DÉMONSTRATION.

Puiſque BC eſt un diametre, les angles BDC, BEC ſont droits. C'eſt pourquoi les triangles BFG, BDC ſont équiangles: donc BF eſt à FG comme BD à DC.

Mais auſſi les triangles BFH, BEC ſont équiangles; & par conſéquent BF eſt à FH comme BE à EC.

Donc, par la compoſition des raiſons, le quarré de BF eſt au rectangle de GF par FH comme le rectangle de BD par BE au rectangle de DC par EC, comme BA à AC. (Théor. I.)

COROLLAIRE I.

BF eſt à FG comme le rayon à la tangente de la moitié de l'arc DIC; & BF eſt à FH comme le rayon à la tangente de la moitié de l'arc CKE: donc le rayon eſt au rectangle des tangentes de la moitié de l'arc DIC & de l'arc CKE comme BA à AC.

COROLLAIRE II.

Quand le point A eſt hors du cercle, tirez depuis le point A au cercle la tangente AL; & du point L baiſſez ſur BC la perpendiculaire LM. Fig. 5.

On sait que BM est à MC comme BA à AC: donc le quarré de BF est au rectangle de GF par FH comme BM à MC.

THÉORÊME III.

Le tout étant comme dans le Coroll. II, tirez la droite BL, *qui rencontre la* FG *en* N; *je dis que la* FN *est moyenne proportionelle entre la* GF, *& la* FH.

DÉMONSTRATION.

A cause des triangles équiangles BFN, BML, le quarré de BF est au quarré de FN comme le quarré de BM au quarré de ML, c'est à dire, comme BM à MC. Mais aussi comme BM à MC ainsi le quarré de BF au rectangle de GF par FH: donc le quarré de BF est au quarré de FN comme le quarré de BF au rectangle de GF par FH: c'est pourquoi le quarré de FN est égal au rectangle de GF par FH. Donc &c.

Ajoutons que les droites BE, CD rencontrent la perpendiculaire LM au même point.

Car, soit O le point où la BE rencontre la LM, & P soit le point où la rencontre la CD.

Par les triangles équiangles BMO, BEC, BM est à MO comme BE à EC.

Par les triangles équiangles CPM, CBD, PM est à MC comme BD à DC.

Donc, par la composition des raisons, le rectangle de BM par MP est au rectangle d'OM par MC comme le rectangle de BE par BD au rectangle de CE par CD, comme BA à AC (Théor. I.), comme BM à MC (Coroll. II). Ainsi le rectangle de BM par MP est au rectangle de MC par MO comme BM à MC. Les rectangles qui sont comme leurs bases, ont la même hauteur: donc la MP est égale à la MO.

Je communiquai ces Théorêmes à Mr. de la Grange, qui vit d'abord que le Théorême II. étoit vrai dans l'ellipse & dans l'hyperbole, & me fit part de la démonstration algébrique que voici.

Soit BED une section conique dont C soit le centre; BD le grand axe: CE le demi petit axe, & le reste de la construction comme ci-dessus, (Fig. 5). J'abaisse d'un point quelconque P la perpendiculaire PT sur le grand axe; & je fais $CT = x$, $TP = y$, $CD = a$. Fig.

L'équation générale est $y^2 = m \times (a^2 - x^2)$: m est positif dans l'ellipse, & négatif dans l'hyperbole.

Cela posé, je fais $CM = z$, la tangente de l'angle $PAT = t$; & la distance CA du point A avec le centre $= b$: & je cherche une équation entre z & t.

D'abord le triangle PAT me donne $\frac{PT}{TA} = t$, savoir $\frac{y}{b - x} = t$.

Ensuite j'ai $BC : CM = BT : TP$, savoir, $a : z = a + x : y$; d'où $z = \frac{ay}{a + x}$. De ces deux équations je tire x & y en z & t.

Divisant la seconde par la premiere, j'ai $\frac{z}{t} = \frac{a \times (b - x)}{a + x}$; d'où je tire

$$x = \frac{b - \frac{z}{t}}{1 + \frac{z}{at}}.$$

Ensuite j'aurai $y = \frac{z}{a} \times \left(\frac{a + b}{1 + \frac{z}{at}}\right)$.

De là je tire $a^2 - x^2 = \frac{a^2 \times \left(1 + \frac{z}{at}\right)^2 - \left(b - \frac{z}{t}\right)^2}{\left(1 + \frac{z}{at}\right)^2} =$

$$\frac{a^2 - b^2 + 2(a + b) \times \frac{z}{t}}{\left(1 + \frac{z}{at}\right)^2} = a + b \times \frac{\left(a - b + \frac{2z}{t}\right)}{\left(1 + \frac{z}{at}\right)^2}.$$

Substituant ces valeurs de y^2 & $a^2 - x^2$ dans l'équation aux sections coniques $y^2 = m \times (a^2 - x^2)$, on aura, après avoir effacé le dénominateur commun $\left(1 + \frac{z}{at}\right)^2$, & divisé tous les termes par $a + b$, on aura, dis-je, $\frac{(a + b)}{a^2} \times z^2 = m \times \left(a - b + \frac{2z}{t}\right)$

équation qui, étant ordonnée par rapport à l'inconnue z, devient

$$z^2 - \frac{2ma^2}{a+b} \times \frac{z}{t} + ma^2 \times \left(\frac{b-a}{b+a}\right) = 0.$$

En résolvant cette équation on aura donc la valeur de la ligne $CM = z$, pour chaque angle que la sécante AP fera avec l'axe AB, angle dont la tangente est t.

Or, comme la même sécante AP coupe le cercle [la section conique] en deux points P & Q, l'équation doit donner non seulement la ligne CM, mais encore la ligne CN, & ces deux lignes en feront les deux racines. Mais on sait que le dernier terme d'une équation est le produit des racines: donc on aura $CM \times CN = ma^2 \times \left(\frac{b-a}{b+a}\right)$, quantité qui est, comme l'on voit, toute donnée & indépendante de la tangente t; c'est à dire, de la position de la sécante AQP. Donc &c.

Ensuite Mr. de la Grange m'avertit que le Théorême étoit vrai pour un premier diametre quelconque.

Je remarque d'abord qu'en faisant le second demi-diametre $CE = c$ on a $m = \frac{c^2}{a^2}$; ce qui donne $CM \times CN = \frac{c^2 \times (b-a)}{b+a}$, ou $BA : AD = EC^2 : MC \times CN$.

J'observe encore que l'équation finale se trouve telle qu'elle est parce que dans la valeur d'$a^2 - x^2$, ou dans l'équation intermédiaire

$$a^2 - x^2 = \frac{a^2 \times \left(1 + \frac{z}{at}\right)^2 - \left(b - \frac{z}{t}\right)^2}{\left(1 + \frac{z}{at}\right)^2}$$

le dernier terme de $a^2\left(1 + \frac{z}{at}\right)^2$ détruit le dernier terme de $-\left(b - \frac{z}{t}\right)^2$; ce qui arrive aussi dans l'hyperbole rapportée à un de ses diametres premiers, où l'on a $x^2 - a^2$. Mais cela n'arrive point à l'hyperbole rapportée à un second diametre, dans laquelle on a $m(a^2 + y^2) = x^2$. Il faut donc limiter ce Théorême pour l'hyperbole, & le borner à un diametre principal.

Ce Théorême, avec le changement convenable, eſt également vrai dans la Parabole. En général il dépend en partie des propriétés du triangle rectiligne, & en partie de celles des ſections coniques; comme va le montrer la démonſtration à la maniere des Anciens, que j'en ai cherchée en me livrant à mon goût particulier.

THÉORÊME IV.

Si d'un point A *pris ſur la baſe* BD *du triangle* BED *on tire une droite* AQP *qui rencontre en* Q *le côté* DE, *& en* P *le côté* BE, *la droite* MC *tirée d'un point quelconque* M *du côté* BE *ſur la baſe* BD *eſt coupée en* N *par la droite* BQ *en ſorte que le rectangle de* MC *par* CN *eſt au quarré de la droite* QF, *parallele à la* MC, *en raiſon compoſée de la raiſon du quarré de* BC *au rectangle d'*AF *par* FB, *& de la raiſon de la droite* AT *à la droite* TB. Pl. XV. Fig. 7. 8.

DÉMONSTRATION.

Par P tirez la PT parallele à la MC ou à la QF.

Par les triangles équiangles MCB, PTB, comme MC à PT, ainſi eſt CB à BT.

Par les triangles équiangles PTA, QFA, comme PT à QF, ainſi eſt TA à AF.

Donc, par la compoſition des raiſons, MC eſt à QF en raiſon compoſée de la raiſon de CB à BT & de celle de TA à AF.

Mais, par les triangles équiangles NCB, QFB, comme NC à QF, ainſi eſt CB à BF.

Donc, par la compoſition des raiſons, le rectangle de MC par CN eſt au quarré de QF en raiſon compoſée des raiſons de CB à BT, de TA à AF, & de CB à BF.

La raiſon compoſée de celle du quarré de CB au rectangle d'AF par FB, & de celle dAT à TB eſt compoſée des mêmes raiſons. Donc &c.

COROLLAIRE.

Ce Théorême s'applique de lui-même aux ellipſes & aux hyperboles des Fig. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. Pl. XV. XVI. & XVII.

Dans ces Figures, aussi bien que dans les Fig. 9 & 10

A est un point pris dans le plan d'une Section conique, mais non dans son périmetre.

ADB est un diametre qui passe par le point *A*.

D est le point le plus proche du point *A*, dans lequel le diametre rencontre la Section.

B est dans l'ellipse & dans l'hyperbole l'autre point où le diametre rencontre la Section. Dans la Parabole ce point n'existe pas.

C est dans la Parabole un point pris à volonté sur le diametre *ADB*; & dans les autres Sections, *C* en est le centre.

APQ est une droite qui passe par *A* & qui rencontre la Section en deux points quelconques *P* & *Q*.

QF & *PT* sont deux ordonnées tirées des points *Q* & *P* sur le diametre *ADB*.

H est le point où l'ordonnée *QF*, prolongée, rencontre de nouveau la Section.

I est le point où la droite *PH* rencontre le diametre *ADB*, prolongé, s'il est nécessaire.

On sait que (Fig. 9. 11. 12. 15. 17.) *AR*, & (Fig. 10. 13. 14. 16.) *IR* est tangente en *R*.

Lorsque *ABD* est un premier diametre dans l'hyperbole; & toujours dans l'ellipse, *BA* est à *AD* comme *BI* à *ID*. C'est ce qui est connu, & se déduit de ce que, dans cette supposition, le rectangle de la soutangente par l'abscisse est égal à la différence du quarré de l'abscisse & de celui du demi-diametre sur lequel on a pris l'abscisse. Mais

THÉORÈME V.

Pl. XVII. Fig. 17. *Quand, dans l'hyperbole, l'abscisse & la soutangente sont prises sur le second diametre, le rectangle de la soutangente par l'abscisse est égal à la somme des quarrés de l'abscisse & du second demi-diametre.*

DÉMONSTRATION.

Soit d'un point quelconque R tiré à l'hyperbole une tangente qui rencontre en A le ſecond diametre BD, & en a le premier diametre Ee. Soit RI ordonnée au ſecond diametre BD, & Ri ordonnée au premier diametre Ee.

Par E & par e tirez aux hyperboles oppoſées deux tangentes qui rencontrent en L & en S la tangente RA prolongée.

Puiſque eE eſt un premier diametre, & que la ai eſt la ſoutangente, comme ia eſt à aE, ainſi eſt ei à CE, & ainſi l'excès de ei ſur ia à l'excès de CE ſur Ea. Mais l'excès d'ei ſur ia eſt ea, & l'excès de CE ſur Ea eſt Ca: donc comme ia eſt à aE, ainſi ea à aC.

Par les triangles équiangles iaR, EaL, comme ia eſt à aE, ainſi iR à EL; & par les triangles équiangles eaS, CaA, comme ea eſt à aC, ainſi eS à CA.

On vient de prouver que comme ia eſt à aE, ainſi ea à aC; que comme ia à aE, ainſi iR à EL, & que comme ea à aC, ainſi eS à CA; donc iR eſt à EL comme eS à CA.

Mais on ſait que comme LE à CD, ainſi eſt CD à eS: donc *ex æquo*, iR eſt à CD comme DC à CA.

Par conſéquent le rectangle d'iR, ou de CI, par CA eſt égal au quarré de CD: ajoutons de part & d'autre le quarré de CI, nous aurons le rectangle d'IC par CA avec le quarré d'IC, c'eſt à dire, le rectangle de CI (abſciſſe) par IA (ſoutangente) égal à la ſomme des quarrés d'IC (abſciſſe) & de CD (demi-diametre ſecond). C. Q. F. D.

REMARQUE.

J'ai rapporté ce Théorême, parce que je ne me rappelle pas de l'avoir trouvé dans les traités des Sections coniques que j'ai lus; & parce qu'il indique pourquoi les Théorêmes ſuivants ne ſont vrais dans l'hyperbole, que lorſque ADB eſt un premier diametre.

Dans la Parabole tout diametre eſt infini de l'autre côté du ſommet D; c'eſt pourquoi les droites BQ, BR, BP deviennent paralleles.

Ce changement étant ſuppoſé, & le reſte demeurant à l'ordinaire,

Pl. XV. Fig. 9. 10.

THÉORÊME VI.

Dans la Parabole le rectangle de MC *par* CN *eſt au quarré de* QF, *comme* TA *à* AF, *ou comme* TI *à* IF.

DÉMONSTRATION.

Puiſque les *BP*, *BQ* ſont paralleles, la *MC* eſt égale à la *PT*, & la *CN* à la *QF*.

Mais, par les triangles équiangles *PTA*, *QFA*, comme *PT* à *QF*, ainſi *TA* à *AF*, ou *TI* à *IF*: donc *MC* à *QF*, comme *TA* à *AF*, ou *TI* à *IF*. Or *MC* à *QF* comme le rectangle de *MC* par *CN* au quarré de *QF*. Donc &c.

REMARQUE.

J'aurois pu tirer ce Théorême de la propoſition générale, que le rectangle de *MC* par *CN* eſt au quarré de *QF* en raiſon composée de la raiſon du quarré de *BC* au rectangle d'*AF* par *FB*, & de celle d'*AT* à *TB* (Théor. IV). Car dans la Parabole les droites *CB*, *FB*, *TB* deviennent infinies, & par conſéquent égales: effaçant les raiſons d'égalité, reſte celle de *TA* à *AF*. Mais cette maniere de raiſonner n'eſt pas dans le goût des Anciens; c'eſt pourquoi j'ai préféré la démonſtration directe, qui d'ailleurs eſt courte & facile.

THÉORÊME VII.

Comme TI *à* IF, *ainſi eſt* ID *à* DF.

DÉMONSTRATION.

Puiſque *TA* eſt à *AF*, comme *TI* à *IF*; auſſi comme *TI* à *IF*, ainſi eſt l'excès d'*AT* ſur *TI* à l'excès d'*AF* ſur *FI* (Fig. 9) ou l'excès d'*IT* ſur *TA* à l'excès d'*IF* ſur *FA* (Fig. 10).

La différence d'*AT* & de *TI* eſt *AI*, qui eſt le double d'*ID* (Fig. 9 & 10).

Mais (Fig. 9) *AF* eſt la ſomme d'*AD* & de *DF*, ou d'*ID* & de *DF*; & *ID* eſt la ſomme d'*IF* & de *FD*. Donc *AF* eſt la ſomme d'*IF* & de deux fois *FD*; & l'excès d'*AF* ſur *FI* eſt le double de *FD*.

Et

Et (Fig. 10.) AF est l'excès d'AD sur DF, ou d'ID sur DF; & ID est l'excès d'IF sur FD; donc AF est l'excès d'IF sur deux fois DF; & l'excès d'IF sur FA est le double de FD.

C'est pourquoi, prenant la moitié des termes de la derniere raison, TI est à IF comme ID à DF. *C.Q.F.D.*

COROLLAIRE.

Le rectangle de TI par DF est égal au rectangle de FI par ID.

THÉORÊME VIII.

Le rectangle de MC *par* CN *est égal au quarré de* CO.

DÉMONSTRATION.

Comme le rectangle de MC par CN est au quarré de QF, ainsi TI à IF (Théor. VI). Le quarré de QF est au quarré de RI comme FD à DI: donc, par la composition des raisons, le rectangle de MC par CN est au quarré de RI comme le rectangle de TI par FD au rectangle de FI par ID. Ces deux rectangles sont égaux (Coroll. du Théor. VII): donc le rectangle de MC par CN est égal au quarré de RI, qui est égal au quarré de CO. Pl. XV. Fig. 9. 10.

REMARQUE.

Il faut à présent prouver que le beau Théorême de Mr. de la Grange est vrai dans l'ellipse, & dans l'hyperbole rapportée à un de ses premiers diametres. Pour cet effet j'ai besoin de plusieurs Théorêmes que je crois neufs, à la réserve du premier que je nomme *Lemme*. Il contient deux propositions très-connues aux Algébristes, même novices. Ces propositions sont,

1°. *Si quatre quantités sont proportionelles, le produit des extrêmes est égal au produit des moyennes.*

2°. *Si deux produits de tant de quantités qu'on veut, sont égaux, on peut toujours tirer de l'un les extrêmes, & de l'autre, les moyennes d'une proportion, en prenant pour extrêmes & pour moyennes, tels Facteurs qu'on veut.*

Mais la Géométrie n'admet que les rectangles de deux droites, ou les parallélipipedes de trois. Elle ne connoît pas les produits, & sur-tout ceux qui ont plus de trois Facteurs. C'est pourquoi il m'a fallu avoir recours aux raisons composées. J'aurois fort bien pu supposer ce Lemme. Cependant j'ai cru que l'exactitude vouloit que je le donnasse.

LEMME.

Si A *est à* B *en raison composée de la raison de* C *à* D *& de celle d'*E *à* F, *je dis que,*

1°. *La raison d'*A *à* C *est composée des raisons de* B *à* D, *& d'*E *à* F.

2°. *La raison d'*A *à* E *est composée de celle de* B *à* D, *& de celle de* C *à* F.

3°. *La raison de* D *à* B *est composée de celle de* C *à* A, *& de celle d'*E *à* F.

4°. *La raison de* D *à* C *est composée de celle de* B *à* A, *& de celle d'*E *à* F.

5°. *La raison de* D *à* E *est composée de celle de* B *à* A, *& de celle de* C *à* F.

6°. *La raison de* F *à* B *est composée de celle de* C *à* A, *& de celle d'*E *à* D.

7°. *La raison de* F *à* C *est composée de celle de* B *à* A, *& de celle d'*E *à* D.

8°. *La raison de* F *à* E *est composée de celle de* B *à* A, *& de celle de* C *à* D *où toujours l'antécédent de la raison composée est un des antécédents des raisons composantes, & le conséquent de la raison composée est un des conséquents des raisons composantes.*

DÉMONSTRATION.

1°. Par la supposition, la raison d'A à B est composée de la raison de C à D, & de celle d'E à F.

La raison de B à C est la même que la raison de B à C.

Donc la raison d'A à C est composée de celles de C à D, d'E à F, & de B à C.

Les raisons composantes de C à D & de B à C donnent la raison de B à D.

Donc la raison d'A à C est composée de celles de B à D & d'E à F.

2°. On vient de prouver que la raison d'A à C est composée des raisons de B à D, & d'E à F.

La raiſon de *C* à *E* eſt la même que celle de *C* à *E*.

Donc la raiſon d'*A* à *E* eſt compoſée de celles de *B* à *D*, d'*E* à *F*, & de *C* à *E*.

Les raiſons compoſantes d'*E* à *F* & de *C* à *E* donnent la raiſon ſimple de *C* à *F*.

Donc la raiſon d'*A* à *E* eſt compoſée de celles de *B* à *D* & de *C* à *F*.

3°. Par la ſuppoſition, la raiſon d'*A* à *B* eſt compoſée de celles de *C* à *D*, & d'*E* à *F*.

La raiſon de *D* à *A* eſt la même que celle de *D* à *A*.

Donc la raiſon de *D* à *B* eſt compoſée des raiſons de *C* à *D*, d'*E* à *F*; & de *D* à *A*.

Les raiſons compoſantes de *D* à *A* & de *C* à *D*, donnent la raiſon ſimple de *C* à *A*.

Donc la raiſon de *D* à *B* eſt compoſée de celles de *C* à *A* & d'*E* à *F*.

4°. Mais la raiſon de *B* à *C* eſt la même que celle de *B* à *C*.

Donc, par le N°. 3, la raiſon de *D* à *C* eſt compoſée des raiſons de *C* à *A*, d'*E* à *F*, & de *B* à *C*.

Les raiſons compoſantes de *C* à *A* & de *B* à *C* donnent la raiſon ſimple de *B* à *A*.

Donc la raiſon de *D* à *C* eſt compoſée des raiſons de *B* à *A* & d'*E* à *F*.

5°. Mais encore la raiſon de *C* à *E* eſt la même que celle de *C* à *E*.

Donc, par le N°. 4, la raiſon de *D* à *E* eſt compoſée de celles de *B* à *A*, d'*E* à *F*, & de *C* à *E*.

Les raiſons compoſantes d'*E* à *F* & de *C* à *E* donnent la raiſon ſimple de *C* à *F*.

Donc la raiſon de *D* à *E* eſt compoſée des raiſons de *C* à *F* & de *B* à *A*.

6°. De nouveau, par la ſuppoſition, la raiſon d'A à B eſt compoſée des raiſons de C à D, & d'E à F.

La raiſon de F à A eſt la même que celle de F à A.

Donc la raiſon de F à B eſt compoſée de celles de C à D, d'E à F, & de F à A.

Les raiſons compoſaotes d'E à F & de F à A donnent la raiſon ſimple d'E à A.

Dooc la raiſon de F à B eſt compoſée des raiſons de C à D, & d'E à A.

7°. Mais la raiſon de B à C eſt la même que celle de B à C.

Donc, par le N°. 6, la raiſon de F à C eſt compoſée de celles de C à D, d'E à A, & de B à C.

Les raiſons compoſaotes de C à D & de B à C donnent la raiſoo ſimple de B à D.

Dooc la raiſoo de F à C eſt compoſée des raiſons d'E à A, & de B à D.

8°. Mais eocore, la raiſon de C à E eſt la même qoe celle de C à E.

Dooc, par le N°. 7, la raiſon de F à E eſt compoſée des raiſoos d'E à A, de B à D, & de C à E.

Les raiſons compoſantes d'E à A & de C à E doonent la raiſoo ſimple de C à A.

Donc la raiſon de F à E eſt compoſée des raiſons de B à D, & de C à A.

THÉORÊME IX.

Pl. XV. Fig. 11. 12. Pl. XVII. Fig. 16. *Lorſque le point* A *eſt hors de la Section, & que, pour l'hyperbole, la droite* AQP *rencontre la même courbe; ou lorſque le point* A *eſt dans la Section, & que la droite* AQP *rencontre les hyperboles oppoſées, la droite* AF *eſt plus grande que la* FI.

Pl. XVI. Fig. 13. 14. 15. *Lorſque le point* A *eſt dans la Section, & que, pour l'hyperbole, la droite* AQP *rencontre la même courbe; ou lorſque le point* A *eſt dans la Section, & que la droite* AQP *rencontre les hyperboles oppoſées, la droite* AF *eſt plus petite que la* FI.

DÉMONSTRATION.

Soit Y le point où l'ordonnée tirée par le point d'attouchement R rencontre la droite AQP. Pl. XV. Fig. 11. 12. Pl. XVI. Fig. 13. 14. 15. Pl. XVII. Fig. 16.

Puisque, à cause des paralleles TP, FQ, IR (Fig. 11. 12. 15) ou AR (Fig. 13. 14. 16), la droite TA est coupée aux points I & F, comme la APQ aux points Y & Q (Fig. 11. 12. 15) & la IHP (Fig. 13. 14. 16) aux points Y & H; & puisque PA est à AQ comme PY à YQ (Fig. 11. 12. 15) & PI à IH comme PY à YH (Fig. 13. 14. 16).

Toujours il en résulte que TA est à AF comme TI à IF. Fig. 11. 12. 13. 14. 15. 16.

1°. Mais dans le premier cas (Fig. 11. 12. 16) TA est plus grande que TI: donc aussi AF est plus grande que FI.

2°. Dans le second cas (Fig. 13. 14. 15) AT est plus petite que TI; donc AF est petite que FI.

COROLLAIRE.

On a démontré que TA est à AF comme TI à IF.

THÉORÊME K.

CA *est à* AD *comme* BA *à* AI.

DÉMONSTRATION.

On sait qu'AC est à CD comme DC à CI. Donc AC est à CD comme (Fig. 11. 14. 16) l'excès d'AC sur CD à l'excès de DC sur CI; & (Fig. 12. 13. 15) comme l'excès de DC sur CA à l'excès d'IC sur CD.

Mais AD est (Fig. 11. 14. 16) l'excès d'AC sur CD, & DI l'excès de DC sur CI; & (Fig. 12. 13. 15) AD est l'excès de DC sur CA, & DI l'excès d'IC sur CD. Donc toujours AC est à CD comme AD à DI.

Donc, *alternando*, CA est à AD comme CD à DI. Mais CA est à AD comme la somme des antécédents AC & CD, à la somme des conséquents AD & DI; & la somme d'AC & CD Fig. 11. 12. 13. 14. 15. 16.

ou de AC & CB eſt BA; & la ſomme des conſéquents AD & DI eſt AI; donc CA eſt à AD comme BA à AI. *C.Q.F.D.*

Conſéquence.

Le rectangle de CA par AI eſt égal au rectangle de BA par AD.

THÉORÊME XI.

TA *eſt à* AF *comme* AI *à la différence d'*AF *&* FI.

DÉMONSTRATION.

Puiſque TA eſt à AF, comme TI à IF (Théor. IX. Coroll.), ôtant antécédent d'antécédent, & conſéquent de conſéquent, comme TA à AF, ainſi (Fig. 11. 12. 16) l'excès de TA ſur TI eſt à l'excès d'AF ſur FI; & (Fig. 13. 14. 15) l'excès d'IT ſur TA eſt à l'excès de FI ſur IT.

Mais (Fig. 11. 12. 16) l'excès de AT ſur TI eſt AI; & (Fig. 13. 14. 15) l'excès d'IT ſur TA eſt AI: donc TA eſt à AF comme AI à la différence de FA & IF.

THÉORÊME XII.

La raiſon de TA *à* AF *eſt compoſée de la raiſon de* BA *à* AC, *& de celle de* DA *à la différence d'*AF *& de* FI.

DÉMONSTRATION.

Fig. 11. 12. 16. Comme TA à AF, ainſi IA à l'excès d'AF ſur FI, (Théor. XI.) ou ainſi le rectangle de CA par AI au rectangle de CA par l'excès d'AF ſur FI.

Mais (Fig. 13. 14. 15) comme TA à AF, ainſi AI à l'excès d'IF ſur FA (Théor. XI), ou ainſi le rectangle de CA par AI au rectangle de CA par l'excès d'IF ſur FA.

Or le rectangle de CA par AI eſt égal au rectangle de BA par AD (Conſéquence du Théor. X). Donc

Pour les Fig. 11. 12. 16, la raiſon de TA à AF eſt compoſée de la raiſon de BA à AC & de celle de DA à l'excès d'AF ſur FI.

Et (Fig. 13. 14. 15) la raison de TA à AF est composée de la raison de BA à AC & de celle de DA à l'excès d'IF sur FA.

Et toujours &c.

THÉORÈME XIII.

1°. *Quand le point* A *est hors de la Section, & que, dans l'hyperbole, la droite* AQP *rencontre la même courbe, ou que le point* A *est dans l'hyperbole, mais la droite* AQP *rencontre les hyperboles opposées, l'excès du rectangle de* BA *par* AF *sur le rectangle de* FB *par* AD *est égal au rectangle de* CA *par l'excès d'*AF *sur* FI.

2°. *Quand le point est au dedans de la Section, & que, dans l'hyperbole, la droite* AQP *rencontre la même courbe, ou que le point* A *est hors de l'hyperbole, & la droite* AQP *rencontre les hyperboles opposées, l'excès du rectangle de* FB *par* AB *sur le rectangle de* BA *par* AF *est égal au rectangle de* CA *par l'excès de* IF *sur* FA. Fig. 13. 14. 16.

DÉMONSTRATION.

Puisque BA est à AC comme IB à BC (proposition connue), le rectangle d'AC par IB est égal au rectangle d'AB par BC. Fig. 11. 12. 13. 14. 15. 16.

Et puisque AC est l'excès d'AB sur BC, le rectangle de CA par AF est l'excès du rectangle de BA par AF sur le rectangle de BC par AF.

Dans les Fig. 11. 14. 16. IB est l'excès de BF sur FI,

AC est la somme d'AD & de CD ou d'AD & de BC,

AB est la somme d'AF & de FB.

Donc le rectangle d'AC par IB est l'excès du rectangle d'AC par BF sur le rectangle d'AC par FI.

Le rectangle d'AC par BF est la somme des rectangles d'AD par BF & de CB par BF.

C'est pourquoi le rectangle d'AC par IB est l'excès de la somme des rectangles d'AD par BF & de CB par BF sur le rectangle d'AC par FI.

Donc cet excès est égal au rectangle d'AB par BC, qui est la somme des rectangles de BC par AF & de CB par BF.

Et, ôtant de commun le rectangle de *CB* par *BF*, reste l'excès du rectangle d'*AD* par *BF* sur le rectangle d'*AC* par *FI* égal au rectangle de *BC* par *AF*.

Fig 12, 13. 15. Mais (Fig. 12. 13. 15) *IB* est la somme de *BF* & de *FI*.

AC est l'excès de *CD* ou de *CB* sur *BA*.

AB est l'excès de *BF* sur *FD*.

Donc le rectangle d'*AC* par *IB* est la somme des rectangles d'*AC* par *BF* & d'*AC* par *FI*.

Le rectangle d'*AC* par *BF* est l'excès du rectangle de *CB* par *BF* sur le rectangle d'*AD* par *BF*.

C'est pourquoi le rectangle d'*AC* par *BI* est l'excès de la somme des rectangles de *CB* par *BF* & d'*AC* par *FI* sur le rectangle d'*AD* par *BF*.

Donc cet excès est égal au rectangle d'*AB* par *BC*; & la somme des rectangles de *CB* par *BF* & d'*AC* par *FI* est égale à la somme des rectangles d'*AD* par *BF* & d'*AB* par *BC*, c'est à dire, à l'excès de la somme des rectangles d'*AD* par *BF* & de *CB* par *BF* sur le rectangle de *BC* par *AF*.

Et, ôtant de commun le rectangle de *CB* par *BF*, reste le rectangle d'*AC* par *FI* égal à l'excès du rectangle de *AD* par *BF* sur le rectangle de *BC* par *AF*.

Fig. 16. 1°. Ajoutant donc le rectangle de *CA* par *AF* à l'excès du rectangle d'*AD* par *BF* sur le rectangle d'*AC* par *FI*, & l'excès du rectangle de *BA* par *AF* sur le rectangle de *BC* par *AF* au rectangle de *BC* par *AF*, l'excès de la somme des rectangles de *CA* par *AF* & d'*AD* par *BF* sur le rectangle d'*AC* par *FI* est égal au rectangle de *BA* par *AF*: &, ôtant de côté & d'autre le rectangle d'*AD* par *BF*, l'excès du rectangle de *BA* par *AF* sur le rectangle d'*AD* par *BF* est égal au rectangle de *CA* par l'excès d'*AF* sur *FI*.

Fig. 12. Mais (Fig. 12), ôtant le rectangle d'*AC* par *FI* du rectangle de *CA* par *AF*, & l'excès du rectangle de *DA* par *BF* sur le rectangle de *BC* par *AF* de l'excès du rectangle de *BA* par *AF* sur le rectangle de *BC* par *AF*, reste l'excès du rectangle de *BA* par *AF* sur le rectangle d'*AD*

par

par BF égal au rectangle de CA par l'excès d'AF sur FI. C'est ce qu'il falloit démontrer en premier lieu.

2°. Puisque, pour la Fig. 14, on a prouvé que l'excès du rectangle d'AD par BF sur le rectangle d'AC par FI est égal au rectangle de BC par AF, aussi l'excès du rectangle d'AD par BF sur le rectangle de BC par AF est égal au rectangle d'AC par FI; comme dans les Fig. 13. 15. Fig. 14.

Et, ôtant (Fig. 13. 14. 15) le rectangle de CA par AF du rectangle de CA par IF, & l'excès du rectangle de BA par AF sur le rectangle de BC par AF de l'excès du rectangle d'AD par BF sur le rectangle de BC par AF, reste l'excès du rectangle d'AD par BF sur le rectangle de BA par AF égal au rectangle de CA par l'excès d'IF sur FA. C'est ce qu'il falloit démontrer en second lieu. Fig. 13. 14. 15.

THÉORÊME XIV.

Dans l'ellipse la somme des rectangles de DA *par* AF *& de* BA *par* FD Fig. 11.

1°. *est égale au rectangle de* CA *par l'excès d'*AF *sur* FI, *quand le point* A *est hors de la Section.*

2°. *Et quand le point* A *est au dedans de la Section, la même somme est égale au rectangle de* CA *par l'excès d'*IF *sur* FA. Fig. 13.

Dans l'hyperbole l'excès du rectangle de BA *par* FD *sur le rectangle de* DA *par* AF Fig. 12.

3°. *est égal au rectangle de* CA *par l'excès d'*AF *sur* FI, *quand le point* A *est hors de la Section.*

4°. *Et quand le point* A *est au dedans de la Section, le même excès est égal au rectangle de* CA *par l'excès d'*IF *sur* FA. Fig. 16.

Dans les hyperboles opposées l'excès du rectangle de DA *par* AF *sur le rectangle de* BA *par* FD Fig. 15.

5°. *est égal au rectangle de* CA *par l'excès d'*IF *sur* FA, *quand le point* A *est hors de la Section.* Fig. 15.

6°. *Et quand le point* A *est au dedans de la Section, le même excès est égal au rectangle de* CA *par l'excès d'*AF *sur* FI. Fig. 16.

DÉMONSTRATION.

Fig. 11. 1°. Dans la Fig. 11. *BA* est la somme de *BF* & de *FA*, *DA* est l'excès d'*AF* sur *FD*.

Donc le rectangle de *BA* par *AD* est égal tant à la somme des rectangles de *DA* par *BF* & de *DA* par *AF*, qu'à l'excès du rectangle de *BA* par *AF* sur le rectangle de *BA* par *FD*. Donc cette somme est égale à cet excès; &, ajoutant de côté & d'autre l'excès du rectangle de *BA* par *FD* sur le rectangle de *DA* par *BF*, la somme des rectangles de *DA* par *AF* & de *BA* par *FD* est égale à l'excès du rectangle de *BA* par *AF*.

Mais (Théor. XIII. N°. 1.) cet excès est égal au rectangle de *CA* par l'excès d'*AF* sur *FI*. Donc &c.

Fig. 13. 2°. Dans la Fig. 13. *BA* est l'excès de *BF* sur *FA*, & *DA* est la somme de *AF* & de *FD*.

Donc le rectangle de *BA* par *AD* est égal tant à l'excès du rectangle d'*AD* par *BF* sur le rectangle de *DA* par *AF*, qu'à la somme des rectangles de *BA* par *AF* & de *BA* par *FD*.

Et, ôtant de côté & d'autre l'excès du rectangle de *BA* par *AF* sur le rectangle de *DA* par *AF*, l'excès du rectangle d'*AD* par *BF* sur le rectangle de *BA* par *AF* est égal à la somme des rectangles de *DA* par *AF* & de *BA* par *FD*.

Mais (Théor. XIII. N°. 2.) cet excès est égal au rectangle de *CA* par l'excès d'*IF* sur *FA*. Donc &c.

Fig. 12. 15. 3°. Dans les Fig. 12. & 15. *BA* est l'excès de *BF* sur *FA* *DA* est l'excès d'*AF* sur *FD*.

Donc le rectangle de *BA* par *AD* est égal tant à l'excès du rectangle d'*AD* par *BF* sur le rectangle de *DA* par *AF*, qu'à l'excès du rectangle de *BA* par *AF* sur le rectangle de *BA* par *FD*; ces deux excès sont égaux.

Fig. 12. Et (Fig. 12) ajoutant de côté & d'autre l'excès du rectangle de *BA* par *FD* sur le rectangle d'*AD* par *BF*, l'excès du rectangle de *BA*

par *FD* ſur le rectangle de *DA* par *AF* eſt égal à l'excès du rectangle de *BA* par *AF* ſur le rectangle d'*AD* par *BF*.

Mais (Théor. XIII. N°. 1.) le ſecond de ces excès eſt égal au rectangle de *CA* par l'excès d'*AF* ſur *FI*. Donc &c.

4°. Dans les Fig. 14 & 16 *BA* eſt la ſomme de *BF* & de *FA* Fig. 14. 16.
DA eſt la ſomme d'*AF* & de *FD*.

Donc la ſomme des rectangles d'*AD* par *BF* & de *DA* par *AF* eſt égale à la ſomme des rectangles de *BA* par *AF* & de *BA* par *DF*.

Et (Fig. 14) ôtant de côté & d'autre la ſomme des rectangles de *BA* Fig. 14. par *AF* & de *DA* par *AF*, reſte l'excès du rectangle d'*AD* par *BF* ſur le rectangle de *BA* par *AF* égal à l'excès du rectangle de *BA* par *DF* ſur le rectangle de *DA* par *AF*.

Mais (Théor. XIII. N°. 2) le premier de ces excès eſt égal au rectangle de *CA* par l'excès d'*IF* ſur *FA*. Donc &c.

5°. On a prouvé (N°. 4) que (pour la Fig. 15) l'excès du rectangle Fig. 15. d'*AD* par *BF* ſur le rectangle de *DA* par *AF* eſt égal à l'excès du rectangle de *BA* par *AF* ſur le rectangle de *BA* par *DF*.

Donc, ôtant de côté & d'autre l'excès du rectangle de *BA* par *AF* ſur le rectangle de *DA* par *AF*, l'excès du rectangle d'*AD* par *BF* ſur le rectangle de *BA* par *AF* eſt égal à l'excès du rectangle de *DA* par *AF* ſur le rectangle de *BA* par *DF*.

Mais (Théor. XIII. N°. 1) le premier de ces excès eſt égal au rectangle de *CA* par l'excès d'*IF* ſur *FA*. Donc &c.

6°. On a prouvé (N°. 4) que pour la Fig. 16, la ſomme des rectan- Fig. 16. gles d'*AD* par *BF* & de *DA* par *FA* eſt égale à la ſomme des rectangles de *BA* par *AF* & de *BA* par *FD*.

Donc, ôtant de côté & d'autre la ſomme des rectangles d'*AD* par *BF* & de *BA* par *DF*, l'excès du rectangle de *DA* par *AF* ſur le rectangle de *BA* par *DF* eſt égal à l'excès du rectangle de *BA* par *AF* ſur le rectangle d'*AD* par *BF*.

Mais (Théor. V. N°. 1) le ſecond de ces excès eſt égal au rectangle de *CA* par l'excès d'*AF* ſur *FI*. Donc &c.

Fig. 11. 12. 13. 14. 15. 16.

THÉORÊME XV.

BT *eſt à* TA *comme le rectangle de* BA *par* FD *au rectangle de* DA *à* AF, *ou en raiſon compoſée de la raiſon de* BA *à* AD, *& de celle de* DF *à* FA.

DÉMONSTRATION.

Fig. 11. 12. 16. Pour les Fig. 11. 12. 16, comme *BA* eſt à *AF*, ainſi le rectangle de *BA* par l'excès d'*AF* ſur *FI* eſt au rectangle de *FA* par le même excès d'*AF* ſur *FI*.

Mais (Théor. XII) comme *FA* à *AT*, ainſi le rectangle de *CA* par l'excès d'*AF* ſur *FI* eſt au rectangle de *BA* par *AD*.

Donc, par la compoſition des raiſons, *BA* eſt à *AT* comme le rectangle de *CA* par l'excès d'*AF* ſur *FI* eſt au rectangle de *DA* par *AF*.

Fig. 13. 14. 15. De même, pour les Fig. 13. 14. 15, comme *BA* eſt à *AF*, ainſi le rectangle de *BA* par l'excès d'*IF* ſur *FA* eſt au rectangle de *FA* par le même excès d'*IF* ſur *FA*.

Mais (Théor. XII) comme *FA* à *AT*, ainſi le rectangle de *CA* par l'excès d'*IF* ſur *FA* au rectangle de *BA* par *AD*.

Donc, par la compoſition des raiſons, *BA* eſt à *AT* comme le rectangle de *CA* par l'excès d'*IF* ſur *FA* eſt au rectangle de *DA* par *AF*.

Fig. 11. 13. Mais la ſomme des rectangles de *DA* par *AF* & de *BA* par *FD* eſt égale, pour la Fig. 11; au rectangle de *CA* par l'excès de *FA* ſur *IF* (Théor. XIV. N°. 1) & au rectangle de *CA* par l'excès d'*IF* ſur *FA*, pour la Fig. 13. (Théor. XIV. N°. 2.)

Donc, dans les Fig. 11. 13, *BA* eſt à *AT* comme la ſomme des rectangles de *DA* par *AF* & de *BA* par *FD* au rectangle de *DA* par *AF*.

Et, *dividendo*, *BT* eſt à *TA* comme le rectangle de *BA* par *FD* au rectangle de *DA* par *AF*.

Fig. I.

Fig. II.

Fig. III.

Fig. IV.

Fig. V.

Fig. VI.

Fig. VII.

Fig. VIII.

Fig. IX.

Fig. X.

Fig. XI.

Fig. XII.

Fig. XIII.

Fig. XIV.

Fig. XV.

Fig. XVI.

Fig. XVII.

Pareillement, l'excès du rectangle de BA par FD sur le rectangle de DA par AF est égal au rectangle de CA par l'excès d'AF sur FI, pour la Fig. 12 (Théor. XIV. N°. 3) & au rectangle de CA par l'excès d'IF sur FA, pour la Fig. 14. (Théor. XIV. N°. 4.) Fig. 12. 14

Donc (Fig. 12. 14) BA est à AT comme l'excès du rectangle de BA par FD sur le rectangle de DA par AF au rectangle de DA par AF.

Et, *componendo*, BT est à TA comme le rectangle de BA par FD au rectangle d'AD par AF.

Enfin l'excès du rectangle de DA par AF sur le rectangle de BA par FD est égal au rectangle de CA par l'excès d'AF sur FI, pour la Fig. 16 (Théor. XIV. N°. 6), & au rectangle de CA par l'excès d'IF sur FA, pour la Fig. 15. (Théor. XIV. N°. 5.) Fig. 15. 16

Donc, dans les Fig. 15 & 16, BA est à AT comme l'excès du rectangle de DA par AF sur le rectangle de BA par FD est au rectangle de DA par AF.

Et, ôtant chaque antécédent de son conséquent, BT est à TA comme le rectangle de BA par FD au rectangle de DA par AF.

COROLLAIRE I.

Donc, par le Lemme, DA est à AB comme le rectangle de TA par DF au rectangle de FA par BT.

COROLLAIRE II.

Et TA est à AF comme le rectangle de BT par AD au rectangle de BA par FD.

THÉORÊME XVI.

Le rectangle de MC *par* CN *est au quarré de* CE *comme* DA *à* AB. Fig. 11. 12. 13. 14. 15. 16.

DÉMONSTRATION.

Le rectangle de MC par CN est au quarré de QF en raison composée de la raison du quarré de BC au rectangle d'AF par FB, & de la raison de la droite AT à la droite TB. (Théor. IV.)

Mais, par la propriété connue de l'ellipſe & de l'hyperbole, le quarré de *QF* eſt au quarré de *CE*, comme le rectangle de *BF* par *FD* au quarré de *BC*.

Donc, par la compoſition des raiſons, le rectangle de *MC* par *CN* eſt au quarré de *CE* comme le rectangle de *TA* par *DF* au rectangle de *FA* par *BT*, comme *DA* à *AB*. (Coroll. I. du Théor. XV.)

COROLLAIRE.

Le rectangle de *MC* par *CN* eſt conſtant, dans la ſuppoſition que le point *A* ne change pas de place.

THÉORÊME XVII.

Fig. 11. 12. 13. 14. 15. 16. *Si par le ſommet* D *d'une ellipſe ou d'une hyperbole on tire une tangente qui rencontre en* L *la tangente tirée par le point* R, *le quarré de* DL *eſt égal au rectangle de* MC *par* CN.

DÉMONSTRATION.

Par les triangles équiangles *ABS*, *ADL*, comme *BA* eſt à *AD*, ainſi *BS* à *DL*, ou le rectangle de *BS* par *DL* au quarré de *DL*.

Mais, comme on ſait, le rectangle de *BS* par *DL* eſt égal au quarré de *CE*.

Donc, comme *BA* eſt à *AD*, ainſi le quarré de *CE* au quarré de *DL*.

Mais auſſi comme *BA* à *AD*, ainſi le quarré de *CE* au rectangle de *MC* par *CN*. (Théor. XVI.)

Donc le quarré de *CE* eſt au quarré de *DL* comme le quarré de *CE* au rectangle de *MC* par *CN*. Les antécédents ſont égaux. Donc &c.

THÉORÊME XVIII.

Fig. 11. 12. 13. 14. 15. 16. *Si la droite* BR *rencontre en* O *la* CE, *la* CO *eſt égale à la* DL.

DÉMONSTRATION.

Prolongez les *BR*, *DL*, juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en *K*.

Par les triangles équiangles *ABS*, *ADL*, comme *BS* à *DL*, ainſi *BA* à *AD*, ou *BI* à *ID*.

Mais à cause des paralleles BS, RI, DL, comme BI à ID, ainsi SR à RL; & par les triangles équiangles SRB, LRK, comme SR à RL, ainsi BS à LK.

Donc BS à DL comme BS à LK, & KL est égale à LD.

Mais par les triangles équiangles BDK, BCO, comme DB à BC, ainsi DK à CO; donc DK est double de CO; & par conséquent CO est égale à DL.

COROLLAIRE I.

La CO est moyenne proportionelle entre la MC & la CN.

COROLLAIRE II.

Si l'on tire une autre droite parallele à la MC, terminée par la BM & par la BD, & coupée par les BR, BQ, la partie comprise entre la BD & la BR sera moyenne proportionelle entre la partie terminée par les BM, BD, & celle qui est terminée par les BQ, BD.

REMARQUES.

On pouvoit dire: le rectangle de MC par CN est constant. A mesure que la droite APQ, en tournant autour du point A, s'approche de la tangente AR, les points P & Q, & par conséquent les droites PT, QF, & les points M, N, s'approchent. Quand la droite AQP coïncide avec la droite AR, les points P & Q coïncident avec le point R; les droites BM, BQ avec la droite BR; & les points M, N, avec le point O. Alors le rectangle de MC par CN devient le quarré de CO, qui est égal au rectangle. Mais il auroit fallu changer ce raisonnement pour les Figures 13. 15. 16, dans lesquelles le point A est dans la Section. D'ailleurs cette maniere de raisonner est un artifice heuristique, meilleur pour découvrir que pour démontrer. Fig. 11 14.

Quoi qu'il en soit, on a ici le Théoréme de Mr. de la Grange démontré algébriquement, & géométriquement; en général pour les Sections coniques, & en particulier pour le cercle. Chacun peut choisir suivant les circonstances & suivant son goût.

MÉMOIRE

CONTENANT:

1°. *Les obſervations des diſparitions & réapparitions des anſes de l'anneau de Saturne en 1773 & 1774.*

2°. *Obſervations de pluſieurs points de lumiere vûs fréquemment ſur les anſes de l'anneau, qui font conjecturer que l'anneau eſt une terre qui a des inégalités.*

3°. *Obſervations des trois oppoſitions de Saturne en 1773, 74 & 75, pour bien conſtater le lieu de cette planete.*

4°. *Une carte de la route apparente de Saturne, qui repréſente les quatre obſervations des diſparitions & réapparitions des anſes.*

Ces Obſervations faites à l'Obſervatoire de la Marine à Paris, Hôtel de Clugny

PAR M. MESSIER,

Aſtronome de la Marine de France, de l'Académie Royale des Sciences &c.

Mr. de la Lande avoit anoncé à l'Académie & dans les papiers publics les quatre obſervations des diſparitions & réapparitions des anſes de l'anneau de Saturne, la premiere diſparitioo pour le 2 Octobre 1773, la réapparition pour le 23 Jaovier 1774, la ſeconde diſparition pour le 24 Mars & la réapparition le 11 Juillet (*). Mr. de la Lande, en annonçant ces obſervatioos pour les jours que je vieos de rapporter, n'étoit eotré dans aucun détail ſur les circonſtances qui pouvoient retarder ou accélérer ces obſervations: comme la plaoete plus ou moios élevée au deſſus de l'horizon, le ciel plus ou moins ſereio, la force de la vue, la booté & la qualité des lunettes. Ces circooſtaoces plus ou moins favorables devoient retarder ou accélérer les diſparitions & réapparitions des anſes de l'anneau: & c'eſt ce qui eſt arrivé par mes obſervations.

J'ai

(*) La même obſervation n'aura plus lieu qu'en 1789.

J'ai employé pour ces obſervations quatre inſtrumens, ſavoir une excellente lunette achromatique de trois pieds & demi à triple objectif portant quarante lignes d'ouverture; ſon groſſiſſement eſt de 115, 144 & 240. Cette lunette faite à Londres par Dollond, appartient à M. le Préſid. de S**. Le ſecond, une ſemblable lunette, du même foyer, de la même ouverture & à peu près du même groſſiſſement; cette lunette a été faite à Paris par M. de l'Étang & appartient à M. Baudouin, Maître des Requêtes: elle eſt un peu inférieure en bonté à celle de M. de S**. Le troiſieme, une lunette ſemblable aux deux précédentes, de trois pieds de foyer, portant 37 lignes d'ouverture, groſſiſſements 80 & 150 fois, faite à Paris par le même: elle appartient à M. Bertin, Miniſtre. Le quatrieme inſtrument eſt un excellent téleſcope Grégorien de 30 pouces de foyer, le grand miroir ayant ſix pouces de diametre, groſſiſſant 104 & 140 fois.

OBSERVATIONS.

Avec la lunette de M. de S** & le groſſiſſement de 115 j'examinai Saturne dès le 31 Janvier 1773, & les 7 & 24 Février. L'anneau paroiſſoit déja très-rétréci, mais encore aſſez ouvert pour appercevoir le fond du ciel à travers l'ouverture des anſes.

Le 19 Mars, une heure avant le paſſage de Saturne au Méridien, le ciel étant parfaitement ſerein, Saturne bien terminé, l'anneau paroiſſoit ſe terminer en pointe. L'on voyoit diſtinctement par l'ouverture le fond du ciel; l'ombre de l'anneau ſur le diſque, terminée & un peu plus bas que le centre de Saturne. (La lunette renverſoit.) J'apperçus trois Satellites dans la direction de l'anneau, deux à l'Orient de Saturne, & le troiſieme à l'Occident; le plus éloigné des deux qui étoient à l'Orient, étoit celui qui avoit le plus de lumiere, le ſecond étoit beaucoup plus petit: mais celui qui paroiſſoit à l'Occident étoit d'une petiteſſe extrême, on ne pouvoit l'appercevoir que de tems à autre.

Le 20 Avril, par un ciel entierement ſerein, entre 10 & 11 heures du ſoir, j'examinai l'anneau, qui paroiſſoit à peu de choſe près le même que le 19 Mars; l'on appercevoit un ſatellite à l'Orient dans la direction de l'anneau qui étoit brillant.

Le 10 Mai, vers les 10 heures du ſoir, le ciel étant beau & ſerein, l'anneau parut comme le 20 Avril, cependant un peu plus rétréci. Le fond du ciel que l'on appercevoit à travers l'ouverture des anſes, paroiſſoit ſe terminer en pointe. Un ſatellite paroiſſoit à l'Occident dans la direction de l'anneau; il en paroiſſoit un ſecond mais plus petit du même côté & au deſſus de l'anſe.

Le 26 Mai, vers les 10 heures du ſoir, par un ciel entierement ſerein, l'anneau paroiſſoit avoir perdu un peu depuis le 10, il étoit moins ouvert; l'on appercevoit encore très-bien l'ouverture des anſes. Il paroiſſoit deux ſatellites; le premier étoit au deſſus de l'anſe occidentale, ayant moins de lumiere que le ſecond qui en étoit plus éloigné, du même côté & dans la direction de l'anneau.

Le 19 Juin, vers les 10 heures du ſoir, par un beau tems, mais Saturne étant près de l'horizon, dans des vapeurs légeres & aſſez mal terminé, je reconnus que l'anneau avoit encore diminué, que l'ouverture des anſes étoit rétrécie, l'ombre de l'anneau ſur le diſque de Saturne moins ſenſible. Il paroiſſoit un ſatellite, mais très-petit, au deſſous de Saturne à la diſtance d'un demi-diametre de la planete.

Le 16 Juillet, le ciel parfaitement ſerein, vers les huit heures & demie du ſoir, Saturne étant près de l'horizon, dans les vapeurs & malgré un fort crépuſcule, j'obſervai Saturne juſqu'à ſon coucher; je vis l'anneau qui ne paroiſſoit pas avoir ſenſiblement diminué de lumiere depuis le 19 Juin; ce n'étoit pas ſans peine qu'on pouvoit appercevoir l'ouverture des anſes, ainſi que l'ombre de l'anneau ſur le diſque de la planete.

Le 3 Août, par un ciel entierement ſerein, & dans un très-grand crépuſcule, je recherchai Saturne; l'ayant trouvé par le moyen de la lunette, 22 minutes après le coucher du Soleil, je continuai de le voir juſqu'au moment qu'il ſe cacha derriere une maſſe de cheminées qui eſt à l'Occident de mon obſervatoire. Le grand crépuſcule qui régnoit alors, m'empêcha de juger de ſes apparences; mais je vis encore que l'anneau étoit ſenſible & ouvert. C'eſt la derniere fois que j'ai vu Saturne avant ſa conjonction au Soleil.

Le 6 Octobre au matin par un ciel ſerein, étant à Corbeil avec la lunette achromatique de Mr. Bertin, j'examinai Saturne pour la premiere fois depuis ſa ſortie des rayons du Soleil; j'employai plus d'une heure à l'examiner; je vis les deux anſes qui étoient d'une lumiere extrémement foible & rare; elles m'échappoient de tems à autre dans cet inſtrument; les deux anſes ne formoient qu'une ligne de lumiere. Je revins à Paris pour ſuivre cette diminution avec la lunette achromatique de M. de S** qui avoit un degré de bonté ſupérieur.

Le 11 Octobre, le ciel étant devenu ſerein quelques minutes avant cinq heures du matin, je dirigeai à Saturne la lunette de M. de S** avec ſon groſſiſſement de 115 fois; j'examinai Saturne avec beaucoup d'attention; le ciel étoit parfaitement beau; j'apperçus encore un filet de lumiere très-délié, des anſes, mais ſi foible que je le perdois de vue fréquemment: cette lumiere des anſes étoit à peu de choſe près la même, détachée du globe de Saturne. Il n'étoit pas poſſible d'aſſigner un terme à l'étendue de cette lumiere.

Le lendemain matin 12 Octobre, le ciel partie couvert: il y avoit des intervalles de ciel ſerein. Saturne y paroiſſoit de tems à autre & auſſi bien terminé que la veille: avec la même lunette & le même groſſiſſement, il ne fut pas poſſible d'appercevoir aucune trace de la lumiere des anſes de l'anneau: Saturne paroiſſoit parfaitement rond. L'on diſtinguoit l'ombre de l'anneau ſur le diſque & deux ſatellites à l'Orient de Saturne dans la direction de nombre; le plus près de la planete étoit celui qui avoit le moins de lumiere.

Le 13 Octobre, au matin, beau tems, mais il y avoit beaucoup de vapeurs à l'horizon, je vis l'ombre de l'anneau ſur Saturne, ſans aucune apparence de la lumiere des anſes.

Le 16 Octobre au matin, le ciel parfaitement pur & ſerein, beaucoup plus beau que les 11, 12 & 13 Octobre. J'examinai Saturne avec attention avec la lunette de M. de S** & les groſſiſſements de 37, 68 & 115. Saturne à cinq heures un quart étoit parfaitement terminé & tranché; je ne

vis aucune trace de la lumiere des anſes; la planete étant très-élevée & dégagée des vapeurs de l'horizon, l'on voyoit bien l'ombre de l'anneau ſur le diſque de Saturne & deux ſatellites, un à l'Orient de la planete, le ſecond à l'Occident, celui-ci plus près de la planete & d'une lumiere ſi foible qu'on avoit de la peine à l'appercevoir.

Le 26 au matin, le ciel parfaitement ſerein depuis cinq heures & demie juſqu'à ſix, (le crépuſcule paroiſſoit favorable,) Saturne très-élevé, bien terminé à la lunette de M. de S** qui groſſiſſoit 115 fois, je vis diſtinctement l'ombre de l'anneau projeté ſur le globe de Saturne; mais aucune trace de la lumiere des anſes: dans la direction de l'ombre de l'anneau à l'Orient, il y paroiſſoit un ſatellite qui avoit beaucoup de lumiere & qui n'étoit qu'à un demi-diametre du globe de Saturne, & ce ſatellite devoit répondre à une des anſes de l'anneau, ſuivant la direction de l'ombre projetée ſur la planete.

Le 31 Décembre, le ciel entierement ſerein, mais il faiſoit un grand clair de Lune: vers les cinq heures je dirigeai à Saturne la lunette de M. de S**. Saturne y paroiſſoit parfaitement terminé & l'on voyoit bien l'ombre de l'anneau projetée ſur le diſque: mais aucune trace des anſes.

Le 4 Janvier 1774 au matin, le ciel parfaitement beau, j'examinai Saturne avec la même lunette & le groſſiſſement de 115 fois; je ne vis rien des anſes de l'anneau. Le ciel depuis le 4 juſqu'au 11 Janvier fut conſtamment couvert toutes les nuits.

Le 11 Janvier au matin, par un ciel entierement ſerein, je dirigeai à Saturne la même lunette avec le même groſſiſſement de 115 fois. Je vis les anſes qui commençoient à paroître de chaque côté de la planete, mais d'une lumiere extrêmement foible & rare, qui de tems à autre diſparoiſſoient: je les vis depuis quatre heures & demie juſqu'à ſept heures; le crépuſcule étoit alors conſidérable, & en même tems favorable; l'anſe qui paroiſſoit à l'Orient de Saturne ſembloit avoir un peu plus de longueur & de lumiere que celle qui paroiſſoit à l'Occident. Les anſes paroiſſoient détachées du globe de Saturne.

Le 12 Janvier au matin à cinq heures, le ciel ſerein, les anſes paroiſſoient à peu de choſe près de la même lumiere que la veille: l'anſe de l'Orient paroiſſoit approcher plus près du diſque de Saturne que l'anſe occidentale.

Le 13 & 14 Janvier au matin, le ciel couvert.

Le 15 Janvier, vers les ſix heures du matin, je dirigeai à Saturne la lunette de M. de S** avec ſon groſſiſſement de 115 fois. Saturne étoit tranché & bien terminé: les anſes étoient plus apparentes & plus ſenſibles que le 11 & le 12, la lumiere plus vive & à peu de choſe près l'une & l'autre de même longueur: cependant celle de l'Orient paroiſſoit avoir un peu plus de lumiere que l'autre, & être un peu plus étendue, avec un intervalle entre le diſque & l'anſe plus grand que la ſéparation qui exiſtoit entre le diſque & l'anſe occidentale. J'ai remarqué auſſi que les anſes avoient plus de lumiere, c'eſt à dire plus d'épaiſſeur vers leurs milieux qu'aux extrémités; mais la différence étoit peu ſenſible. Il paroiſſoit quatre ſatellites, deux à l'Occident & les deux autres à l'Orient; ceux de l'Occident avoient plus de lumiere que les deux autres, qui étoient auſſi d'une lumiere égale, mais ſi foible qu'ils échappoient dans l'inſtrument. Trois ſatellites paroiſſoient dans la direction des anſes & le quatrieme étoit à l'Occident au deſſous de la planete.

Le 18 au matin, depuis ſix heures juſqu'à ſept, j'examinai Saturne. Les anſes paroiſſoient avoir plus de lumiere que le quinze, de même longueur, détachées l'une & l'autre du globe de Saturne. L'on appercevoit trois ſatellites, deux à l'Orient de Saturne & le troiſieme à l'Occident; ce dernier étoit d'une lumiere extrêmement-foible & difficile à appercevoir; un des deux de l'Orient étoit également d'une lumiere très-foible & il n'étoit pas dans la direction de l'anneau comme les deux autres.

Le 19 à cinq heures du matin, par un ciel entierement ſerein, les anſes ſe voyoient bien & d'une lumiere égale. On ne voyoit point l'ouverture de l'anneau.

Le 22 au matin, le ciel ſerein, les anſes étoient augmentées de lumiere.

Le 25, par un très-beau tems, Saturne bien terminé, vers les 5 ½ heures du matin, les anſes paroiſſoient avoir plus de lumiere que les jours précédents, toujours détachées du globe de Saturne. Il paroiſſoit deux ſatellites dans la direction de l'anneau, un à l'Orient de la planete, qui étoit très-petit, & à un diametre & demi de Saturne: le ſecond paroiſſoit à l'Occident, plus éloigné & ayant plus de lumiere.

Le 6 Février au ſoir, le ciel parfaitement beau, les anſes paroiſſoient diſtinctement: celle de l'Occident vers ſon extrémité paroiſſoit d'une lumiere vive & ſcintillante. Les 14, 17 & 18 Février, le ciel également ſerein, les anſes paroiſſoient de même: l'on ne pouvoit pas encore appercevoir l'ouverture de l'anneau: les anſes ne paroiſſoient que ſous la forme d'un trait de lumiere.

Le 1 Mars, les anſes ſont toujours apparentes. Elles m'ont paru aujourd'hui diminuées, c'eſt à dire rétrécies, la bande obſcure ſur le diſque de Saturne bien ſenſible.

Le 3 au ſoir, par un beau tems, les anſes paroiſſoient comme le 1 de ce mois.

La nuit du 12 au 13 à minuit, Saturne au Méridien, le ciel parfaitement beau, les anſes paroiſſoient diſtinctement, & détachées du diſque de Saturne; leur lumiere diminuée & moins apparente que les jours précédents.

Le 24 Mars, par un beau tems, je reconnus vers les 9 heures du ſoir que l'anneau ou les anſes avoient ſenſiblement diminué d'épaiſſeur & de lumiere, depuis la nuit du 12 au 13; que l'anſe orientale paroiſſoit avoir un degré de lumiere de plus que l'anſe occidentale, que ſa lumiere étoit inégale, interceptée par des points d'une lumiere ſenſible, ſcintillante & blanchâtre. Dans la direction de l'anneau à l'Orient de Saturne il paroiſſoit deux ſatellites; le plus éloigné étoit celui qui avoit le plus de lumiere: le ſecond étoit d'une lumiere extrémement-foible. L'ombre de l'anneau projeté ſur le diſque de Saturne n'étoit pas apparente; on avoit de la peine à la diſtinguer.

Le 26, les anſes paroiſſoient à peu de choſe près comme le 24.

Le 28, avec deux lunettes, celle de M. de S** & celle de M. Baudouin, on voyoit à peu de chose près les anses de la même lumiere. Elles étoient diminuées depuis le 24; celle de l'Orient paroissoit avoir plus de lumiere que celle de l'Occident. L'ombre de l'anneau sur le disque de Saturne se voyoit mieux aujourd'hui que le 24. Les points lumineux sur l'anse orientale étoient aussi plus apparents & plus sensibles que le 24. Il paroissoit deux satellites dans la direction de l'anneau, un à l'Occident & le second à l'Orient de la planete, ce dernier d'une lumiere extrêmement-foible, celui de l'Occident se voyoit aisément.

Le 29, le ciel serein. M. de la Lande apporta le soir à mon observatoire une lunette achromatique à triple objectif de même foyer & de même ouverture que celle de M. de S**, destinée pour M. de la Fontaine; nous comparâmes ces deux instrumens mis à côté l'un de l'autre sur Saturne: nous reconnûmes que ces deux lunettes étoient d'égale bonté & de même lumiere. L'anneau me parut être diminué. L'anse orientale avoit un peu plus de lumiere que l'anse occidentale; cette derniere étoit moins étendue, ce qui pouvoit provenir de ce qu'elle étoit plus foible; l'une & l'autre détachées du globe de Saturne. Les deux satellites apperçus hier se voyoient encore, mais plus éloignés de Saturne.

Le 31 Mars, ciel serein, entre 8 & 9 heures du soir, j'examinai Saturne; l'anneau paroissoit fort aminci & diminué considérablement de lumiere; il étoit même difficile d'appercevoir les anses; celle de l'Orient paroissoit avoir plus de lumiere que l'anse occidentale. Les points de lumiere sur l'anse orientale avoient lieu comme les jours précédents & ils étoient sensibles.

Le 2 Avril, ciel serein, Saturne près du Méridien; j'employai la lunette ordinaire de M. de S** avec son grossissement de 115 fois; celle de M. Baudouin avec celui de 120, & le télescope Grégorien avec celui de 104 fois. Avec ces instrumens les anses paroissoient avoir perdu beaucoup de leur lumiere: elles se voyoient encore passablement bien avec la lunette de M. de S** & avec le télescope: mais avec la lunette de M. Baudoin elles paroissoient extrêmemement affoiblies; on les perdoit de vue de tems à

autre. Quand j'avois vû reparoître les anſes le 11 Janvier avec la lunette de M. de S**, leur lumiere étoit à peu de choſe près la même qu'aujourd'hui avec la lunette de M. Baudouin. L'anſe orientale vue à la lunette de M. de S** & au téleſcope paroiſſoit avoir un degré de lumiere plus ſenſible que l'anſe occidentale; cette derniere paroiſſoit s'étendre moins que l'autre; ce qui pouvoit provenir de ce qu'elle avoit moins de lumiere; les deux anſes étoient détachées du globe de Saturne. Sur l'anſe orientale on appercevoit, mais difficilement, deux points d'une lumiere blanchâtre & ſcintillante, l'un placé vers les deux tiers de l'anſe & le ſecond vers ſon extrémité. Il paroiſſoit deux ſatellites, un de chaque côté de la planete; l'occidental étoit d'une lumiere extrêmement-foible.

Le 3 Avril, le ciel parfaitement beau, le ſoir depuis $9\frac{3}{4}$ heures jusqu'à $10\frac{1}{4}$ heures, Saturne étant alors peu éloigné du plan du Méridien; je l'examinai pendant ce tems avec les trois inſtruments: les anſes avoient perdu beaucoup de leur lumiere depuis la veille. Vues à la lunette de M. de S** elles étoient ſi foibles qu'on avoit de la peine à les appercevoir; on les perdoit de vue de tems à autre & il n'étoit pas poſſible de juger de leur longueur: celle qui paroiſſoit à l'Orient, ſembloit avoir un degré de lumiere de plus que l'occidentale; cette derniere plus courte, c'eſt à dire, moins étendue: on jugeoit à peu de choſe près des mémes apparences au téleſcope: à la lunette de M. Baudouin, on voyoit encore les anſes la veille, mais aujourd'hui il n'étoit pas poſſible de les y appercevoir avec le groſſiſſement de 120 fois. J'avois donné à cette obſervation toute l'attention poſſible. Le ſatellite qui paroiſſoit hier à l'Occident de Saturne n'étoit plus viſible, celui de la droite étoit rapproché de l'anneau.

La nuit du 4 au 5 Avril, le ciel entierement couvert, excepté le ſoir de la journée du 4, où il y avoit quelques intervalles: vers les huit heures je vis Saturne à travers des nuages rares, mal terminé: ces apparences n'étoient pas ſuffiſantes pour voir ſi les anſes étoient diſparues.

Le 5, le ciel parfaitement ſerein, le ſoir dès les $7\frac{1}{2}$ heures, j'examinai Saturne avec beaucoup d'attention avec les trois inſtruments; ces obſervations durerent depuis ſept heures & demie juſqu'à neuf heures, & depuis dix

dix heures jusqu'à dix heures & demie, tems du passage de Saturne au Méridien; j'observai son passage & celui de β de la Vierge. Je rapporterai à la suite de ce Mémoire les Observations. Malgré toute l'attention que je donnai pour revoir les anses de l'anneau avec les trois instruments, il ne fut pas possible de rien appercevoir; elles n'étoient plus visibles: ainsi c'est entre le 3 & le 5 qu'elles ont cessé de paroître: comme elles paroissoient extrêmement-foibles le 3, il y a lieu de présumer qu'elles ont disparu le 4. Il paroissoit deux satellites dans la direction de l'anneau, l'un à l'Orient & le second à l'Occident de la planete; ce dernier étoit d'une petitesse extrême & très-difficile à appercevoir: celui qui paroissoit à l'Orient avoit beaucoup de lumiere.

Le 15 Mai, le soir, par un ciel serein, j'examinai Saturne avec attention en y employant le télescope de 30 pouces de foyer; il ne paroissoit aucune trace de l'existence des anses: on appercevoit deux satellites dans la direction de l'anneau & à l'Orient de Saturne; le plus près de la planete étoit d'une lumiere extrêmement-foible.

Le 16, beau tems, vers les 9 heures du soir j'examinai encore Saturne avec le même télescope; je ne vis rien des anses: l'on voyoit parfaitement bien l'ombre de l'anneau projeté sur le disque de la planete.

Le 7 Juin vers les dix heures du soir, le ciel étant serein, Saturne paroissoit rond; comme les jours précédents.

Les 13, 20, 21 & 23 Juin, le ciel parfaitement beau, j'examinai Saturne avec la lunette de M. de S** & le télescope; on ne pouvoit encore rien voir de la réapparition des anses: le 23 il paroissoit deux satellites dans la direction de l'anneau & à l'Orient de Saturne; le plus près de la planete étoit d'une lumiere extrêmement-foible.

Le 25 Juin vers les dix heures du soir, le ciel étant serein je dirigeai à Saturne la lunette & le télescope; je ne vis point la réapparition des anses: il paroissoit deux satellites dans la direction de l'anneau; celui qui étoit à l'Occident de la planete étoit d'une lumiere très-foible & très-difficile à appercevoir.

Le 28 Juin, l'après-midi, le ciel couvert jusqu'à 10 heures du soir qu'il commença à devenir serein, j'examinai Saturne avec la lunette & le télescope, les faisant grossir de deux quantités différentes; je ne vis encore aucune apparence des anses de l'anneau: Saturne étoit fort près de l'horizon & déja dans les vapeurs, de maniere qu'il n'étoit pas possible d'appercevoir l'ombre de l'anneau sur le globe de la planete sans la perdre de tems en tems de vue: il paroissoit un satellite à l'Occident de Saturne.

Le 30, depuis 9 heures du soir jusqu'à 10 heures, je vis Saturne avec la lunette & le télescope; il y avoit des nuages rares à l'horizon, beaucoup de vapeurs, & l'on ne pouvoit appercevoir qu'un soupçon de l'existence de l'ombre de l'anneau projeté sur le globe de Saturne: je ne vis rien des anses, elles ne paroissoient pas encore. Saturne n'étoit pas parfaitement clair ni terminé. Il paroissoit un satellite à l'Orient de Saturne dans la direction de l'ombre, qui avoit assez de lumiere.

Le 1 Juillet depuis 9 heures jusqu'à 10 du soir, par un ciel entierement serein & sans Lune, j'examinai Saturne qui étoit terminé; avec les deux instruments, la lunette & le télescope, grossissements 104, 115, 140 & 144, je voyois presque également; les moindres grossissements donnoient cependant plus de lumiere, tranchoient d'avantage & rendoient plus net: ces moindres grossissements étoient à préférer aux plus forts: j'apperçus mais d'une lumiere extrêmement-foible & rare, presque éteinte, qui échappoit souvent à l'instrument, l'anse orientale de l'anneau. L'anse occidentale ne paroissoit pas encore; malgré toute l'attention que j'y donnai, il ne fut pas possible de l'appercevoir. L'on distinguoit fort bien l'ombre de l'anneau projetée sur le disque de la planete. Le satellite qui paroissoit la veille se voyoit encore ce soir; mais plus éloigné de Saturne. Avec les lunettes de M. Bertin & de M. Baudouin on ne pouvoit rien appercevoir de la réapparition de l'anse orientale.

Le 2 Juillet, beau tems toute la journée, le soir le ciel pur & serein: à 9 heures je dirigeai à Saturne les quatre instruments avec leurs moindres grossissements; je ne vis rien des anses de l'anneau avec les lunettes de Mrs. Bertin & Baudouin; mais avec la lunette de Mr. de S** & le télescope l'on

voyoir les deux anſes à peu de choſe près de même longueur & de même lumiere, détachées l'une & l'autre du globe de Saturne, comme je l'avois déja remarqué dans les obſervations précédentes. Depuis 9 heures juſqu'à $10\frac{1}{4}$ heures je vis conſtamment les deux anſes: elles me parurent plus ſenſibles depuis 9 heures juſqu'à $9\frac{1}{2}$ heures que depuis $9\frac{1}{2}$ heures juſqu'à $10\frac{1}{4}$ heures; Saturne étoit alors fort près de l'horizon & dans les vapeurs; la lumiere en étoit plus foible & on perdoit les anſes de vue de tems à autre. Je remarquai que le crépuſcule étoit favorable pour les diſtinguer & les mieux appercevoir. Les groſſiſſements 104 & 115 des deux inſtruments, la lunette & le téleſcope, donnoient plus de lumiere, de netteté, & l'on voyoit mieux les anſes qu'avec les groſſiſſements de 140 & 144. Il paroiſſoit deux ſatellites dans la direction de l'anneau, un à l'Occident de Saturne qui avoit beaucoup de lumiere, le ſecond à l'Orient de la planete, qui étoit extrêmement-foible, d'une lumiere très-rare & difficile à appercevoir: la lumiere de ce ſatellite paroiſſoit auſſi foible que celle des anſes; & ce ſatellite n'étoit pas viſible aux lunettes de Mrs. Bertin & Baudouin.

Le 3, Saturne dans les nuages qui étoient à l'horizon.

Le 4, depuis 9 heures juſqu'à $9\frac{1}{2}$ heures du ſoir j'examinai Saturne avec la lunette & le téleſcope: je vis les anſes plus apparentes que le deux, de même longueur & de même lumiere, détachées l'une & l'autre du globe de Saturne: à l'anſe orientale vers ſon milieu on appercevoit un point lumineux, d'une lumiere brillante, vive & blanchâtre; on le remarquoit également au téleſcope, mais la lumiere y étoit moins ſenſible que dans la lunette; il n'exiſtoit rien de ſemblable à l'anſe occidentale. Avec les lunettes de Mrs. Bertin & Baudouin on commençoit aujourd'hui à voir les anſes, qu'on voyoit bien plus foibles qu'à la premiere lunette, & au téleſcope. On diſtinguoit un ſatellite à l'Orient de Saturne, qui étoit ſenſible & brillant.

Le 6, beau tems, depuis $9\frac{1}{2}$ heures juſqu'à 10 heures du ſoir, je vis Saturne avec la lunette & le téleſcope; comme la planete étoit près de l'horizon & dans les vapeurs, il paroiſſoit mal terminé, on avoit de la peine à voir les anſes. On diſtinguoit deux ſatellites dans la direction de l'an-

neau, un de chaque côté de Saturne; l'occidental étoit d'une lumiere extrémement-foible.

Le 7, le ciel parfaitement beau toute la journée, le foir le ciel étoit pur, depuis 9 heures jufqu'à $9\frac{3}{4}$ heures je vis Saturne avec la lunette & le télefcope; il étoit terminé; les anfes paroiffoient d'une lumiere fenfible, de même longueur, féparées l'une & l'autre du globe de Saturne; fur l'anfe occidentale l'on appercevoit deux points de lumiere; la lumiere blanchâtre & fcintillante; un aux deux tiers de l'anfe & le fecond vers fon extrémité; il en paroiffoit un troifieme qui étoit à l'anfe orientale, un peu moins vif que les deux précédents & vers les deux tiers de l'anfe, à compter du globe de Saturne.

Les 8, 13, 14 & 15 Juillet, j'ai remarqué de même que le 7 les mêmes points de lumiere plus ou moins apparents felon la férénité du ciel.

Le 16 Juillet, beau tems; dès les 8 heures du foir je vis Saturne avec la lunette achromatique de M. de S**; j'y employai les trois plus forts équipages qui groffiffoient 115, 144 & 240 fois. Saturne étoit parfaitement terminé; on voyoit bien les anfes, ainfi que deux points de lumiere, à diftance égale l'un de l'autre fur l'anfe occidentale & deux autres points de lumiere fur l'autre anfe: ces deux derniers étoient inégaux en lumiere; le plus éloigné du globe de Saturne étoit celui qui étoit le plus apparent, la lumiere plus vive & plus blanchâtre. Avec le groffiffement de 144 fois on diftinguoit affez bien les mêmes points de lumiere; avec celui de 240 fois on les voyoit auffi; mais la lunette étoit un peu obfcure & Saturne n'étoit pas bien terminé. Plufieurs perfonnes qui étoient dans mon obfervatoire les remarquerent ainfi que moi.

Le 20 Juillet, le ciel parfaitement beau, dès les 8 heures je vis Saturne; il régnoit alors un crépufcule confidérable. Saturne fe voyoit très-bien, ainfi que les anfes, à la lunette achromatique & au télefcope, avec les groffiffements de 104 & 115 fois. La lunette & le télefcope laiffoient voir également les points de lumiere que j'avois remarqués les jours précédents, comme le 16. Les anfes paroiffoient détachées du globe de Saturne, l'anfe

orientale plus que l'autre & il sembloit aussi que cette anse avoit un degré de lumiere de plus que l'anse occidentale.

Le 22, le ciel serein comme le 20, les observations furent les mêmes.

Le 23, le ciel parfaitement beau, dès les huit heures je commençois à voir Saturne; le jour étoit alors considérable; j'examinai la planete avec le télescope, la lunette achromatique de M. de S**, une seconde lunette achromatique, montée sur une machine parallatique que je venois de recevoir de Londres faite par Dollond, de même ouverture que celle de M. de S** ayant de foyer deux pouces de moins, avec ces instruments qui grossissoient différemment, je vis comme les jours précédents les anses de Saturne parsemées de petits points de lumiere, d'une lumiere blanchâtre, vifs, scintillants & d'inégales grandeurs; sur la bande occidentale l'on appercevoit deux points de lumiere qui étoient égaux & moins sensibles que les autres.

Le 24, le ciel étant le même que la veille, à la même heure, avec les mêmes instruments, je remarquai les mêmes points de lumiere. Je reconnus encore, comme je l'ai déja dit plus haut, qu'un grand crépuscule étoit plus favorable qu'une nuit sombre & sans Lune pour des observations aussi délicates que celles dont je rends compte. J'ai remarqué aussi qu'on ne doit employer à ces observations qu'un grossissement moyen, comme de 68 à 115 pour les lunettes achromatiques de $3\frac{1}{2}$ pieds à triple objectif; les points de lumiere sur les anses paroissent plus vifs, la lumiere plus scintillante qu'avec un grossissement plus fort.

Le 24 Juillet, Saturne, les anses, & les points de lumiere paroissoient comme le 24.

Le 27, le ciel assez beau, avant huit heures je commençai à voir Saturne; les points de lumiere étoient sensibles sur les anses. Saturne se couche dans un grand crépuscule.

Le 1 & le 2 Août au Soleil couchant, je commençois à appercevoir Saturne; le jour étoit alors trop considérable pour pouvoir appercevoir les points de lumiere sur les anses de l'anneau; mais quelques minutes avant huit heures, on les voyoit très-bien, sensibles & avec autant de distinction

que les jours précédents, leur lumiere plus vive & plus ſcintillante que celle des ſatellites de Saturne, qu'on ne pouvoit plus voir depuis pluſieurs jours & depuis que la planete ſe couchoit dans un grand crépuſcule.

Le 5 Août, le ciel parfaitement beau. Saturne & les points de lumiere ſur les anſes paroiſſoient comme les jours précédents.

Le 7, le ciel également ſerein. Huit minutes après le coucher du Soleil je vis Saturne, quoique le crépuſcule fût très-conſidérable; l'on appercevoit encore avec diſtinction les anſes parſemées des mêmes points de lumiere, d'une lumiere vive, ſcintillante & très-apparents: on en diſtinguoit deux ſur l'anſe occidentale qui avoient plus de lumiere, ainſi qu'un troiſieme placé à l'extrémité de l'anſe orientale: les autres points de lumiere étoient plus foibles & plus difficiles à appercevoir & à diſtinguer. On voyoit difficilement & avec peine l'ombre de l'anneau projetée ſur le globe de Saturne.

Le 11 Août, je vis encore Saturne dans un crépuſcule conſidérable, juſqu'à 7 heures 45 minutes qu'il diſparut derriere une maſſe de cheminées qui eſt au couchant de mon obſervatoire. Je vis encore les mêmes points de lumiere: à cauſe du grand jour, on les voyoit bien moins que les jours précédents. C'eſt la derniere fois que j'aye vu Saturne avant ſon entrée dans les rayons du Soleil.

Le 20 Octobre au matin, par un très-beau tems, entre 5 & 6 heures je dirigeai à Saturne pour la premiere fois depuis ſa ſortie des rayons du Soleil la lunette achromatique avec ſes différents groſſiſſements: l'anneau me parut commencer à s'ouvrir; ce qui étoit difficile à reconnoître. J'examinai avec beaucoup d'attention & de ſoins les anſes; mais il ne fut pas poſſible d'y revoir les points de lumiere que j'avois obſervés avant que Saturne entrât dans les rayons du Soleil. Les jours ſuivants j'examinai encore Saturne, & ce fut inutilement pour les points de lumiere; ils n'étoient plus viſibles.

Il paroît par ces obſervations des points de lumiere répétées pendant un grand nombre de jours, qu'elles ſont concluantes pour prouver que l'anneau de Saturne eſt une terre qui a des inégalités comme la Lune; ces inégalités recevant plus ou moins de lumiere que les autres parties de l'anneau, ne

peuvent être ſenſibles que dans de ſemblables circonſtances, c'eſt-à-dire, quand l'anneau préſente ſon épaiſſeur ou ſa tranche, ou qu'il commence à s'incliner en laiſſant paroître une petite partie de ſa largeur: dans cette circonſtance les inégalités ou éminences de l'anneau recevant directement la lumiere du Soleil, elles ſont plus ſenſibles à meſure que la planete entre dans les rayons du Soleil, comme je l'ai obſervé les ſoirs après la derniere réapparition des anſes, dans un grand crépuſcule.

Pluſieurs Aſtronomes ont eu des ſentiments différents ſur la nature de l'anneau de Saturne. Mrs. Maraldi & Jacques Caſſini ont l'un & l'autre conjecturé que l'anneau pouvoit être formé d'un amas de ſatellites, ſi près les uns des autres qu'on ne pouvoit les diſtinguer, & qu'ils paroiſſoient ne former qu'un corps continu (*a*).

M. de Maupertuis explique la formation de l'anneau de Saturne par la queue d'une comete que Saturne a forcé de circuler autour de lui (*b*).

M. le Comte de Buffon conjecture que l'anneau de Saturne, qui ne paroit être qu'un volume anomale, un aſſemblage de matiere ſous une forme bizarre, peut néanmoins être une terre (*c*).

Je joins à ce Mémoire une Carte céleſte qui repréſente la route apparente de Saturne, depuis le premier Octobre 1773 juſqu'au premier Août 1774, pendant lequel intervalle de tems, les quatre obſervations de la diſparition & réapparition des anſes ſont arrivées, & ces quatre obſervations ſeront aiſées à reconnoître ſur la Carte par le globe de Saturne que j'ai laiſſé en blanc: les autres poſitions qui ſont de dix jours en dix jours, contiennent des hachures. L'on y verra auſſi le tems où Saturne paroiſſoit avec ſes anſes & celui de ſa phaſe ronde. J'ai rapporté ſur la même Planche les figures de Saturne tracées d'après mes obſervations, avec les ſatellites ou étoiles téleſcopiques qui paroiſſoient près de la planette à chaque fois que Saturne a été obſervé. L'on trouvera auſſi ſur cette Planche une figure de Saturne qui repréſente les points de lumiere que j'ai obſervés ſur les anſes, après la derniere réappari- Pl. XVIII.

(*a*) Voyez Mém. de l'Acad. Année 1715, p. 14 & 47.

(*b*) Voyez Diſcours ſur la figure des aſtres.

(*c*) Voyez Supplément à l'Hiſtoire naturelle, Tome II. p. 444.

tion de l'anneau le premier Juillet, jusqu'à ce que Saturne soit entré dans les rayons du Soleil.

Cette Carte ne contient que l'aîle australe de la Vierge.

Je rapporte aussi les Observations faites au Méridien des oppositions de Saturne au Soleil, qui seront très-utiles pour bien constater le lieu de cette planete, savoir celles de l'opposition de 1773 annoncée dans la Connoissance des tems pour le 28 Février, celles du 13 Mars 1774, & la troisieme du 26 Mars 1775. Je joindrai aussi à ces Observations, celles qui ont été faites dans l'intervalle d'une opposition à l'autre.

La colonne qui contient les différences de hauteur entre la planete & les étoiles sont susceptibles de quelques corrections, à raison des inégalités de la division du limbe, que je suis actuellement occupé à constater.

OBSERVATIONS

OBSERVATIONS FAITES AU MÉRIDIEN,

pour l'opposition de Saturne au Soleil, annoncée dans la Connoissance des tems pour le 28 Février 1773.

Le centre de Saturne au Méridien, comparé aux étoiles *Procyon, β du petit Chien, ϱ, χ & σ du ♌.*

	Tems des passages à la pendule.			Différence des passages à la pendule.			Tems vrai des passages au Méridien.			Diff. de haut. entre le centre de ♄ & l'étoile.		
La nuit du 6 au 7 Février, 1773.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
Passage de ϱ du ♌ - - - - -	10	20	$41\frac{1}{2}$	0	33	$23\frac{1}{2}$	12	56	23			
Passage du centre de ♄ -	10	54	5				13	29	$40\frac{1}{2}$			
Diff. de haut. ♄ centre inf. à l'ét.										1	15	40
Passage de χ du ♌ - - -	10	53	$8\frac{1}{2}$	0	0	$56\frac{1}{2}$	13	28	$44\frac{1}{4}$			
Passage de ♄ - - - -	10	54	5				13	29	$40\frac{1}{2}$			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										0	38	58
Passage de ♄ - - - - - -	10	54	5	0	15	$10\frac{1}{2}$	13	29	$40\frac{1}{2}$			
Passage de σ du ♌ - -	11	9	$15\frac{1}{2}$				13	44	$48\frac{2}{3}$			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										1	56	12
La nuit du 21 au 22.												
Passage du centre de ♄ - -	10	49	$30\frac{1}{2}$	0	3	$15\frac{1}{2}$	12	27	$21\frac{1}{4}$			
Passage de χ du ♌ - -	10	52	46				12	30	$36\frac{1}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										0	46	35
La nuit du 24 au 25.												
Passage de Procyon - - -	7	26	41	3	21	$45\frac{1}{4}$	8	53	$53\frac{1}{4}$			
Pass. de ♄ - - - - - -	10	48	$26\frac{1}{4}$				12	15	$7\frac{1}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										3	58	35
Pass. de ♄ - - - - - -	10	48	$26\frac{1}{4}$	0	4	8	12	15	$7\frac{1}{4}$			
Pass. de χ du ♌ - - -	10	52	$34\frac{1}{4}$				12	19	$14\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										1	12	23
Pass. du ♄ - - - - - -	10	48	$26\frac{1}{4}$	0	20	$15\frac{1}{2}$	12	15	$7\frac{1}{4}$			
Pass. de σ du ♌ - - - .	11	8	$41\frac{3}{4}$				12	35	$19\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										2	29	44

	Tems des passages à la pendule.			Différence des passages à la pendule.			Tems vrai des passages au Méridian.			Diff. de haut. entre le centre de ♄ & l'étoile.		
La nuit du 26 au 27 Févr.	H.	M.	S.	H.	M.	S:	H.	M.	S.	D.	M.	S.
Paſſ. de β du petit Chien - -	7	14	$0\frac{1}{4}$	3	33	$43\frac{1}{2}$	8	33	$48\frac{1}{4}$			
Paſſ. de ♄ - - - - -	10	47	$43\frac{3}{4}$				12	7	1			
Diff. de haut. ♄ céntre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	5	59
Paſſage de Procyon - - -	7	26	$35\frac{1}{4}$	3	21	$8\frac{1}{2}$	8	46	$23\frac{1}{4}$			
Paſſage de ♄ - - - -	10	47	$44\frac{1}{4}$				12	7	1			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	2	15
Paſſage de ♄ - - - - - -	10	47	$43\frac{3}{4}$	0	4	$43\frac{3}{4}$	12	7	1			
Paſſage de χ du ♌ - -	10	52	$27\frac{1}{2}$				12	11	$43\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	16	7
Paſſ. de ♄ - - - - - -	10	47	$43\frac{3}{4}$	0	20	$51\frac{1}{2}$	12	7	1			
Paſſage de σ du ♌ - -	11	8	$43\frac{1}{4}$				12	27	49			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	33	24
La nuit du 27 au 28.												
Paſſage de β du petit Chien -	7	13	$57\frac{1}{2}$	3	33	25	8	30	$5\frac{3}{4}$			
Paſſage de ♄ - - - - -	10	47	$22\frac{1}{2}$				12	2	58			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	7	56
Paſſage de Procyon - - -	7	26	$31\frac{1}{4}$	3	20	$51\frac{1}{4}$	8	42	$37\frac{1}{2}$			
Paſſage de ♄ - - - -	10	47	$22\frac{1}{2}$				12	2	58			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	4	14
Paſſage de ♄ - - - - - -	10	47	$22\frac{1}{2}$	0	5	$2\frac{1}{4}$	12	2	58			
Paſſage de χ du ♌ - -	10	52	$24\frac{3}{4}$				12	7	$59\frac{1}{2}$			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	18	5
Paſſage de ♄ - - - - - -	10	47	$22\frac{1}{2}$	0	21	9	12	2	58			
Paſſage de σ du ♌ - -	11	8	$31\frac{1}{2}$				12	24	$3\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	35	12
La nuit du 28 au 1 Mars.												
Paſſage de β du petit Chien -	7	13	$54\frac{1}{4}$	3	33	$7\frac{1}{2}$	8	26	$21\frac{1}{2}$			
Paſſage de ♄ - - - -	10	47	$1\frac{3}{4}$				11	58	$56\frac{1}{4}$			
Diff. de haut. ♄ ſupér. - -	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	9	54
Paſſage de Procyon - - -	7	26	$28\frac{1}{4}$	3	20	$33\frac{1}{2}$	8	38	52			
Paſſage de ♄ - - - -	10	47	$1\frac{3}{4}$				11	58	$56\frac{1}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	6	6
Paſſage de ♄ - - - - - -	10	47	$1\frac{3}{4}$	0	5	$19\frac{1}{2}$	11	58	$56\frac{1}{4}$			
Paſſage de χ du ♌ - -	10	52	$21\frac{1}{4}$				12	4	15			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	20	3
Paſſage de ♄ - - - - - -	10	47	$1\frac{3}{4}$	0	21	$27\frac{1}{2}$	11	58	$56\frac{1}{4}$			
Paſſage de σ du ♌ - -	11	8	$29\frac{1}{4}$				12	20	$20\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	37	16

	Tems des paſſages à la pendule.			Différence des paſſages à la pendule.			Tems vrai des paſſages au Méridien.			Diff. de haut. entre le centre de ♄ & l'étoile.		
	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
La nuit du 4 au 5 Mars.												
Paſſage de β du petit Chien -	7	13	38	3	31	56¾	8	11	28¼			
Paſſage de ♄ - - - - -	10	45	34¾				11	42	52¾			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	17	14
Paſſage de ♄ - - - - - -	10	45	34¾	0	6	31¾	11	42	52¾			
Paſſage de χ du ♌ - -	10	52	6½				11	49	23½			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	27	23
Paſſage de ♄ - - - - - -	10	45	34¾	0	22	39	11	42	52¾			
Paſſage de σ du ♌ - -	11	8	13¾				12	5	28½			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	44	31
La nuit du 5 au 6 Mars.												
Paſſage de β du petit Chien -	7	13	34½	3	31	39	8	7	47¼			
Paſſage de ♄ - - - - -	10	45	13½				11	39	16			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	19	14
Paſſage de Procyon - - -	7	26	8½	3	19	5	8	20	19¼			
Paſſage de ♄ - - - - -	10	45	13½				11	39	16			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4	15	26
Paſſage de χ du ♌ - - -	10	52	2½	0	6	49	11	45	42¼			
Paſſ. de ♄ - - - - - -	10	45	13½				11	39	16			
Diff. de haut. ♄ ſupér. -	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	29	16
Paſſage de ♄ - - - - - -	10	45	13½	0	22	56¾	11	39	16			
Paſſage de σ du ♌ - -	11	8	10¼				12	1	47½			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	46	29

OBSERVATIONS FAITES AU MÉRIDIEN,

pour l'oppoſition de Saturne au Soleil, annoncée dans la Connoiſſance des tems pour le 13 Mars 1774.

Le centre de Saturne obſervé au Méridien, comparé aux étoiles τ du ♌, β & c de la ♍.

	Tems des paſſages à la pendule.			Différence des paſſages à la pendule.			Tems vrai des paſſages au Méridien.			Diff. de haut. entre le centre de ♄ & l'étoile.		
La nuit du 12 au 13 Mars 1774.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
Paſſage du centre de Saturne -	11	31	$35\frac{3}{4}$	0	1	$29\frac{1}{4}$	12	4	$56\frac{3}{4}$			
Paſſage de β de la ♍ -	11	33	5				12	6	$25\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. centre de ♄ ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	4	12
Paſſage de ♄ - - - - - -	11	31	$35\frac{3}{4}$	0	31	$27\frac{3}{4}$	12	4	$56\frac{3}{4}$			
Paſſage de l'ét. c de la ♍ -	12	3	$3\frac{1}{2}$				12	36	$19\frac{1}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	32	4
La nuit du 13 au 14.												
Paſſage de l'ét τ du ♌ - -	11	10	$25\frac{1}{2}$	0	20	$49\frac{1}{4}$	11	40	$12\frac{3}{4}$			
Paſſage de ♄ - - - -	11	31	$14\frac{3}{4}$				12	0	59			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	2	$34\frac{1}{4}$
Paſſage de ♄ - - - - - -	11	31	$14\frac{3}{4}$	0	1	48	12	0	59			
Paſſage de β de la ♍ - -	11	33	$2\frac{3}{4}$				12	2	$46\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	6	$9\frac{1}{2}$
La nuit du 14 au 15.												
Paſſage de τ du ♌ - - -	11	10	22	0	20	$31\frac{3}{4}$	11	36	$35\frac{1}{4}$			
Paſſage de ♄ - - - -	11	30	$53\frac{3}{4}$				11	57	4			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	4	$25\frac{3}{4}$
Paſſage de ♄ - - - - - -	11	30	$53\frac{3}{4}$	0	2	$5\frac{1}{4}$	11	57	4			
Paſſage de β de la ♍ - -	11	32	59				11	59	$8\frac{1}{2}$			
Diff. de haut. ♄ centre ſupér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	8	2

	Tems des passages à la pendule.			Différence des passages à la pendule.			Tems vrai des passages au Méridien.			Diff. de haut. entre le centre de ♄ & l'étoile.		
La nuit du 15 au 16 Mars.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
Passage de ♄ - - - - - -	11	30	$32\frac{2}{4}$	0	2	22	11	53	$7\frac{3}{4}$			
Passage de β de la ♍ - -	11	32	$54\frac{2}{4}$				11	55	$29\frac{1}{2}$			
Diff. de haut. ♄ centre supér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	9	$51\frac{1}{2}$
Le 5 Avril soir.												
Passage de ♄ - - - - - -	11	23	$19\frac{1}{4}$	0	8	$9\frac{1}{4}$	10	31	10			
Passage de β de la ♍ - -	11	31	$28\frac{1}{2}$				10	39	18			
Diff. de haut. ♄ centre supér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	46	23.

OBSERVATIONS FAITES AU MÉRIDIEN,

pour l'opposition de Saturne au Soleil, annoncée dans la Connoiſſance des tems pour le 26 Mars 1775.

Le centre de Saturne obſervé au Méridien, comparé aux étoiles *Régulus*, β, η & γ de la ♍.

	Tems des paſſages à la pendule.			Différence des paſſages à la pendule.			Tems vrai des paſſages au Méridien.			Diff. de haut. entre le centre de ♄ & l'étoile.		
La nuit du 18 au 19 Févr. 1775.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
Paſſage de Régulus - - -	9	57	$15\frac{1}{2}$	2	36	$58\frac{3}{4}$	11	47	$10\frac{1}{4}$			
Paſſage de Saturne - -	12	34	$14\frac{1}{4}$				14	23	$44\frac{1}{2}$			
Diff. de haut. ♄ centre infér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	49	$56\frac{1}{2}$
Paſſage de γ de la ♍ - -	12	31	$8\frac{1}{4}$	0	3	6	14	10	39			
Paſſage de ♄ - - - -	12	34	$14\frac{1}{4}$				14	23	$44\frac{1}{2}$			
Diff. de haut. ♄ centre infér.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	34	0
La nuit du 19 au 20.												
Paſſage de γ de la ♍ - -	12	31	$5\frac{1}{4}$	0	2	54	14	16	$49\frac{3}{4}$			
Paſſ. de ♄ - - - -	12	33	$59\frac{1}{4}$				14	19	$43\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ infér. - -	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	32	19
La nuit du 22 au 23.												
Paſſage de Régulus - - -	9	57	2	2	36	$10\frac{1}{4}$	11	31	56			
Paſſage de ♄ - - - -	12	33	$12\frac{1}{4}$				14	7	42			
Diff. de haut. ♄ infér. - -	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	43	43
Paſſage de γ de la ♍ - -	12	30	$54\frac{1}{4}$	0	2	18	14	5	$24\frac{1}{2}$			
Paſſage de ♄ - - -	12	33	$12\frac{1}{4}$				14	7	42			
Diff. de haut. ♄ infér. - -	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	27	55
La nuit du 13 au 14 Mars.												
Paſſage de ♄ - - - - - -	12	27	23	0	2	$19\frac{1}{4}$	12	52	34			
Paſſage de γ de la ♍ - -	12	29	$42\frac{1}{4}$				12	54	$52\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ ſupér. -	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0	5	27

	Tems des passages à la pendule.			Différence des passages à la pendule.			Tems vrai des passages au Méridien.			Diff. de haut. entre le centre de ♄ & l'étoile.		
	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
La nuit du 14 au 15 Mars.												
Passage de ♄ - - - - - -	12	27	2¼	0	2	35¾	12	48	38¼			
Passage de γ de la ♍ - -	12	29	38				12	51	13¾			
Diff. de haut. ♄ supér. -										0	7	19
La nuit du 16 au 17.												
Passage de β de la ♍ - -	11	38	14½	0	48	7¾	11	52	48			
Passage de ♄ - - - - -	12	26	22¼				12	40	48½			
Diff. de haut. ♄ inf. - -										3	3	27
Passage de η de la ♍ - - -	12	7	39	0	18	43¼	12	22	7¾			
Passage de ♄ - - - - -	12	26	22¼				12	40	48½			
Diff. de haut. ♄ inf. - -										0	36	35
Passage de ♄ - - - - -	12	26	22¼	0	2	58¼	12	40	48½			
Passage de γ de la ♍ - -	12	29	20½				12	43	46½			
Diff. de haut. ♄ sup. - -										0	11	10
La nuit du 23 au 24.												
Passage de η de la ♍ - - -	12	7	12½	0	16	44¾	11	56	46			
Passage de ♄ - - - - -	12	23	57¼				12	13	28¼			
Diff. de haut. ♄ centre infér.										0	23	35
Passage de ♄ - - - -	12	23	57¼	0	5	7¼	12	13	28¼			
Passage de γ de la ♍ - -	12	29	4½				12	18	35			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										0	24	10
La nuit du 24 au 25.												
Passage de η de la ♍ - - -	12	7	8½	0	16	27¾	11	53	8½			
Passage de ♄ - - - - -	12	23	36¼				12	9	33½			
Diff. de haut. ♄ centre infér.										0	30	40
Passage de ♄ - - - - - -	12	23	36½	0	5	23¼	12	9	33½			
Passage de γ de la ♍ - -	12	28	59½				12	14	55¾			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										0	26	1
La nuit du 27 au 28.												
Passage de η de la ♍ - - -	12	6	57½	0	15	36½	11	42	17			
Passage de ♄ - - - - -	12	22	33½				11	57	50¾			
Diff. de haut. ♄ centre infér.										0	15	53
Passage de ♄ - - - - -	12	22	33¾	0	6	15¼	11	57	50¾			
Passage de γ de la ♍ - -	12	28	49				12	4	5¼			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										0	31	43

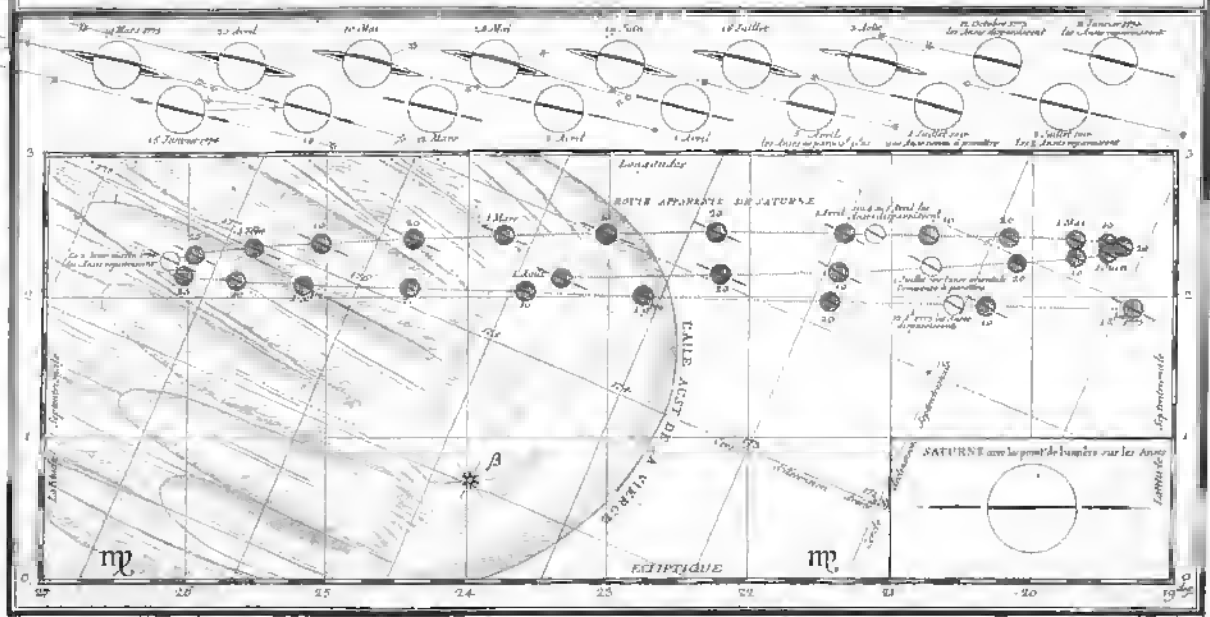
	Tems des passages à la pendule.			Différence des passages à la pendule.			Tems vrai des passages au Méridien.			Diff. de haut entre le centre de ♄ & l'étoile.		
La nuit du 29 au 30 Mars.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	H.	M.	S.	D.	M.	S.
Passage de η de la ♍	12	6	$49\frac{1}{4}$	0	15	4	11	35	$0\frac{1}{2}$			
Passage de ♄	12	21	$53\frac{1}{4}$				11	50	$2\frac{1}{4}$			
Diff. de haut. ♄ centre infér.										0	12	19
Passage de ♄	12	21	$53\frac{1}{4}$	0	6	$48\frac{1}{4}$	11	50	$2\frac{1}{4}$			
Passage de γ de la ♍	12	28	$41\frac{1}{2}$				11	56	$49\frac{1}{2}$			
Diff. de haut. ♄ centre supér.										0	35	21
Le 14 Avril soir.												
Passage de ♄	12	16	$28\frac{1}{4}$	0	11	14	10	47	$6\frac{1}{2}$			
Passage de γ de la ♍	12	27	$42\frac{1}{4}$				10	58	$18\frac{3}{4}$			
Diff. de haut. ♄ supér.										1	3	19



EXTRAIT

CARTE

Qui représente les Observations de la diminution des Anses de l'Anneau de SATURNE et la route apparente de cette Planète depuis le ... jusqu'au 1 Août 1774.
Pendant lequel tems sont arrivées les quatre Observations intéressantes des disparitions et réapparitions des Anses de l'Anneau, Observées de l'Observatoire de la Marine à PARIS
Par M. MESSIER Présentée au Roi le ... 1774



EXTRAIT D'UNE LETTRE

de M. EULER à M. BEGUELIN,

en Mai 1778.

J'ai entendu avec plaisir la lecture du Mémoire de M. Beguelin, sur les nombres premiers, inséré dans le dernier Volume des Mémoires de l'Académie Royale de Berlin (*); & comme j'ai travaillé depuis quelque temps sur le même sujet, je crois qu'il recevra avec autant de satisfaction quelques observations que j'ai eu occasion de faire relativement au probleme qu'il a traité dans le Mémoire mentionné.

Ses recherches sont fondées sur cette belle propriété, que tous les nombres qui ne sont contenus qu'une seule fois dans la formule $xx + yy$, sont ou premiers, ou doubles de premiers, en prenant les nombres x & y premiers entr'eux. Or j'ai remarqué que plusieurs autres formules semblables de la forme $nxx + yy$ sont doués de la même propriété, & que, pourvu qu'on donne à la lettre n des valeurs *convenables*, telles que, par exemple, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13 &c. on en tire toujours des nombres premiers; ou bien, qu'à l'exclusion des valeurs suivantes de n sc. 11, 14, 17, 19, 20, 23, 26, 27 &c. la formule $nxx + yy$ donne toujours des nombres premiers; car le nombre 15 par ex. quoique contenu d'une seule façon dans la formule $11xx + yy$, est un nombre composé. Il en est ainsi des autres nombres que je viens d'exclure; au lieu que ceux que j'ai nommés valeurs convenables, donnent surement pour premier, tout nombre qui est contenu d'une seule façon dans la forme $nxx + yy$. Il est donc de la derniere importance de bien distinguer les valeurs convenables de la lettre n de celles qu'il faut exclure dans ces recherches.

(*) Pour l'année 1775.

Pour cet effet j'ai trouvé & démontré cette regle: que si tous les nombres contenus dans la forme $n + yy$ & moindres que $4n$ (en prenant pour y des nombres premiers à n), sont ou premiers p, ou doubles de premiers $2p$, ou quarrés de premiers pp, ou enfin quelque puissance de 2, alors la valeur de n, qui satisfait à ces conditions, pourra être admise comme convenable à l'examen de tel nombre qu'on se propose. Ainsi, par exemple, j'ai trouvé que le nombre 60 est dans la serie des valeurs convenables; car il y a $60 + 1^2 = 61 = p$; $60 + 7^2 = 109 = p$; $60 + 11^2 = 181 = p$, $60 + 13^2 = 229$, où il faut s'arrêter, les suivans surpassant la limite 4.60. Il en est de même du nombre 15, puisque $15 + 1^2 = 16 = 2^4$; $15 + 4^2 = 31 = p$.

Moyennant cette regle j'ai été en état de trouver avec assez de facilité toutes les valeurs qu'on peut donner à la lettre n, pour que tout nombre contenu d'une seule façon dans la forme $nxx + yy$ puisse être censé premier. Voici ces valeurs:

1 - -	16 - -	48 - -	120 - -	312
2 - -	18 - -	57 - -	130 - -	330
3 - -	21 - -	58 - -	133 - -	345
4 - -	22 - -	60 - -	165 - -	357
5 - -	24 - -	70 - -	168 - -	385
6 - -	25 - -	72 - -	177 - -	408
7 - -	28 - -	78 - -	190 - -	462
8 - -	30 - -	85 - -	210 - -	520
9 - -	33 - -	88 - -	232 - -	760
10 - -	37 - -	93 - -	240 - -	840
12 - -	40 - -	102 - -	253 - -	1320
13 - -	42 - -	105 - -	273 - -	1365
15 - -	44 - -	112 - -	280 - -	1848.

Ces nombres, qui, loin d'être semés au hazard, ont une loi de progression, qui est assez évidente lorsqu'on parcourt toutes les exclusions successives par lesquelles il faut passer pour trouver les valeurs convenables,

ſemblent devoir aller à l'infini; j'ai donc été bien ſurpris de me voir arrêté au dernier 1848, au delà duquel je n'ai plus trouvé que des valeurs incongrues. Cependant, moyennant la derniere valeur 1848, on eſt en état de découvrir des nombres premiers extrêmement grands, vu que rien n'eſt plus facile que d'examiner, ſi quelque nombre propoſé eſt contenu une ſeule fois dans la forme $1848xx + yy$, ou non, & dans le premier cas on pourra prononcer hardiment, que ce nombre eſt premier. Par le moyen de cette forme j'ai trouvé premiers entr'autres les nombres ſuivans: 1016401, 1103257, 1288057, 1487641, 1702009, 2995609, 4658809, 9094009, 11866009, 18518809. Dans l'autre cas, où le nombre propoſé eſt contenu de plus d'une façon dans la forme $1848xx + yy$, il ſeroit ſuperflu de remarquer qu'on pourra aſſigner très facilement les diviſeurs de ce nombre. Mais je juge à propos d'ajoûter, que dans la Table des nombres premiers inſérée dans le Volume XIX. des Commentaires de notre Académie, il s'eſt gliſſé une erreur provenue de ce qu'on a négligé le diviſeur 293, qui au reſte n'influe que ſur le nombre 100009, qui doit être effacé de cette liſte, étant $= 293 \cdot 3413$.

EXTRAIT D'UNE LETTRE

de M. FUSS à M. BEGUELIN,

écrite de Pétersbourg le $\frac{19}{30}$ Juin 1778.

Mr. Euler a été flatté de l'attention dont vous & Mr. de la Grange avez honoré les obſervations que j'ai eu l'honneur de vous envoyer, il y a quelque temps, de ſa part, par rapport au ſujet de votre Mémoire, inſéré dans le dernier Volume de l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres; & comme il a appris que vous déſirez ſavoir plus en détail l'eſſentiel de la méthode qu'il propoſe pour examiner, des grands nombres, s'ils ſont premiers ou non, il m'a chargé de vous en faire le petit Extrait que vous recevrez ci-joint, conſidérant que la publication des Mémoires qu'il a compoſés depuis peu de tems ſur ce ſujet, pourroit bien être différée trop longtems.

La nouvelle Méthode de Mr. Euler, pour examiner, des grands nombres, s'ils ſont premiers ou non, eſt fondée ſur les principes ſuivans:

1. Tout nombre N, contenu de double façon dans la forme $\alpha xx + \beta yy$, ou bien, ce qui revient au même, dans la forme $\alpha\beta xx + yy$, eſt compoſé.

Car, s'il y a $N = \alpha aa + \beta bb$, auſſi bien que $N = \alpha AA + \beta BB$, il y aura $N(BB - bb) = [N(B + b)(B - b)] = \alpha(aB + Ab)(aB - Ab)$; par conſéquent le nombre propoſé N aura dans ce cas-ci toujours un facteur commun tant avec $aB + Ab$ qu'avec

$aB - Ab$; parce que ces formules ſont tout différentes des formules $B + b$ & $B - b$; & il ſera même aiſé d'aſſigner ce facteur, car

2. Pour cet effet on n'a qu'à conſtruire des deux formules $\alpha aa + \beta bb$ & $\alpha AA + \beta BB$ la fraction $\frac{p}{q} = \frac{a \pm A}{b \pm B}$, & la formule $\alpha pp + \beta qq$ contiendra toujours les facteurs du nombre propoſé N, diviſion faite par α, ou β, ou $\alpha\beta$, ou enfin par 2 ou une de ſes puiſſances.

Car, parce que $\alpha aa + \beta bb = \alpha AA + \beta BB$, nous aurons $\alpha(a^2 - A^2) = \beta(B^2 - b^2)$ ou bien $\frac{a + A}{B + b} = \frac{\beta(B - b)}{\alpha(a - A)}$. Soit donc $\frac{p}{q}$ la fraction la plus ſimple équivalente à ces deux formules, ou bien ſoit $a + A = mp$, $B + b = mq$, $B - b = \alpha np$, $a - A = \beta nq$, & il y aura $a = \frac{mp + \beta nq}{2}$ & $b = \frac{mq - \alpha np}{2}$, ce qui donnera

$$N = \alpha aa + \beta bb = \tfrac{1}{4}\alpha(mmpp + \beta\beta nnqq)$$
$$+ \tfrac{1}{4}\beta(mmqq + \alpha\alpha nnpp) = \tfrac{1}{4}(mm + \alpha\beta nn)(\alpha pp + \beta qq)$$

d'où il s'enſuit que $\alpha pp + \beta qq$ ſera un diviſeur du nombre propoſé N, le quotient étant de la forme $mm + \alpha\beta nn$.

3. Il y a des formules de cette forme, par exemple, $xx + yy$, $2xx + yy$, $3xx + yy$, $3xx + 2yy$, $5xx + yy$, $5xx + 2yy$ &c. dont il eſt démontré que tout nombre qui n'y eſt contenu que d'une ſeule façon, eſt premier, excepté quelques cas qui ſont évidens par eux-mêmes; mais il y a auſſi d'autres formules ſemblables qui n'ont pas cette propriété: telle eſt $7xx + 2yy$, dans laquelle le nombre 15 n'eſt contenu que d'une ſeule maniere, quoiqu'il ſoit compoſé. Il eſt donc de la derniere importance de bien diſtinguer ces deux claſſes de formules, pour être en état de rejeter toutes celles qui contiennent d'une ſeule façon des nombres compoſés. Pour cet effet on établit les vérités ſuivantes:

4. Que ſi un nombre compoſé mp (où $m > 2$) eſt contenu d'une ſeule maniere dans la forme $\alpha xx + \beta yy$, il eſt aiſé d'aſſigner un grand nombre d'autres compoſés qui y ſont contenus de même d'une ſeule façon

(où il faut remarquer que α & β, de même que x & y, sont premiers entr'eux, aussi bien que x à β & y à α, & enfin m & p à α, β, x & y.)

Car, si $mp = \alpha aa + \beta bb$, il sera aisé de trouver un autre produit mq contenu d'une seule façon dans la forme $\alpha xx + \beta yy$ (ou bien dans $\alpha\beta xx + yy$ qui est la même que la forme précédente & s'y réduit en mettant $y = \beta z$, ce qui donne $\beta(\alpha xx + \beta zz)$; d'où l'on voit l'affinité de ces deux formes, qui dans tout cet examen peuvent être traitées de la même maniere). Soit donc $mq = \alpha\beta dd + cc$ & il y aura $\beta dd \,.\, mp - aa \,.\, mq = (\beta bd + ac)(\beta bd - ac)$. En prenant donc pour c & d des valeurs telles que l'un ou l'autre des deux facteurs $\beta bd + ac$ ou $\beta bd - ac$ devient divisible par m, il en résultera pour q une valeur telle que le produit mq sera contenu d'une seule façon dans la forme $\alpha xx + \beta yy$. Ainsi si $\beta bd + ac = \delta m$, il y aura $\beta ddp - aaq = \delta(\beta bd - ac)$ & partant $q = \frac{\beta ddp - \delta(\beta bd - ac)}{aa}$: où il suffit de donner à q la moindre valeur possible, pour être certain que le produit mq sera contenu d'une seule façon dans la forme proposée. Si, par exemple, $a = 1$ & $d = 1$ & partant $mp = \alpha + \beta bb$ & qu'on prenne q en sorte que $mq < 4\alpha\beta$, il est évident que mq ne peut être contenu que d'une seule maniere dans la forme $\alpha xx + \beta yy$, parce que le cas $x = 2$ donneroit déja une plus grande valeur.

De là on pourra aisément tirer d'autres produits qui sont aussi contenus d'une seule façon dans la forme proposée. Ainsi, en multipliant les deux produits mp & mq on obtient $mmpq = \alpha(aacc + \beta\beta bbdd) + \beta(bbcc + \alpha\alpha aadd)$ & partant $pq = \alpha\left(\frac{ac \pm \beta bd}{m}\right)^2 + \beta\left(\frac{bc \mp \alpha ad}{m}\right)^2$, où l'ambiguïté des signes paroît conduire à une double résolution; mais on se convaincra facilement qu'il n'y a jamais plus d'une résolution en nombres entiers, excepté les cas $m = 1$ & $m = 2$ que nous avons d'abord exclus par la condition $m > 2$. Observons encore que de ce produit pq on pourra de la même maniere déduire d'autres produits plus grands qui seront toujours contenus d'une seule façon dans la forme $\alpha xx + \beta yy$.

5. De même si un produit, quelque grand qu'il soit, pq, est contenu d'une seule maniere dans la forme $\alpha xx + \beta yy$, il est facile d'assigner des produits moindres qui y sont contenus pareillement une seule fois.

Car parceque le produit pq est d'une seule façon de la forme $\alpha xx + \beta yy$, soit $pq = \alpha ff + \beta gg$, & il est sûr, que ni p ni q n'y peuvent être contenus, parce qu'autrement le produit devroit admettre une double résolution, (par ex. si $p = \alpha pp + \beta qq$ & $q = \alpha rr + \beta ss$, il y auroit $pq = \alpha\beta(ps \pm qr)^2 + (\alpha pr \mp \beta qs)^2$, où chaque signe donne une résolution). Considérant donc le mineur facteur q, qui peut être de plusieurs manieres un facteur de $\alpha xx + \beta yy$, en prenant $x = nf \pm \mu q$ & $y = ng \pm \nu q$, la forme se convertira en celle-ci $\alpha(nnff \pm 2\mu nfq + \mu\mu qq) + \beta(nngg \pm 2\nu ngq + \nu\nu qq)$, qui à cause de $\alpha ff + \beta gg = pq$ se réduit à
$q(np \pm \alpha(2\mu nf + \mu\mu q) \pm \beta(2\nu ng + \nu\nu q)) = qr$, où il est aisé de prendre les lettres μ, ν & n, en sorte que le facteur
$nnp \pm \alpha(2\mu nf + \mu\mu q) \pm \beta(2\nu ng + \nu\nu q) = r$ devienne moindre que q & partant le produit qr moindre que pq, & de là on pourra parvenir à un autre rs où $s < r$ & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on parvienne à des nombres composés moindres que le terme $4\alpha\beta$.

6. Le même raisonnement vaut aussi pour l'autre forme $\alpha\beta xx + yy$, de laquelle on peut dire pareillement, que dès qu'on a trouvé un produit ou nombre composé qui y est contenu d'une seule façon, on en peut tirer d'autres produits moindres qui y sont contenus de même, jusqu'à ce qu'on ait obtenu des nombres composés moindres que $4\alpha\beta$. Car si dans les grands nombres un nombre composé de la forme $\alpha\beta xx + yy$ est contenu d'une seule façon dans cette forme & qu'on en puisse déduite des moindres jusqu'aux plus petits, qui n'y sont contenus que d'une seule maniere, quoiqu'ils soient composés; il sera permis d'en conclure que si, en deçà de cette limite, on ne rencontre point de ces produits, il n'y en aura pas non plus dans les plus grands, & tous les nombres composés de la forme $\alpha\beta xx + yy$ seront surement contenus de plus d'une façon dans la forme proposée, & tout nombre qui n'y est contenu que d'une façon sera premier.

7. Pour diſtinguer dooc des formules qui cootienneot d'une ſeule façon des nombres compoſés, celles qui contiennent véritablement des nombres premiers, & pour être en état d'aſſigoer les valeurs de $\alpha\beta$, qui dooneot cette propriété à la forme $\alpha\beta xx + yy$, on n'a qu'à examiner, s'il y a des nombres compoſés de la forme $\alpha\beta xx + yy$ & moindres que $4\alpha\beta$ qui ſoient contenus dans cette forme, ou non. Dans le premier cas, la formule propoſée doit être rangée dans la claſſe des incongrues; dans le ſecood, elle peut être employée avec ſureté dans l'exameo de tout nombre qui y eſt contenu d'uoe ſeule façon. Or, pour facilirer cet examen, on met $x = 1$, parce qu'on oe va pas au delà du terme marqué $4\alpha\beta$ & dans la forme $\alpha\beta + yy$ on donne à y ſucceſſivemeot toutes les valeurs premieres à $\alpha\beta$, & ſi parmi tous les nombres qui en réſultent jusqu'au terme mentionné il ne ſe rencontre aucun compoſé, la valeur de $\alpha\beta$ ſera telle que tout nombre contenu uoe ſeule fois dans la forme $\alpha\beta xx + yy$ ou $\alpha xx + \beta yy$ ſera premier. Où il eſt à remarquer que parmi les oombres de la forme $\alpha\beta + yy$ on regarde comme premiers

a) Tout nombre quarré; parce que, ſi $\alpha\beta + yy = kk$, ce quarré eſt contenu encore d'une autre façon dans la forme $\alpha\beta xx + yy$, ſavoir ſi $x = 0$ & $y = k$; ou bien parce que $a\beta + yy = kk$, il y aura $\alpha\beta ff + ffyy = ffkk$. Qu'on en ſouſtraie $2\nu fky - \nu\nu kk$ pour avoir $a\beta ff + (fy - \nu k)^2 = ffkk - 2\nu fky + \nu\nu kk$, ou bien, à cauſe de $\nu\nu kk = \nu\nu(\alpha\beta + yy)$ il y aura $\alpha\beta ff + (fy - \nu k)^2 = \alpha\beta\nu\nu + (fk - \nu y)^2$.

b) Tous les premiers doubles, ou nombres pairs, parce que nous avoos vu ci-deſſus que pour qu'il n'y ait pas deux réſolutions pour les produits pq, il faut exclure des valeurs de la lettre m tant l'unité que le binaire, &

c) Toutes les puiſſaoces de 2 en certains cas, puiſqu'elles ſont auſſi contenues d'une ſeule façoo dans cerraines formules; par exemple, dans celle-ci: $5xx + 3yy$, qui néanmoins appartient à la claſſe des formes convenables, vu que rous les nombres impairs premiers à 15 & cootenus d'une ſeule façon dans cette forme ſont véritablement premiers.

Suivant

Suivant cette regle fondée sur les principes précédens on peut examiner tous les nombres $\alpha\beta$ qui rendent la formule $\alpha\beta xx + yy$ ou $\alpha xx + \beta yy$ propre à l'examen des nombres premiers; par exemple, pour la formule $7xx + 2yy$ il y a

$14+1^2,$	$+3^2,$	$+5^2,$
15,	23,	39,
c,	p,	c,

qui par conséquent doit être rejettée, aussi bien que $14xx + yy$.

Pour la formule $43xx + yy$ il y a

$43+1^2,$	$+2^2,$	$+3^2,$	$+4^2,$	$+5^2,$	$+6^2,$	$+7^2,$	$+8^2,$	$+9^2,$	$+10^2,$	$+11^2,$
44,	47,	52,	59,	68,	79,	92,	107,	124,	143,	164,
c,	p,	c,	p,	c,	p,	c,	p,	c,	c,	c,

par conséquent la forme $43xx + yy$ doit être exclue.

Pour la formule $210xx + yy$ il y a

$210+1^2,$	$+11^2,$	$+13^2,$	$+17^2,$	$+19^2,$	$+23^2.$
211,	331,	379,	499,	571,	739.
p,	p,	p,	p,	p,	p.

Ici on doit donc admettre non seulement la forme $210xx + yy$, mais encore (à cause de l'affinité souvent remarquée des formes $\alpha\beta xx + yy$ & $\alpha xx + \beta yy$) les suivantes: $105xx + 2yy$, $70xx + 3yy$, $42xx + 5yy$, $30xx + 7yy$, $35xx + 6yy$, $21xx + 10yy$, $14xx + 15yy$.

Toute la doctrine des valeurs convenables, qui a été exposée ici, se réduit au reste aux principes suivans:

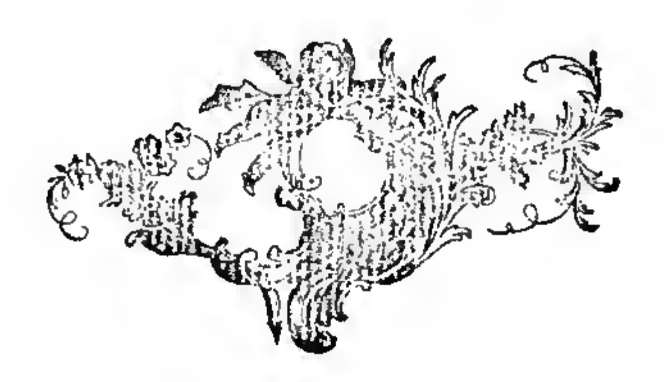
1°. Que tout nombre de la forme $mxx + yy$ est censé être premier, non seulement lorsqu'il est premier lui-même, mais encore s'il est un produit d'un nombre premier dans un facteur quelconque de $2m$.

2°. Que tout nombre de la forme $mxx + yy$ n'est censé être composé que lorsque outre le facteur de $2m$ il contient encore deux ou plusieurs autres facteurs premiers entr'eux.

3°. Que ſi un nombre compoſé de la forme $mxx + yy$, quelque grand qu'il ſoit, n'eſt contenu que d'une ſeule façon dans cette forme, on pourra toujours aſſigner d'autres nombres compoſés moindres, qui pareillement ne ſont contenus que d'une façon dans la forme propoſée.

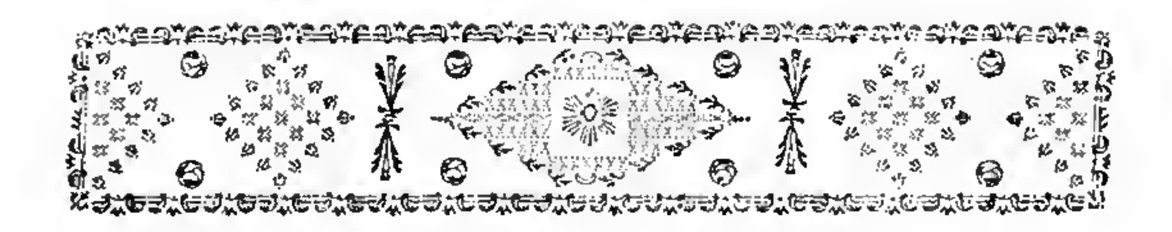
4°. Que, par conſéquent, ſi dans les petits nombres de cette forme il ne ſe rencontre point de compoſés contenus d'une ſeule maniere dans la forme $mxx + yy$, il n'y en aura pas non plus dans les plus grands; & en ce cas le nombre m ſera dans la claſſe des valeurs convenables (*idoneus*).

5°. Tant que $m + bb < 4m$, tous les nombres de cette forme ſeront certainement contenus d'une ſeule façon dans la forme $mxx + yy$, excepté le cas où $m + bb = pp = \square$. Or ſi parmi les nombres $m + bb$ moindres que $4m$ il ne ſe trouve point de compoſés, m ſera un nombre convenable.



NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.



SUR

L'IMMORTALITÉ DE L'AME

conſidérée phyſiquement.

PAR M. SULZER.

TROISIEME MÉMOIRE.

Juſqu'ici j'ai eu l'avantage, dans ces recherches, de marcher en plein jour: des faits inconteſtables m'ont ſervi de baſe pour jetter les fondemens de mon ſyſtême, & pour prouver que l'ame eſt une ſubſtance différente du corps animal, & qu'elle continue d'exiſter dans toute ſon intégrité après la deſtruction du corps auquel elle avoit été unie pendant quelque tems.

Pour continuer ces recherches je me vois obligé de deſcendre dans la nuit du tombeau, où je ne puis marcher qu'à tâtons. S'il étoit défendu au Philoſophe de former des conjectures, il ne me ſeroit pas poſſible de pouſſer plus loin ces recherches; je ſerois obligé d'abandonner l'ame au moment de cette cataſtrophe qui la ſépare du corps animal.

Mais ce ſeroit en vain qu'on interdiroit les conjectures dans la Philoſophie. L'avidité inſatiable de notre eſprit ne ſouffre pas qu'on mette des bornes à ſa curioſité. Nous ne pouvons nous empêcher de vouloir deviner ce qui eſt au delà du terme de la viſion claire. Le Philoſophe ne doit donc pas héſiter de ſe haſarder dans les régions inconnues de la vérité; pourvu que dans ſa marche ténébreuſe il ſuive une route dans laquelle il ne puiſſe

pas s'égarer entierement. J'ose même assurer que des conjectures sages & vraiment philosophiques sont très utiles & même nécessaires pour prévenir l'erreur & le préjugé.

On sait avec quelle légereté, je pourrois même dire frivolité, l'esprit humain adopte des opinions absolument arbitraires, sur des objets où la certude nous manque. Souvent la plus petite apparence de vérité, ou de possibilité même, suffit à l'esprit avide de connoissance pour lui faire adopter les conjectures les plus légeres & pour qu'il s'y attache ensuite comme à des vérités incontestables. Les exemples de cette légereté sont fréquens; & conjecture pour conjecture, il vaut mieux que le Philosophe les forme sur des probabilités bien calculées que de les voir naître dans la fantaisie de gens incapables de peser les argumens.

D'ailleurs le vrai Philosophe ne confond jamais les conjectures avec les vérités démontrées: il ne les adopte que comme des hypotheses sur lesquelles il s'appuie pour continuer ses recherches; toujours prêt à les abandonner dès qu'il les trouvera en contradiction avec des faits ou avec des vérités incontestables. Une conjecture donnée pour telle, ne peut donc jamais nuire au progrès des vraies connoissances; mais elle peut les avancer.

Je loue volontiers la sage timidité de *Locke*, qui n'osoit quitter le fil de l'expérience pour s'assurer de la solidité des premiers élémens de nos connoissances: mais je ne blâme point *Leibniz* d'avoir été plus hardi. Le Philosophe Anglois ressemble à ces anciens Navigateurs qui, n'osant pas perdre de vue les côtes du continent, faisoient des voyages sûrs, mais fort bornés. *Leibniz*, semblable au courageux Colomb, osa quitter les terres & se hazarder dans l'immensité de l'Océan dans lequel l'analogie & la Logique lui tinrent lieu de boussole.

M'appuyant sur ces réflexions, je m'engage de même dans les régions ténébreuses de la mort, pour rechercher ce qu'y est devenue cette substance indestructible que nous nommons l'ame, après qu'elle a été obligée de quitter le corps auquel elle avoit été attachée pendant cette vie.

La premiere suite de cette catastrophe lugubre est la cessation totale des perceptions claires, une léthargie pendant laquelle l'ame paroît avoir perdu

toute ſon activité & être tombée dans l'état d'un atôme purement matériel. C'eſt-là la troiſieme propoſition de mon ſyſtême, que j'ai à prouver.

Il pourroit paroître inutile que je m'arrête à cette propoſition, que l'expérience ſemble mettre hors de doute. L'exemple des perſonnes noyées ou étouffées qu'on fait revenir à la vie, montre que, dès que les mouvemens vitaux du corps animal ceſſent, tout ſentiment & toute perception claire ou ſenſible ſont anéanties. A plus forte raiſon cet effet doit-il avoir lieu lorſque les organes des ſens ſont détruits.

Je crois cependant devoir conſidérer plus particulierement l'état de l'ame, ou de la molécule animée ſéparée du corps groſſier; & cela d'autant plus que ma troiſieme propoſition, quelque évidente qu'elle puiſſe paroître, n'eſt pas admiſe par tous les Philoſophes. On ſait que *Platon* enviſageoit le corps animal comme une priſon dans laquelle l'ame eſt arrêtée & très gênée dans ſes opérations. Selon ce Philoſophe-Poëte la mort met l'ame en liberté en la dégageant des liens & des entraves qui l'avoient gênée. Cette opinion a de nos jours encore bien des ſectateurs, qui s'imaginent que l'ame, bornée à certaines ſenſations auſſi longtems qu'elle eſt unie au corps animal, ſe trouvera libre lorſqu'elle en ſera ſéparée, qu'elle verra alors les objets ſans le traveſtiſſement que leur font ſubir nos organes, & que nul obſtacle ne l'empêchera alors d'appercevoir les choſes dans leur véritable jour.

La nature intime de l'ame ne nous eſt pas aſſez connue pour que nous puiſſions décider ce qu'elle peut ou ne peut pas, étant dégagée du corps animal. Nous ne pourrons dire là-deſſus que ce que nous ſavons par l'expérience. Or, comme je l'ai déja obſervé, elle décide poſitivement que l'ame ne jouit de l'apperception que par le miniſtere du corps. Cela nous autoriſe à conclure qu'après la deſtruction de ce corps elle tombe dans un aſſoupiſſement total.

Il faut cependant obſerver qu'il n'eſt pas impoſſible que dans cet état l'ame, quoique deſtituée de toute apperception, penſe & agiſſe. Je réſerve à une autre occaſion la preuve de ce paradoxe, me contentant d'obſerver ici que de certains faits me font croire que l'eſprit peut penſer & raiſonner ſans

s'en appercevoir. L'apperception dépend abſolument des ſenſations. Nous ne nous ſentons nous-mêmes que moyennant une modification qui vienne du dehors, au lieu que *la penſée pure* n'a pas beſoin de ce ſecours extérieur. Les fortes diſtractions dans lesquelles ſouvent on penſe très juſte, ſemblent confirmer mon obſervation. Ces penſées pures ſe diſſipent ou diſparoiſſent dès qu'une ſenſation rappelle l'attention de l'eſprit à l'objet qu'on ſent; tout comme le Soleil fait diſparoître les étoiles. Nous avons un exemple analogue à ce cas dans un réveil ſubit qui fait diſparoître les ſonges au point de nous faire oublier quelquefois que nous en avons eu. Cela nous feroit comprendre pourquoi après de longs évanouiſſemens, quoiqu'on ait penſé, les idées qu'on a eues en perdant connoiſſance ſe préſentent d'abord au point qu'on s'imagine n'en avoir point eu d'autres pendant l'état d'évanouiſſement.

Si nous connoiſſions toute l'eſſence de l'ame, nous y verrions ſans doute la cauſe de cet aſſoupiſſement où nous nous trouvons lorſque les ſenſations ceſſent & nous connoîtrions la néceſſité d'un corps organiſé pour faire parvenir à l'ame les impreſſions du monde matériel.

J'avoue que je n'ai ni faits, ni raiſonnemens à alléguer pour prouver que l'ame ne peut rien ſentir ſans le ſecours d'un corps. S'il étoit permis de hazarder des conjectures ſur une matiere auſſi obſcure que celle-ci, je propoſerois la ſuivante, que je tâcherai d'énoncer auſſi clairement qu'il me ſera poſſible.

L'ame eſt indubitablement un être actif; c'eſt une force toujours agiſſante. Nous ſavons par l'expérience qu'elle peut agir ſans le ſavoir & que même elle ſe ſent très foiblement, lorſque rien ne la gêne dans ſon activité; au lieu qu'elle ſe ſent avec le plus d'énergie lorſqu'elle rencontre quelque obſtacle qui la gêne un peu fortement; c'eſt alors qu'elle fait des efforts & qu'elle ſent vivement ſon état.

Il me paroît donc probable qu'il faut qu'une force extérieure vienne, ou l'interrompre, ou la gêner dans ſon activité, pour qu'elle s'éveille & ſe reconnoiſſe. De tout ce qui agit ſur elle elle ne ſent que ce qui affecte particulierement la direction actuelle de ſa force; parce que ce n'eſt que dans ce

cas

cas que l'oppoſition entre ſon activité & des forces étrangeres lui font ſentir ſon état.

Si l'on me demande pourquoi ce cas ne peut avoir lieu que par l'intervention d'un corps organiſé, je répons que, ſans ce corps organiſé, l'ame ſeroit *peut-être* expoſée à un nombre infini de ſenſations qui l'attaqueroient à la fois; car le nombre des forces qui ſe déploient ſans ceſſe dans la Nature, & qui agiſſent dans tous les points de l'Univers, eſt preſque infini. Or ce nombre infini de ſenſations que l'ame éprouveroit à chaque inſtant, la jetteroient néceſſairement dans une confuſion où elle n'en pourroit diſtinguer aucune en particulier; & cela produiroit un état de ſtupidité qui la rendroit tout à fait inſenſible. Nous voyons quelque choſe d'analogue à cela dans certains cas, où l'homme perd le ſentiment parce qu'il a trop ſenti à la fois.

Le corps organiſé pourroit donc modérer cette ſurabondance de ſenſations en interceptant le plus grand nombre de ces ſenſations & en ne faiſant parvenir à l'ame, moyennant les organes, que celles qui conviennent à l'ordre général des choſes de cet Univers.

On pourroit encore alléguer une autre cauſe de la ceſſation du ſentiment intérieur dans la molécule animée, lorſqu'elle eſt ſéparée du corps organiſé, en diſant que cette eſpece d'ébranlement des parties qui produit le ſentiment intérieur, ne peut être effectué que par une percuſſion toute particuliere, qui ne peut avoir lieu que moyennant un certain méchaniſme du corps animal. Mais cette explication demande quelque développement.

L'ame, ou la molécule animée, unie au corps groſſier ne ſent pas chaque mouvement intérieur entre les parties de ce corps; elle ne ſent qu'un certain nombre de ces mouvemens, ceux qui ébranlent les nerfs. On peut donc conclure de là qu'il faut qu'un mouvement de percuſſion d'une eſpece toute particuliere vienne ébranler les parties de la molécule animée pour y produire le ſentiment intérieur, & que toute autre eſpece de mouvement eſt incapable de produire ce ſentiment. Étant ſéparée du corps organiſé & l'inſtrument par le moyen duquel ſeul cette percuſſion pouvoit s'exécuter manquant, la molécule animée reſtera ſans ſentiment intérieur. Tout ce qui agit ſur elle pourra bien lui communiquer ou un mouvement local, ou

même un mouvement intérieur eotre ſes parties, mais oon pas cette percuſſion particuliere qui ſeule produit le ſentiment intérieur.

Cette explication o'eſt pas imaginée au hazard; elle eſt eotierement analogue à un nombre de faits que nous connoiſſons par expérience. Les organes de oos ſens oous préſentent des propriétés analogues à celle que j'attribue à la molécule aoimée. Nous voyons qu'il faut à chacuo de ces organes une percuſſion toute particuliere pour cauſer la ſenſation. Le ſon, quelque analogie qu'il y ait entre la cauſe qui le produit & celle qui produit la lumiere, le ſon, dis-je, ébranle ſurement nos yeux, mais ſaus y produire de ſenſation. C'eſt parce que ce n'eſt pas cette eſpece particuliere de percuſſion, néceſſaire pour produire dans les nerfs optiques l'ébranlement qui cauſe la ſenſation. La lumiere la plus vive ne cauſe aucune ſenſation dans les oerfs acouſtiques, & les fibres nerveuſes de la langue ſont inſenſibles à l'action des odeurs. Des faits ſemblables à ceux-ci ſe préſentent de tous côtés. Un corps ſonore ne réſonne que par un certain mouvemeot de vibratioo; la chaleur qui met toutes les parties en mouvement, ne produit pas le ſoo. Le mouvement intérieur du ſel qui opere ſa ſolution, ne peut être produit que par l'humidité aqueuſe; & celui qui opere la ſolutioo des réſines eſt l'effet des fluides ſpiritueux. Il faut des acides pour diſſoudre certaioes matieres, & des alcalis pour d'autres.

Ces faits nous font voir qu'une cauſe motrice quelconque ne ſuffit pas pour produire un certain mouvemeot intérieur eotre les parties des matieres ſpécifiques, mais qu'il faut que ces matieres ſoient affectées d'une maniere particulierement déterminée.

En attribuant donc à la molécule animée la propriété de oe pouvoir être ébranlée au poiot de ſeotir que moyenoant uo corps organiſé pour cela, auquel elle doit être unie, nous ne diſons rien qui ne ſoit analogue à un grand oombre de faits iocooteſtables.

Soit dooc qu'oo s'eo tieone à l'expérience immédiate ſur l'état de l'ame après la mort, ſoit qu'oo y joigne le raiſonnement tiré de l'analogie, on peut ſe convaincre que cet état eſt celui d'une ſtupidité, ou inſenſibilité

totale. La molécule animée peut être confidérée dans cet état comme un atome purement matériel.

J'avoue que cette propofition ne paroît pas confolante. Être tout à fait infenfible, c'eft autant qu'être mort ou détruit. Toutefois l'indeftructibilité de la molécule animée, que j'ai établie dans le Mémoire précédent, jointe à d'autres confidérations dont je parlerai tout à l'heure, peut nous raffurer. C'eft probablement dans un pareil état que nous étions avant que de naître. La Nature, dont les loix immuables font établies par un Être infiniment fage, qui, ayant tout prévu, a eu foin de pourvoir à tout; la Nature, dis-je, a trouvé moyen de nous tirer de cet état & de nous rendre fenfibles. C'eft par des moyens analogues qu'elle faura nous tirer une feconde fois des ténebres de la mort, & nous faire jouir d'une autre vie. Ceci me conduit au développement de la quatrieme propofition de mon fyftême: *que la molécule animée étant féparée du corps animal, ne refte pas confondue avec la matiere; mais qu'elle fuit les loix particulieres prefcrites aux matieres de fon efpece.*

Plus on aura fuivi la Nature dans fes opérations admirables de deftruction & de reproduction des corps, plus on fera convaincu de la vérité de cette propofition.

J'ai fait voir dans le Mémoire précédent qu'il y a dans la Nature diverfes matieres élémentaires, douées chacune de certaines propriétés fpécifiques, defquelles réfultent les loix de combinaifon & de féparation, d'action & de réaction, par le moyen defquelles la Nature forme fes productions. J'ai prouvé de plus que, dans cette viciffitude continuelle de deftruction & de reproduction, ces matieres élémentaires reftent inaltérables.

J'ajoûte maintenant que dans la deftruction des corps opérée par des voies naturelles, la décompofition fe fait de maniere que les matieres élémentaires dont le corps détruit avoit été compofé, fe féparent les unes des autres pour aller fe rejoindre, chacune de fon côté, au dépôt général des matieres de fon efpece, pour être employées de nouveau conformément à leur deftination.

Ce procédé de la Nature eſt un fait qu'il n'eſt pas difficile d'obſerver. Nous voyons tous les jours que des corps, dans la compoſition deſquels entrent comme matieres élémentaires l'eau, l'air, la terre, ſe décompoſent, ſoit par la pourriture, ſoit par le feu, de maniere que chacune de ces matieres élémentaires ſe ſépare de la maſſe pour reotrer dans ſon état primitif. L'air s'échappe & remonte dans le grand magazin de cet élément; l'eau s'évapore & monte dans l'atmoſphere, de laquelle elle retombe bientôt, réunie à d'autres eaux, pour rentrer dans le dépôt géoéral de cet élément. Les particules terreſtres ſe décompoſent de même; ce qui eſt volatil, s'enfuit pour ſe rejoindre à l'élément de ſon eſpece.

C'eſt par cette admirable opération de la Nature que rien oe ſe perd & que les matériaux néceſſaires à des productions neuves ne manquent jamais. C'eſt par ce bel ordre que les révolutions continuelles auxquelles l'Auteur de la Nature a voulu ſoumettre tout, peuvent ſe continuer ſans fin, & que la Nature conſerve dans la totalité une jeuneſſe éternelle.

Si, dans la deſtruction des corps, il ſe faiſoit ſimplement une décompoſition qui ſéparât les diverſes matieres compoſaotes ſans réunir celles de la même eſpece & ſans les replacer chacune dans ſon dépôt, tout tendroit à faire rentrer l'Univers dans l'aocien chaos où toute la maſſe de matiere étoit tellement confondue qu'il fallut la maio toute-puiſſante de l'Ouvrier éternel pour la ſéparer & pour en compoſer cette variété admirable d'individus qui forment la chaîne immenſe des êtres matériels.

S'il étoit permis de comparer les ſublimes opérations de la Nature à de petites manœuvres de l'art, je dirois, pour éclaircir ce que je viens d'obſerver, que comme dans uoe imprimerie, après que le nombre des exemplaires d'un livre eſt tiré, on décompoſe les formes des caracteres, non eo les ſéparant ſimplement & en détruiſanr l'ordre de leur arrangement, mais en remettant les lettres de l'alphabet, chacune dans ſa caſe, pour les retrouver avec facilité; la Nature de même, en décompoſaor les corps, remet chaque particule élémentaire qui en avoit fait partie, dans le dépôt auquel il appartient, pour l'employer enſuite à de oouvelles compoſitions.

Tel étant le cours de la Nature dans la destruction des corps, nous pouvons par induction en tirer la conclusion, que les molécules animées sont soumises à une loi semblable & qu'après la destruction du corps animal elles ne se perdent point dans la masse générale de la matiere; mais que, portées par leur nature au dépôt de leur espece, elles y attendent le tems qui leur est fixé pour animer un nouveau corps.

C'est probablement ainsi qu'elles ont trouvé chacune en particulier leur chemin pour être unies aux corps animaux actuellement vivans. Il n'y a même que cette hypothese qui explique naturellement l'union de l'ame avec le corps. Car il faut, ou admettre des miracles continuels, ou supposer que les ames s'unissent au corps animal par des voies naturelles, par des loix qui résultent des qualités spécifiques du corps animal & de celles des molécules animées.

J'espere qu'on ne me demandera pas où est ce dépôt des ames & quelles sont les loix physiques par lesquelles la molécule animée y est portée. Les vrais Philosophes savent qu'en Physique, plus peut-être qu'en Métaphysique, notre savoir est trop borné pour que nous puissions prétendre qu'on nous donne des explications complettes des faits.

Il suffit que des vues générales sur la Nature & le gouvernement de cet Univers nous convainquent que tout y arrangé de la maniere la plus sage, pour que rien ne se perde. C'est principalement dans le regne animal que ces loix physiques d'après lesquelles tout s'exécute, sont séveres & exactes. Elles le sont au point qu'on est quelquefois tenté de croire qu'un Être infiniment sage opere immédiatement pour les exécuter. En effet on ne pourroit presque pas en douter si on ne voyoit de tems en tems des marques de l'influence du hazard, ou plutôt des causes accidentelles, qui prouvent que les choses s'exécutent par des loix physiques. Ces productions, qu'on appelle des *monstres*, font voir que des causes accidentelles influent quelquefois sur la formation des productions naturelles, & que par conséquent cette formation se fait par des loix physiques, & non pas par l'opération immédiate de l'auteur de la Nature, qui auroit empêché l'influence de ces causes.

Je viens de remarquer que ces loix font furtout rigides & exactes pour le regne animal. L'influence des caufes accidentelles y eft beaucoup moins fréquente qu'ailleurs. Dans le regne minéral, p. ex. la Nature reproduit toujours les mêmes fels, les mêmes fouffres ou métaux; mais très rarement dans la même pureté. Les caufes accidentelles y mêlent prefque toujours des matieres étrangeres, & prefque toujours dans des proportions différentes. Les monftres font donc infiniment plus fréquens dans le regne minéral que dans le regne végétal; & fi l'on y prend bien garde, on les trouvera fans doute plus fréquens dans les plantes que dans les animaux.

Cela prouve inconteftablement que l'Auteur de la Nature a prefcrit aux opérations du regne animal des loix moins fujettes aux accidens que ne font celles qui dirigent les autres productions. Donc, après nous être convaincus que la Nature a pris foin de conferver pour l'ufage futur les parties élémentaires de tout corps parvenu à l'époque de fa décompofition, pourrions-nous douter qu'elle n'ait pris des précautions pour conferver ce qu'il y a de plus effentiel dans l'animal?

Ces confidérations paroîtront peut-être trop générales pour fonder ce qu'elles devroient prouver. Je vais donc en propofer de plus particulieres & de plus analogues à mon fujet.

Une attention fuivie à ce qui paffe relativement aux productions des plantes & des animaux, jointe à des raifonnemens que je crois exacts, m'a convaincu que les premiers germes organifés d'où naiffent les animaux, exiftent depuis le commencement du monde, font répandus partout, & fe confervent au milieu des révolutions auxquelles tout eft fujet dans ce monde, & fuivent des loix conftantes pour être développés chacun dans fon tems. Voilà un fait bien analogue à celui des molécules animées dont il s'agit ici.

Je vais donc expofer les raifons qui m'ont fait adopter le fyftême des germes préexiftans. Cela m'engagera dans une longue digreffion, dans laquelle pourtant je ne fais pas difficulté d'entrer, vû l'importance de la matiere & le partage des Philofophes fur une des plus grandes queftions de la Phyfique.

Voici d'avance ce que j'aurai à propoſer ſur cela.

Je prouverai d'abord que la formation des corps organiſés tels que ſont les plantes & les animaux, ne peut ſe faire par des loix purement méchaniques ou phyſiques, & que par conſéquent l'hypotheſe de l'Épigénéſie eſt inſoutenable. De là je tirerai la conſéquence, que les premiers germes des plantes & des animaux préexiſtent dans la Nature, tout comme les matieres élémentaires dont j'ai parlé préexiſtent à la formation des corps en général.

Enſuite je ferai voir que l'hypotheſe de quelques Philoſophes modernes qui ſuppoſent ces germes emboités les uns dans les autres, eſt deſtituée de toute probabilité, & même contraire à des faits; d'où j'inférerai que ces germes ſont répandus dans la Nature tout comme les matieres élémentaires.

Enfin, comme perſonne ne doute que la ſucceſſion des générations des plantes & des animaux ne ſe faſſe par des voies naturelles, il faut néceſſairement qu'il y ait des loix pour les germes des corps organiſés en vertu deſquelles le germe de chaque plante & de chaque animal actuellement exiſtant ait été porté à l'endroit où il eſt parvenu à ſon développement.

De tout cela il réſultera, qu'il ſe paſſe continuellement dans la nature des choſes parſaitement analogues à celles que j'enſeigne par rapport à la molécule animée avant qu'elle ait été unie au corps animal, & après que la mort l'en a ſéparée.

Tout cela ſera amplement développé dans le Mémoire ſuivant.

RÉFLEXIONS PHILOSOPHIQUES sur la Certitude.

Par M. de Beausobre.

Les hommes changent de ſentimens & d'opinions: les changemens qu'ils éprouvent à cet égard ſont une preuve que la certitude de nos idées dépend, quant à nous, tant de l'enſemble des connoiſſances que nous poſſédons, que du degré de clarté avec lequel ces connoiſſances ſont préſentes à notre eſprit. Car s'il implique contradiction qu'une choſe ſoit vraie & ne le ſoit pas en même tems, il implique auſſi qu'un homme puiſſe, avec la même étendue de connoiſſances, apperçues avec le même degré de clarté, rejetter une idée après l'avoir adoptée. Comme il arrive cependant que les hommes changent d'idées, il faut, ou que l'étendue de leurs connoiſſances varie, ou que le degré de clarté avec lequel ils les apperçoivent, ne ſoit pas toujours le même.

Quelquefois on a cru appercevoir la raiſon de pareils changemens dans des circonſtances qui n'y ont aucun rapport: on a accuſé les paſſions d'influer ſur nos ſentimens & de décider de notre aſſentiment; mais en faiſant attention que la certitude ne peut être que le fruit de la conviction, on verra que les paſſions proprement dites ne peuvent être regardées comme puiſſances directrices de nos ſentimens, & qu'on a tort de les accuſer des variations que nous éprouvons à cet égard: elles n'y influent qu'indirectement; c'eſt parce qu'elles nous ôtent ou le tems ou le deſſein de nous rendre diſtinctes les idées qui appuient ou détruiſent une idée, qu'elles peuvent influer ſur notre aſſentiment: tout ce qui peut ou rétrécir l'étendue de nos connoiſſances, diminuer le nombre de nos idées, ou affoiblir la clarté avec laquelle elles ſont préſentes à notre eſprit, décide de nos ſentimens.

Obſervons

Obſervons ce qui nous arrive même pour des vérités ſuſceptibles d'une démonſtration rigoureuſe: on voit des hommes, dans la vigueur de leur eſprit, concevoir avec peine que des gens, ſenſés en apparence, adoptent des préjugés populaires, on voit, dis-je, ces hommes ſe rapprocher enfin du vulgaire, & finir par admettre de ſemblables erreurs. Un homme qui veut lire dans les aſtres la ſuite des événemens futurs, ou dans les linéamens de la main le ſort d'un particulier, eſt aux yeux de l'homme qui réfléchit un fourbe ou un imbécille; il dédaigne de combattre de ſi honteuſes erreurs, & ce même homme qui réfléchiſſoit autrefois, croit aujourd'hui aux prédictions d'une vieille femme, que le hazard a favoriſée une fois.

Le paſſage d'un ſentiment à un autre qui lui eſt diamétralement oppoſé, eſt aiſé à concevoir: lorſque ni l'un ni l'autre n'a été admis ou rejetté par conviction, lorſqu'il s'eſt trouvé beaucoup d'idées confuſes dans les raiſons qui ont appuyé l'un ou détruit l'autre. On a pu être perſuadé, mais on n'a pu être convaincu: c'eſt le cas des incrédules d'un certain genre, qui finiſſent par croire aux miracles d'une relique, & aux impoſtures groſſieres d'un Moine plus fourbe que fanatique. Cela eſt dans l'ordre, on a bâti en aveugle & on détruit de même.

Je vois dans l'homme trois époques, trois états qui ſe touchent & par lesquels il paſſe inſenſiblement & ſans s'en appercevoir. A la premiere aurore de ſa raiſon, avide de connoiſſances & d'idées, il prend tout ce qu'on lui préſente, il forme ſon magazin d'or & de plomb: bientôt un plus grand jour ſuccede à cette premiere lueur, la raiſon éclaire & débrouille cet amas confus d'idées: plus ou moins heureux il conſerve plus ou moins d'erreurs & de préjugés: parvenu au période où il voit en partie par lui-même, il fait ſon ſyſteme & ſe berce de la flatteuſe idée d'avoir trouvé la vérité, & d'avoir fait avec elle une alliance éternelle.

Voilà le point de maturité, qu'un grand Philoſophe avoit raiſon de regarder comme le point où commence la deſtruction. Bientôt les forces s'affoibliſſent, on ne voit plus avec le même degré de clarté, ni l'abſurdité des erreurs qu'on a combattues, ni la juſteſſe & la liaiſon des preuves qu'on a eues pour admettre les vérités qu'on connoit; on eſt livré à l'incertitude, & ſinon ra-

mené insensiblement aux erreurs du premier âge, du moins fort éloigné de pouvoir s'en défendre, lorsque ces erreurs flattent notre foiblesse, ou nous sont représentées sous les apparences de la vérité. Comme il n'y a point de saut dans la nature, ces trois états sont liés ensemble, & s'il y a un terme de repos pour ce tems où l'esprit est parvenu au plus haut période, il doit être court, à le prendre à la rigueur. Heureux l'homme qui trouveroit le secret de le prolonger! L'art qui se borneroit à le reculer, ne seroit point un art désirable.

Mais pourquoi faut-il que l'esprit humain subisse les vicissitudes du corps? les forces inhérentes de l'ame s'affoiblissent-elles donc? Non, c'est le cas d'un habile ouvrier dont les ouvrages deviennent imparfaits parce que ses instrumens sont usés.

S'il paroît peu naturel que notre esprit une fois convaincu d'une vérité puisse donner dans une erreur opposée, c'est que l'on ne fait pas attention que la certitude de nos idées, relativement à nous, dépend nécessairement de la vue claire des preuves qui l'établissent. L'esprit de l'homme est fait de façon qu'il ne peut s'en rapporter à personne pour parvenir à une certitude complette d'une vérité de raisonnement. L'homme ne se fie à l'homme tout au plus que pour des choses de fait: pour les choses de raisonnement il faut raisonner avec lui, c'est à dire qu'il faut qu'il raisonne lui-même. Convaincu de la foiblesse de son esprit, il ne peut douter de celle des autres hommes, & si quelquefois il s'est tiré à l'aide d'un autre de l'incertitude où il étoit, ce n'a pu être qu'en parvenant ainsi que lui à se représenter avec un degré de clarté suffisant les raisons & les preuves du parti qu'il a pris. L'homme se défie même de ses propres raisonnemens, lorsqu'il ne se les rappelle qu'imparfaitement: rarement se repose-t-il sur des raisonnemens qu'il ne se rappelle qu'en gros: en doute s'il a tout bien considéré, si rien ne lui est échappé, si quelque sophisme ne l'a point ébloui, il veut voir de nouveau, & si son esprit se refuse à ses désirs & à ses efforts, les vérités admises autrefois lui paroissent aujourd'hui incertaines; il ne peut se dire: j'ai démontré telle ou telle vérité, & en être par-là même convaincu. La conviction d'où dépend une certitude complette, demande toujours cette lumiere distincte dont elle est émanée.

Il n'en eſt pas tout à fait de même des vérités de fait: nous reſtons ſouvent aſſurés d'un fait que nous n'avons vu qu'une ſeule fois: nous en ſommes aſſurés, bien que nous ne nous rappellions qu'une partie des circonſtances qui l'ont accompagné. Mais ſi la mémoire vient à s'affoiblir au point qu'on ne ſe rappelle aucune de ces circonſtances, la certitude des faits devient vacillante, & c'eſt cet état où l'homme ne ſait s'il a rêvé ou s'il a vu.

Je ne crois pas qu'on puiſſe m'oppoſer ici ce qu'on voit dans ces hommes qui, en fait de raiſonnement, ont ſubi le joug de l'autorité; ils reſtent toute leur vie attachés à leurs idées, & n'éprouvent jamais d'inquiétude à cet égard: mais ſi ces hommes ſe ſont inſtruits & s'ils s'inſtruiſent encore, ils n'ont fait & ne font autre choſe que charger leur mémoire de ce qu'on leur dit être la vérité; il n'y a point de certitude, il n'y a point de conviction pour eux.

Il s'enſuit de là, dira-t-on peut-être, qu'on ne ſauroit être convaincu d'une erreur, & on demandera comment il arrive cependant que des ſentimens contradictoirement oppoſés trouvent des défenſeurs qui raiſonnent. Mais tout ce que les hommes admettent ou regardent comme certain porte-t-il le ſceau de la conviction? Il y a beaucoup d'erreurs dont ils ſont perſuadés: il ne peut y en avoir dont ils ſoient convaincus. Si l'on penſe qu'il y a peu de vérités dont les preuves puiſſent être conduites par une chaine non interrompue juſqu'à des principes inconteſtables: que ſouvent il entre dans la chaîne de nos raiſonnemens tant de repréſentations obſcures ou confuſes: que malgré des talens égaux les hommes ne s'apperçoivent pas tous également du mauvais alloi de quelques-uns de ces chaînons: qu'on eſt inſenſiblement entraîné à regarder comme vrai & comme prouvé tout ce qui s'accorde ou paroît s'accorder avec ce qu'on a déjà admis comme certain, ſi, dis-je, on ſe fait des idées bien nettes de la certitude, on verra qu'il n'y a rien de plus aiſé à concevoir que cette diverſité de ſentimens parmi les hommes les plus inſtruits & les plus profonds: je ne compte pour rien ici les hommes qui ne ſavent pas réfléchir.

Lorſque Mr. Lavater s'écrie dans ſon enthouſiaſme, *qui ne voit pas cela?* il regarde comme complettement certain ce qu'il ne peut appercevoir

que confusément : il est entraîné par son imagination, mais il ne sauroit être convaincu, & ne convaincra jamais personne. On peut donc être persuadé d'une erreur & l'être si fortement, que la certitude que l'on croit en avoir, ne paroît pas le céder à la certitude où l'on est des vérités dont on est convaincu.

On a souvent de la peine, lorsqu'une erreur, un préjugé a gagné par le tems, lorsque l'habitude nous a appris à juger un peu par goût, lorsque notre esprit a subi le joug de l'autorité, & ces chaînes sont quelquefois insensibles, lorsqu'on est gouverné sans s'en appercevoir, que l'on croit beau & vrai tout ce qui vient d'une source qui a su nous inspirer de la confiance, on a, dis-je, de la peine à céder au raisonnement, ou, après y avoir cédé, à ne pas sentir un tendre retour vers une erreur chérie. J'ai vu d'habiles & de profonds Philosophes convenir qu'ils sentoient en eux-mêmes un penchant vers des idées qu'ils reconnoissoient fausses. Tout cela confirme cette vérité constante, que la conviction est inséparable de la lumiere qui l'a produite.

Il y a bien plus : il n'est pas même rare de voir les preuves les plus fortes, les raisonnemens les mieux suivis & les plus concluans ne faire aucune impression sur celui qu'on cherche à convaincre : preuve que la vue distincte de l'ensemble est nécessaire pour entraîner notre assentiment ; si le rapport & la liaison entre les différentes propositions d'un raisonnement ne sont pas apperçus avec le degré de clarté suffisant, ou s'il se trouve quelques propositions intermédiaires qu'on ne se représente pas, on ne voit pas tous les chaînons qui lient le principe aux conséquences. Si l'on dit à un homme peu accoûtumé à se faire des idées distinctes, que la fameuse question de l'éternité du monde *a parte ante & a parte post* est une questiun qui n'a point de sens, parce que le tems est l'ordre des choses qui se suivent, cet homme ne comprendra pas ce qu'on veut lui dire, rira peut-être d'une conséquence qui lui paroîtra absurde par la raison qu'il n'a aucune idée distincte de ce que c'est que le tems & l'éternité. Plus un homme est capable de suivre rapidement un raisonnement abstrait, plus il sera facile de le convaincre d'une

vérité: au contraire plus il eſt lent à concevoir, plus auſſi il ſera opiniâtrément attaché à ſes erreurs ou revêche à l'inſtruction.

Comme il ſe trouve auſſi que parmi les propoſitions intermédiaires dont nous parlons, il y a des faits, des obſervations, des expériences inconnues peut-être à celui qu'on veut convaincre, on doit convenir qu'une conception lente en apparence, ou un attachement opiniâtre à une erreur clairement réfutée, n'eſt pas toujours la marque d'une difficulté de réfléchir ou d'un défaut d'idées diſtinctes. Nouvelle raiſon qui prouve qu'il n'eſt pas fort ſurprenant de voir les hommes varier dans leurs idées & retourner à des erreurs abandonnées avec connoiſſance de cauſe. C'eſt ſouvent l'oubli de ces propoſitions intermédiaires, de ces faits, de ces obſervations, de ces expériences, qui fait ſuccéder l'incertitude à la certitude la plus complette, & qui nous ramene enfin à l'erreur.

C'eſt cette contention d'eſprit, cet état de notre ame qui voit diſtinctement ce qu'elle ſe repréſente, qui éleve l'homme au-deſſus de l'homme: c'eſt dans la diſpoſition à ne pouvoir être convaincu qu'à la faveur du raiſonnement, qu'on trouve la ſeule & véritable preuve de la liberté de l'homme: l'homme le plus libre eſt celui qui voit le mieux: la ſouveraine liberté eſt la ſouveraine lumiere.

Mais il a fallu un corps à cet être; c'eſt à dire qu'il lui a fallu des bornes bien étroites: il a fallu qu'il y eût pour l'homme des choſes mal vues, ou des choſes non vues, des erreurs, des préjugés. Les hommes, accoûtumés dès l'âge le plus tendre à croire plutôt qu'à juger, contractent dès l'enfance une diſpoſition à la pareſſe d'eſprit, & de là naît ſouvent une impuiſſance de réfléchir: mille raiſons concourent à augmenter le mal; dans la vie humaine les diſtractions du plaiſir, comme celles de la peine, donnent à l'ame le pli de paſſer rapidement d'un objet à l'autre: les hommes ſont pour l'ordinaire des voyageurs qui courent au lieu de marcher & de s'arrêter: un peu d'amour propre en égare d'autres; ils croient que tous leurs regards ſont des regards d'aigle, qu'il leur ſuffit d'ouvrir les yeux pour tout voir: de là naît enſuite l'irréſolution.

L'irréſolution eſt un état pénible: tantôt porté vers un côté & tantôt vers l'autre, on ne ſauroit ſe fixer, du moins pour longtems: lorſque cet état accompagne les premiers pas que nous faiſons pour nous inſtruire, l'irréſolution cede enfin à la certitude; mais lorſqu'il reparoît dans le tems où notre eſprit ſemble foiblir, l'irréſolution ne nous quitte plus: peu redoutable lorſque nos forces s'accroiſſent ou peuvent s'accroître, elle l'eſt extrémement lorſque nos forces ſont ſur le point de nous abandonner.

Je me repréſente deux eſpeces d'irréſolution: l'une où l'ame, entraînée tour à tour par des raiſons oppoſées, donne & refuſe ſon aſſentiment à la même idée: l'autre où l'ame appercevant de part & d'autre des difficultés d'une force en apparence égale, ne peut ſe décider: c'eſt proprement le doute.

Je m'écarte peut-être de l'uſage, qui ſemble avoir affecté l'irréſolution aux actions, le doute à l'obligation de faire ou de ne pas faire, & l'incertitude aux événemens futurs; du moins c'eſt là l'idée de l'Abbé Girard. Mais occupé à développer des idées, & la préciſion exigeant que je diſtingue des choſes très différentes en elles-mêmes, je n'ai d'autre reſſource que de fixer le ſens dans lequel je prens les expreſſions dont je me ſers, toutes les fois que je m'écarte de l'uſage ordinaire.

Comme il n'y a point d'équilibre parfait, parce qu'il n'y a point de repos parfait, l'irréſolution qui laiſſe l'ame indéciſe ne ſuppoſe pas une indifférence parfaite, c'eſt à dire, n'exclut point une préférence quelconque: il eſt même néceſſaire qu'une des deux idées oppoſées ſur le choix desquelles on ne peut ſe décider entierement, nous paroiſſe approcher de la vérité plus que l'autre, par la raiſon que deux choſes diamétralement oppoſées ne peuvent pas être repréſentées à l'ame dans le même inſtant avec le même degré de clarté, & qu'ainſi celle de ces deux idées qui ſera le plus clairement apperçue, doit néceſſairement paroître ou s'approcher ou s'écarter de la vérité plus que l'autre. Ce qui diſtingue donc eſſentiellement les deux eſpeces d'irréſolution, c'eſt que dans l'une on prend un parti, mais pour un court eſpace de tems, & que dans l'autre on n'en prend point.

La premiere eſpece d'irréſolution eſt communément le fruit de la précipitation. Si l'attention qu'on donne aux raiſons pour & contre eſt légere,

on abandonne aiſément une idée pour une autre qui lui eſt oppoſée: il ne faut qu'une raiſon nouvellement apperçue, ou apperçue ſous un autre jour, pour faire varier l'homme qui s'eſt décidé trop légerement. C'eſt ce qu'on remarque ſurtout lorſqu'il s'agit d'idées qui ne ſont ſuſceptibles que de probabilité, & qui ſont à peu près l'objet des réflexions de tout le monde. Si donc, faute de porter ſur les objets préſens à l'eſprit l'attention néceſſaire, ou faute de pouvoir la porter ſur des rapports à nous inconnus, on ne peut parvenir à cette certitude que rien ne peut ébranler, on s'expoſe à changer d'avis en ſe décidant: plus il y aura eu de précipitation dans le jugement qu'on a porté, plus auſſi les variations ſeront-elles fréquentes.

Les hommes doués de la faculté de ſe repréſenter vivement les objets & de paſſer rapidement d'un objet à l'autre, ſe décident aiſément, & ſont par conſéquent ſujets à changer ſouvent d'idées. Les met-on aux priſes avec d'habiles Sophiſtes, ou avec des gens qui ont le talent de ne préſenter que le côté favorable à leurs opinions, on les voit changer de ſentimens au gré de ceux qui les endoctrinent. Si le fameux Winslow, après avoir entendu un célebre Prélat qui lui fit croire l'exiſtence du purgatoire, fût paſſé à l'école d'un Philoſophe, il auroit bientôt oublié le purgatoire & l'éloquence touchante de ſon convertiſſeur: on n'eſt pas longtems dupe des ſophiſmes dès qu'on veut raiſonner. Mais ſi, au lieu de raiſonner avec un Philoſophe, il eût défendu contre un controverſiſte les leçons de ſon maître, il ne les eût ſans doute abandonnées que pour un tems, tout prêt à céder de nouveau aux ſophiſmes du Prélat.

On dira: s'il eſt naturel de céder aux raiſonnemens actuellement préſens à notre eſprit, celui qui admet une erreur, n'agit pas autrement que celui qui admet une vérité. Il y auroit donc toujours du riſque à ſe décider. Je répons: c'eſt aux raiſons diſtinctement apperçues qu'il faut céder; il s'agit de voir ſi l'on a été convaincu.

Il arrive ſouvent qu'après avoir admis une idée à la ſuite de certains raiſonnemens, il nous reſte quelque peu de défiance; mais cela n'arrive que lorſque ces raiſonnemens n'ont produit aucune conviction, c'eſt à dire, lorſque cette idée & les raiſons ſur leſquelles elle eſt fondée, n'ont pas été

diſtinctement apperçues. Cela eſt même vrai des vérités ſuſceptibles de démonſtration; les a-t-on admiſes ſans preuves, ou ſans raiſons diſtinctement repréſentées, à quelle conviction peut-on s'attendre? La vérité admiſe aveuglément, eſt due au hazard: c'eſt un hazard ſi on ne la rejette pas un inſtant après. C'eſt pourquoi s'il eſt vrai de dire qu'il n'eſt pas ſûr qu'on acquieſce longtems aux vérités qu'on a admiſes une fois, cela ne l'eſt que pour ceux qui les ont admiſes ſans idées diſtinctes, ſans raiſonnemens ſuivis, en un mot ſans avoir été convaincus, ou pour ceux qui ſont parvenus à un état où il ne leur eſt plus poſſible de ſe repréſenter diſtinctement ce qu'ils ſe repréſentoient ainſi auparavant.

Il y a plus; on obſerve qu'il ſe trouve des hommes qui après avoir été convaincus d'une vérité, conſervent un ſentiment d'inquiétude & d'incertitude, ou, pour parler philoſophiquement, chez qui des idées obſcures reparoiſſent ſouvent, bien que les idées diſtinctes qu'ils s'étoient faites, les euſſent dû chaſſer pour tout le tems où leur ame conſerve la même force. Soit faute de courage pour impoſer ſilence à des préjugés qui réclament ſourdement leurs anciens droits & plaident en faveur de l'erreur, ſoit faute de pouvoir ſouvent exercer cette contention d'eſprit néceſſaire pour voir la force triomphante de la vérité, ils ont plus d'une fois vu & compris la vérité, ils ſe ſont décidés avec connoiſſance de cauſe; mais de tems à autre il s'éleve en eux une méfiaoce cootre les raiſons qui les oot décidés.

Qu'arrive-t-il alors? ces hommes héſitent quelque tems; c'eſt une irréſolution momentanée qu'ils éprouvent, & qui dure juſqu'à ce qu'ils ſoient en état de reproduire les idées diſtinctes qui les avoient convaincus. Il en eſt d'eux comme de ces gens qu'oo a tant de peine, quoique vertueux, à amener à faire uoe bonne action ſi elle eſt extraordinaire & hors des idées communes.

Il y a une claſſe d'hommes qui reſtent dans le doute faute de vouloir examiner atteotivement les raiſons pour & contre les idées ſur lesquelles ils veulent être décidés ſans qu'il leur eo coûte de la peine; & par-là même on les voit reſter indécis. Les uns, & c'eſt la plus forte claſſe, ont eu le malheur d'entrer dans la carriere du raiſonnement, ſi j'oſe ainſi parler, ſans

ſe

ſe défier ni d'eux ni de leurs maîtres: ne ſoupçonnant pas qu'ils puſſent être dans l'erreur, il leur a paru fort étrange que l'on ait pu les détromper, & il ne leur a fallu qu'être convaincus plus d'une fois qu'ils y étoient pour éprouver une défiance générale. C'eſt le dépit d'un homme ſenſible qui ſe voit trompé pour avoir eu trop de confiance, & qui finit par ſe méfier de tout le monde. Une autre claſſe de gens portés à reſter dans l'indéciſion eſt compoſée de ceux qui craignent de découvrir qu'ils ſont dans l'erreur, comme ſi le plus grand bien qui puiſſe arriver à l'homme n'étoit pas de reconnoître ſes erreurs: ce ſont des têtes pour qui, ſi je puis m'exprimer ainſi, la vérité eſt d'une trop dure digeſtion; leur préſente-t-on cette vérité, ils craignent de s'en aſſurer; de petites difficultés les arrêtent: ils aiment la vérité & combattent, diſent-ils, l'erreur; ce ſont des gens qui font toute leur vie la petite guerre, & perdent leur tems en conſumant leurs forces.

Mais cette confiance qu'on auroit dans les preuves qui nous ont convaincus, & qu'on auroit au point de ne faire aucune attention aux difficultés qu'on oppoſe, de négliger même celles qu'on ne ſe trouve pas en état de réſoudre, ne ſeroit-elle pas dangereuſe pour qui cherche la vérité? Je ne veux pas nier qu'il n'y ait ou qu'il ne puiſſe y avoir des difficultés à oppoſer à une vérité quelconque telles qu'on peut être aſſuré que perſonne ne les réſoudra: s'il n'y a point de difficultés inſolubles en elles-mêmes, il y en a qui peuvent l'être pour des hommes dont l'eſprit eſt néceſſairement borné. Mais il ſuffit à l'homme qui ne peut ni tout voir à la fois ni tout pénétrer, d'être convaincu d'une vérité pour être en droit de négliger les difficultés qu'il ne peut réſoudre: de ce qu'il a pu être convaincu il s'enſuit que toute difficulté à oppoſer eſt ſans force. Pourquoi un raiſonnement concluant, une démonſtration complette, cette conviction née de la vue diſtincte des objets, auroit-elle moins de pouvoir que l'expérience de nos ſens? Oppoſera-t-on avec ſuccès à l'expérience des raiſonnemens captieux, des objections difficiles à réſoudre? Tout ce qu'on pourroit dire contre un fait extraordinaire & qui ſurpaſſe les forces connues de la nature, n'empêchera perſonne de le croire s'il l'a vu, & il ſeroit bien inutile de raiſonner ou de

ſophiſtiquer avec un homme, pour le convaincre qu'il n'a pas vu, ou qu'il a rêvé. Or la vue diſtincte d'une vérité établie à la faveur d'un raiſonnement ſuivi auroit-elle moins de droit à la certitude que la vue corporelle? Certes bien loin de là: ou il faut n'avoir jamais ſuivi un raiſonnement, ou il faut convenir que la conviction eſt d'une toute autre force que la certitude du témoignage de nos ſens.

La certitude eſt donc la confiance qu'on a dans les idées qu'on a adoptées: c'eſt conviction, ſi cette confiance eſt le fruit de la vue diſtincte des objets & de leurs rapports: c'eſt perſuaſion, ſi cette confiance n'eſt due qu'à des raiſons étrangeres à l'objet même, ou à des raiſons qui n'ont pas été diſtinctement repréſentées à l'ame. C'eſt ainſi qu'à proprement parler il n'y a point de conviction pour les faits; on ne peut en être que perſuadé, ſoit que nous les admettions ſur le témoignage de nos ſens, ou ſur celui d'autres hommes.

L'incertitude eſt cette méfiance au ſujet des idées qu'on juge ne pouvoir ni rejetter ni adopter; c'eſt doute, lorſque les raiſons pour ou contre nous paroiſſent à peu près du même poids, c'eſt irréſolution, lorſque ces raiſons n'ont pas conſtamment pour nous la même valeur. Cette méfiance eſt due ou à l'impuiſſance des facultés intellectuelles; c'eſt l'incertitude inſéparable de l'humanité: ou à l'impuiſſance de ces mêmes facultés dans un homme en particulier; c'eſt le cas des imbécilles: ou au défaut de nos connoiſſances actuelles; c'eſt l'ignorance: ou enfin elle eſt due à l'affoibliſſement de notre ame, ou pour parler juſte à la *foibleſſe* des inſtrumens dont l'ame ſe ſert; c'eſt le cas des hommes qui tombent en enfance.

DE

L'INFLUENCE DES CAUSES PHYSIQUES SUR L'ESPRIT DE L'HOMME.

PAR DOM PERNETY.

L'homme tient à tout dans la nature; envain ſon orgueil voudroit-il en faire un être iſolé. Si on le ſépare des élémens, il ceſſe d'être, parce qu'ils lui conſervent la vie, qu'ils modifient ſon corps ainſi que ſon eſprit, ſuivant ſon état de maladie ou de ſanté. Il ne faut qu'ouvrir les yeux ſur les objets qui nous touchent le plus près, pour ſe convaincre que tout ce qui produit, entretient ou environne nos corps, agit continuellement ſur eux, & peut apporter des changemens notables dans l'ame, avec laquelle il eſt ſi intimement uni.

Nous tenons de nos peres le germe des vertus & des paſſions. Le ſexe que nous recevons des mains de la Nature, nous donne un génie particulier, qui eſt différemment modifié par le tempérament & par le climat. On peut les regarder comme des cauſes premieres de la différence des eſprits, des talens, des mœurs, des coûtumes & des loix. „Si l'on compare, dit „Hippocrate, les peuples de l'Aſie avec les Européens, il eſt certain que „les Aſiatiques ſont plus timides, plus efféminés, plus foibles que les „peuples de l'Europe, qui ſont doux dans leurs mœurs, parce que les „ſaiſons de l'année n'y ſont ni extrêmement chaudes, ni extrêmement „froides: leur conſtante égalité entretient l'ame dans la même aſſiette. „Les changemens qui arrivent dans l'air, en affectant le corps, réveil-„lent l'eſprit, & l'empêchent de reſter en repos. Le caractere, ajoû-„te-t-il, correſpond avec les ſingularités des pays que l'on habite. Lors-„que les ſaiſons ſont tout-à-fait différentes entr'elles, & que leurs va-

„riations font fréquentes, les habitans de tels pays font groffiers, fauvages, „& ont des ufages de toute efpece" (*lib. de aëre, aquis & locis*). Galien le cite fouvent dans fon Traité qui a pour titre: *Quod animi mores corporis temperamentum fequantur*, *Cap. 8.*

L'éducation, quoique morale, peut cependant être confidérée comme caufe phyfique, puifque fes refforts cachés reçoivent leur mouvement des caufes phyfiques. Elle a un pouvoir fur les efprits fi remarquable, qu'il faudroit n'avoir jamais ouvert les yeux fur les opérations fimples & conféquentes de la Nature, pour ne l'avoir pas apperçu. Mais toutes ces actions du phyfique fur les efprits ne détruiront jamais entierement ce fond, cette nature, ce penchant, cette pente, cette inclination infurmontables, qui en entraînent quelques-uns. Ce feroit un excès de confiance que de tout attendre de la bonne éducation morale, puifque cette nature fi rebelle dépend des difpofitions que la température du climat met en lui, ou de l'organifation particuliere qu'a pu lui donner un tempérament fingulier, produit & entretenu par mille caufes phyfiques différentes.

Inutilement a-t-on difputé de l'efficacité des tempéramens fur l'efprit; il n'y a aujourd'hui qu'une feule opinion fur cet article. On dit avec Galien: (*Comment. de nat. humana*) de la bile part la vivacité, la fineffe, la pénétration de l'efprit. C'eft de l'humeur mélancolique que lui vient fa fermeté, fon opiniâtreté, fa conftance. La pituite eft peu propre à former les mœurs & le génie. Le fang nous difpofe à la fimplicité, & nous fait quelquefois pancher vers la folie.

Le régime de vie général pour tous les hommes & particulier pour chacun d'eux, découvre à quiconque veut y réfléchir, une puiffance très-étendue fur la plus noble partie de nous-mêmes. On connoît affez le pouvoir de l'âge, de la fanté & des maladies fur l'efprit. Ces deux dernieres font des modes qui affectent chaque âge, chaque fexe, chaque tempérament, dans telle faifon, ou fous tel climat: de forte que l'on peut dire que leur pouvoir fe partage pour fe multiplier à l'infini.

Quant à la puiffance de la génération fur le caractere & les penchans, le fait n'eft pas douteux: on l'a penfé dans tous les tems. „On découvre,

„dit Horace (Liv. 4. Ode 3) dans les jeunes Tibere & Drusus les mêmes „penchans de courage & de probité. *Fortes creantur fortibus.*" Mais la maniere dont les vices & les vertus se transmettent aux enfans, ne nous est pas également connue. Vouloir l'expliquer, seroit nous engager dans une dissertation qui nous meneroit trop loin. J'en laisse le soin aux Buffon & aux autres Naturalistes, plus en état que moi de traiter cette matiere.

L'homme, considéré en général & proclamé par son orgueil le Roi des animaux, est cependant la proie des vices les plus bas, & l'exemple des plus grandes vertus. Sage & insensé, patient & colere, modeste & présomptueux, débonnaire & cruel, ami & ennemi, il forme le tableau le plus bizarre & le plus singulier. Le comparez-vous avec la femme? hardi, courageux, constant, sublime, profond & né pour être libre, il surpasse de beaucoup le sexe timide, pusillanime, volage, occupé des plaisirs, de la parure, des modes, & d'autres bagatelles, portant facilement le joug de l'esclavage.

D'ailleurs, pour rendre hommage à la vérité, je ne dois pas dissimuler les avantages réels que les femmes ont sur les hommes. Outre la beauté & les graces du corps, le beau sexe possede une certaine finesse d'esprit & une certaine délicatesse à laquelle les hommes n'atteignent guere par eux-mêmes, & qui dédommage les femmes de la solidité qui leur manque. C'est le commerce des femmes qui façonne les hommes; ils y puisent cette gayeté, cette élégance, cette complaisance, cette politesse & ces égards que l'on se doit l'un à l'autre, tant pour le bien de la société que pour celui du particulier. Le plus beau génie, élevé dans les forêts, ne seroit qu'un diamant brute; il auroit un caractere farouche, incivil & fait pour lui seul. On le reconnoit même encore dans ceux qui ont été élevés & nourris dès le bas âge au milieu du tumulte des armes, ou des vapeurs des eaux & de la mer, où les Graces & les Muses se trouvent très-rarement, quoique Vénus soit sortie de la mer, qu'elle fût la mere des Graces, l'épouse de Vulcain & l'amante du Dieu de la guerre.

Le climat, le régime de vivre, les tempéramens & l'éducation operent chez les femmes comme chez les hommes; mais la cause primordiale du

génie singulier du beau sexe dépend de sa constitution. Les fibres du corps féminin sont beaucoup plus molles, plus lâches, conséquemment plus foibles que celles des hommes. Aussi les femmes croissent plus vîte, sont plutôt raisonnables que les hommes, parce que leur corps a plutôt atteint l'âge de puberté & le degré de perfection qui lui convient; mais il touche plus promptement au terme de la vieillesse, qui est celui de sa décadence.

Les fibres plus souples & plus délicates produisent des impressions plus promptes, plus vives. On doit en conclure que les femmes ont naturellement le caractere plus enjoué & plus badin, un esprit plus vif & plus inconstant que celui des hommes; caractere qui ne leur permet pas de s'abandonner constamment à un genre d'étude froid, triste, long, ennuyeux, épineux & difficile, mais qui les a fait réussir dans les sciences filles de l'imagination, dans la Poësie, dans les Romans, dans le style épistolaire. Si quelque femme s'est appliquée à une étude sérieuse, c'est une exception à la loi générale. Les femmes livrées aux exercices violens, endurcies par la fatigue, accoûtumées au régime de vie le plus dur, cessent, pour ainsi dire, d'être femmes, & sont presque des hommes; tandis qu'un homme phlegmatique de tempérament, ou élevé à l'ombre dans le sein du repos, de la bonne chere, de l'oisiveté, & couché sur le duvet, a le teint pâle, la peau blanche, la chair molle, les yeux languissans, l'estomac foible, & quelquefois paye par les veines hémorrhoïdales périodiquement le même tribut que le plus grand nombre des femmes ne peut retenir sans être accablé de mille maux. Le caractere de tels hommes est ordinairement tranquille & pacifique; leur esprit froid & borné, leur cœur lâche, efféminé, les mettent au dessous de la femme.

On peut dire que, généralement parlant, les femmes ne sont propres que pour les ouvrages de détail frivole, où l'imagination a le plus de part, & non pour les sciences qui naissent du concours des raisonnemens & des jugemens suivis. Nous ne ferons cependant pas un crime au beau sexe de ne pas s'embarrasser dans les routes épineuses & les replis tortueux de la Théologie, de ne pas sécher leur tendre embonpoint sur les volumes immenses des loix, de ne pas exposer leurs mains délicates au charbon des

fourneaux chimiques & le lys de leur teint à l'ardeur brûlante & à la vapeur infecte de ce charbon. Si elles le faifoient, nous y perdrions fes graces & fon enjouement. La part des femmes eft donc prefque égale à celle des hommes; car fouvent on préfere l'agréable à l'utile, & le clinquant à l'or. Hé, qui ne feroit pas fâché de n'être pas quelquefois la dupe de fon imagination, & de juger tout au tribunal de la raifon?

L'influence des caufes phyfiques fait qu'il fe trouve dans le genre humain deux efpeces à figure humaine, mais qui n'appartiennent proprement à aucun des deux fexes en particulier; ce font les Eunuques & les Hermaphrodites. Il eft étonnant combien la mutilation des parties néceffaires à la génération influe fur le caractere des Eunuques. Elle les rend efféminés, lâches, foupçonneux, timides, traitres, bizarres. Les châtrés, dit Dionis, (dans fon Cours d'opérations de Chirurgie, augmenté par la Faye. Paris 1765. 8°, p. 368.) en parlant de cette mutilation, ont encore plufieurs défauts qui leur font particuliers, & qui les font reconnoître; ils ont le teint jaune, le vifage ridé, la voix efféminée; ils font puants, infociables, diffimulés, fourbes, & on ne leur voit guere pratiquer de vertus humaines. Tout cela doit s'entendre de ceux qui ont fouffert cette opération dès leur enfance, & non de ceux qui ayant le caractere déjà formé, font devenus eunuques par fuite de maladie, ou par accident, comme le malheureux Abélard, Origene & tant d'autres. Quant aux Androgynes, s'il y en a de bien caractérifés, il faut juger de leur caractere & de leur génie fuivant la nature du fexe auquel ils fe rapportent le plus. Peut-être du mélange des deux fexes réfulte-t-il un génie particulier: le manque d'obfervations nous empêche de rien décider là-deffus.

Le climat eft un efpace du globe terreftre compris entre deux cercles paralleles à l'équateur. Les uns nient le pouvoir du climat fur les efprits, d'autres l'affirment, & chacun prétend fon fentiment fondé fur l'expérience. Les premiers difent que fi le climat influoit fur les efprits, les peuples qui les habitent, y feroient toujours les mêmes; que l'on y remarque au contraire des changemens de mœurs & de caracteres fi fenfibles, que ces changemens font tomber abfolument toute idée de l'influence du climat;

à moins qu'on ne ſuppoſe que la température du climat auroit elle-même changé; ce qui n'eſt pas, & ne peut être, ſans que le globe terreſtre ne change d'inclinaiſon & de poſition relative à l'équateur. Mais ceux qui ſoutiennent cette theſe auroient dû faire attention que tant d'autres cauſes influent ſur les eſprits, que l'influence du climat devient quelquefois la moins forte & la moins dominante, au moins pour un tems. Un conquérant ſubjugue quelquefois les eſprits en même tems que les corps: il porte ſes loix & ſes mœurs dans le pays dont il s'eſt rendu le maître. Tant que l'on y eſt aſſervi, l'on porte le joug: on s'y accoûtume inſenſiblement, & après un ou deux ſiecles, on eſt étonné de ne trouver que des eſclaves lâches, foibles, poltrons dans un pays célebre par la bravoure, le courage & les exploits de ſes anciens habitans.

Cette preuve eſt ſenſible, mais elle n'eſt pas victorieuſe. L'Hiſtoire nous apprend que le plus grand nombre des peuples qui ont quitté leurs pays & ſe ſont établis dans d'autres ſitués ſous des climats différens, ont gardé quelque choſe de leur ancien caractere, mais qu'ils ont pris les loix, les uſages & les mœurs des peuples parmi lesquels ils ſe ſont fixés.

Pour décider cette queſtion, conſidérons ſans préjugé chacun des peuples qui habitent les contrées compriſes entre des paralleles du globe un peu éloignés les uns des autres; nous les trouverons preſqu'auſſi différens dans leurs mœurs, leurs coutûmes & leurs loix, qu'ils le ſont par le génie & par le caractere. Ici nous verrons des nations entieres barbares, brutales, méfiantes, méchantes & perfides; là des peuples civils, pleins de bonne foi, de franchiſe & de probité, doux, affables & généreux; ici des nations ſérieuſes, inſpirées par l'audace, la fureur, accoûtumées au carnage, & ne reſpirant que la guerre & ſon déſordre; là nous obſerverions avec plaiſir des peuples enjoués & adonnés aux ſciences, que la paix & le repos nourriſſent; c'eſt la patrie des beaux-arts. Ici ce ſont des hommes laſcifs, voluptueux, irréligieux, ne ſachant mettre aucun frein à leurs paſſions; là ce ſont des hommes laborieux, accoûtumés à la fatigue, appliqués au commerce, attachés à leur religion, dévots ſouvent juſqu'à la ſuperſtition.

Peut-

Peut-on attribuer ces différens effets à d'autres causes qu'à la nature des climats sous lesquels les choses sont ainsi depuis tant de siecles? C'est une cause qui ne varie jamais, du moins sensiblement; cause qui ne peut souffrir d'altérations que par d'autres causes physiques, telles que la situation des montagnes, l'exposition des vallées, la disposition des rivieres, la fréquence des lacs & des marais, la disposition des bois & des forêts, l'abondance des mines, de quelque nature qu'elles puissent être; cause enfin générale, & dont tout homme ne peut éviter le pouvoir.

Examiner les nuances des caracteres des peuples qui sont les plus voisins; trouver les raisons de certaines ressemblances entre des nations qui habitent des climats opposés; rapporter les événemens qui ont occasionné un changement sensible dans le génie des peuples, seroit le détail immense dans lequel devroit entrer un Physicien naturaliste & géographe, qui en feroit son unique objet. Pour moi, qui ne traite cette matiere qu'en l'effleurant, je me contente de dire avec Galien (*lib. quod animi mores sequantur corporis temperam.* Cap. 9) „qui peut ignorer combien different „de corps & d'esprit les peuples septentrionaux de ceux qui vivent sous la „zone torride? Leurs coûtumes sont tout à fait opposées. Qui peut igno„rer encore que ceux qui habitent des régions tempérées, & tiennent le mi„lieu entre les peuples du Midi & du Nord, ont un corps mieux conformé, „des mœurs plus douces & plus policées, un génie plus brillant, plus heureux, „& une prudence plus grande?"

Voyons quels sont les caracteres généraux des peuples du Nord. L'éloignement de l'équateur rend la transpiration moins abondante. Le froid extérieur resserre les fibres, rend les pores de la peau plus étroits & empêche cette dissipation insensible, la plus considérable de toutes les excrétions qui se font dans la machine humaine. Il reste donc une quantité surabondante de sucs nourriciers, qui doit se distribuer également dans toute l'économie animale, pour entretenir une espece d'équilibre entre les liqueurs fournies par les alimens, pour la réparation du corps, & les humeurs qui doivent s'exhaler suivant les loix du mouvement. De là sans doute, cet

embonpoint, cette grandeur de taille, cette vigueur de presque tous les peuples du Nord, qui ne sont pas près du Pole.

Les organes des sens sont composés de fibres semblables à celles de toute l'habitude du corps. Dans ces contrées-là elles sont compactes, rendues & peu mobiles. Le froid condense les fluides, & en retarde le mouvement; le liquide animal doit donc y être moins actif & d'une nature assez grossiere. C'est par ces principes que l'on peut expliquer la lenteur, l'apathie, & la rudesse de l'entendement des nations septentrionales. Mais ces ressorts si difficiles à remuer sont souvent mis en jeu par des causes accidentelles. Lorsqu'elles agissent vivement, leur ame ne peut appercevoir que les actions & les réactions des grandes forces. Plus les fibres sont difficiles à mettre en mouvement, plus elles agissent fortement & longtems lorsqu'elles y ont été mises; car l'expérience nous apprend qu'un homme lent à se mettre en colere, conserve sa colere plus longtems & que les effets en sont plus terribles. L'ame des nations septentrionales doit donc concevoir des sentimens de force, de bravoure, de hardiesse & même d'intrépidité; parce qu'ayant la conscience de leur force, les septentrionaux doivent se croire insurmontables.

Ces conséquences tirées du seul raisonnement sur la constitution physique des nations septentrionales relative au climat, sont autant de faits attestés par l'Histoire. Le Danemarc, l'une des plus anciennes monarchies du Nord, fut autrefois habitée par les Cimbres & les Theutons, hommes nés pour les combats, & pour les grands travaux militaires. Cette vaste étendue de pays que l'on nomme ordinairement la Scandinavie, fut anciennement peuplée par diverses nations, qui vivoient sauvagement & hors de toute sorte de commerce. Les déserts leur donnoient un air farouche & leur tempérament dur & robuste les rendoit inflexibles, cruels & impitoyables. Les Moscovites avant Pierre I. dit le Grand, avoient toute la grossiereté des gens peu instruits; leur meilleure qualité étoit une sobriété extrême pour les viandes solides, surtout à la guerre. Le peuple est encore à peu près le même dans tous ces pays-là. La Pologne, République singuliere par ses constitutions, qui l'ont conduite dans ces tems-ci (1770-74)

à deux doigts de sa perte, moins avancée vers le Septentrion que les pays dont nous venons de parler, renferme dans son sein des peuples vaillans, guerriers, jaloux de leurs droits & de leur liberté, redoutables autrefois à leurs voisins & célebres par leur valeur, qui les a fait plus d'une fois triompher de leurs ennemis.

Le Danube a été le terme & le *nec plus ultra* des conquêtes des Romains du côté du Nord, qui a produit les Goths, les Huns, les Vandales, les Scythes, & tous ces peuples qui, comme des essains innombrables, sont sortis de leurs cabanes en divers tems, pour faire la guerre aux nations méridionales. L'Asie a été subjuguée treize fois; onze fois par les peuples du Nord; deux fois seulement par les peuples du Midi. Aussi les Empires se sont-ils toujours aggrandis des régions septentrionales vers les australes, & jamais des australes vers les septentrionales. Les Assyriens ont été vainqueurs des Chaldéens, les Medes des Assyriens, les Grecs des Perses, les Parthes des Grecs, les Romains des Carthaginois, les Turcs des Arabes, les Tartares des Turcs & des Chinois. Ceux-ci, envoyés dans la Tartarie, sont devenus Tartares, braves soldats & mortels ennemis de la Chine. Les peuples immenses soumis à l'obéissance du Kam, sont tous braves & infatigables. Les *Précops*, les *Nogais*, les *Kalmouks*, accoûtumés de bonne heure à souffrir la faim & la soif, le froid & le chaud, supportent facilement les dures fatigues de la guerre, & bravent leurs ennemis. Les Nogais errans comme les anciens Scythes, en ont retenu l'humeur farouche & toute la rudesse. Ils sont naturellement barbares, cruels, vindicatifs, méchans voisins, plus méchans hôtes. On lit tous ces défauts sur leur physionomie; car leur visage est affreux & difforme. Leurs marches sont celles des ouragans, & ressemblent à un incendie: partout où ils passent ils détruisent, saccagent, ruinent tout, & ne laissent rien que la terre nue. Les Kalmouks sont des monstres pour la figure & different peu des Nogais pour le caractere. Mais les Circassiens, qui sont les plus méridionaux, sont aussi les moins belliqueux des Tartares, & forment un beau peuple, quant aux femmes. Telles sont les nations de la Tartarie, pays si vaste que l'on n'a pas encore pu en déterminer les limites.

Cette courte deſcriptioo des peuples qui ſont au Nord, ſuffit pour faire entrevoir leur caractere, leurs vices & leurs vertus, ſuites néceſſaires de leur conſtitution phyſique, relative au climat. Nous o'y avons pas compris les Lappons, les Grœnlandois & les autres qui habitent plus près du Pole ſeptentrional. La rigueur du froid pouſſée juſqu'à l'extrême agit ſur les hommes comme ſur les plantes de ces pays-là, & ne leur laiſſe, pour aiuſi dire, qu'une demi-apparence humaine, eocore très-défigurée.

Quant aux autres oations ſeptentrionales, leur force plus grande, dont ils ont le ſeotimeot intime, leur doooe plus de confiaoce eo leur ſupériorité, plus d'opinion de leur ſureté, par conſéqueot moins de déſir de vengeance & plus de franchiſe; (car la fourberie naturelle eſt uo effet de la connoiſſance de ſa propre foibleſſe;) moins de ſoupçons, moins de politique & de ruſes, défauts qui parteot tous de la même ſource. Ajoûtez à tous ces traits un bon jugemeot, & vous aurez les traits principaux qui forment le caractere général des peuples du Nord. Mais on y chercheroit envain cette délicateſſe qui plait, cette politeſſe & cette urbanité qui flatte, ce goût qui prévient & qui charme. La perception des rapports ſe fait bieo ſentir, mais les vibratioos des fibres ſont d'une intenſité trop grande. Elles ſont trop peu ſouples pour produire cette fineſſe & ce ménagement délicat, cette actioo vive & en même tems douce qui fait les gens d'eſprit. Une choſe que j'ai bien de la peine à concevoir, c'eſt l'alliage de la force & de la foibleſſe, de l'eſclavage & de l'amour de la liberté que l'on trouve chez les différentes nations dont je viens de parler. Il n'eſt guere de peuples plus eſclaves dans la réalité, que ne le ſont ceux du Nord. Les Princes, les Grands mêmes y ſoot preſque deſpotes, & agiſſent comme s'ils l'étoient. Les peuples portent ce joug par habitude ou par foibleſſe. Il eſt donc étonnant que la fabrique des inſtrumens qui briſent les fers forgés au Midi, c'eſt-à-dire que ces oatioos vaillantes qui ſortent de leurs pays pour détruire les tyrans & les eſcaves; pour apprendre aux hommes que, la Nature les ayant fait égaux, la raiſon n'a pu les rendre dépendans que pour leur bonheur, ces mêmes peuples l'ayeot oublié, & porteot patiemmeot le joug d'uo véritable

efclavage. Je n'en vois qu'une feule bonne raifon; c'eft que les gens de génie & d'efprit font faits pour commander aux autres.

La chaleur opere bien différemment fur les peuples du Midi, que le froid fur les nations du Nord. Celles-ci font courageufes, intrépides, fortes & robuftes de corps; ceux-là font timides, pufillanimes & peu propres aux fatigues de la guerre: des corps petits & foibles font-ils faits pour les travaux de l'art militaire? Tous les Afiatiques font lâches, excepté quelques-uns de ceux qui habitent les montagnes; auffi ne connoiffent-ils d'autre félicité que la molleffe, la pareffe & le repos. Les enfans nés aux Indes de pere & de mere Européens, perdent le courage & l'amour du travail, qui font comme naturels dans le climat de leurs peres. Les Abyffins, timides prefque jufqu'à la lâcheté, dans leur pays, fe diftinguent par leur hardieffe chez les étrangers, & occupent les premiers poftes de la milice dans les royaumes de Ballagat, de Cambaye & de Bengale.

La raifon phyfique en eft bien fenfible. Mettez quelque homme que ce foit dans un lieu chaud & fermé; il fe fentira foible, languiffant, énervé, dans un état de défaillance & de nonchalance difficile à décrire. Si, dans cette fituation, on lui propofe de faire une action hardie où l'agilité & la force foient néceffaires, on ne l'y trouvera aucunement difpofé. Sa foibleffe caufée par le relâchement de fes fibres fe communiquera à fon ame, qui juge ne pouvoir les mettre en action; il fera totalement découragé; il craindra tout, parce qu'il fent qu'il ne peut s'oppofer à rien.

En général les nations du Nord font peu méchantes, & celles du Midi font tout à fait rufées. Les Septentrionaux font affez francs, les Africains font menteurs & perfides. Les Negres font grands parleurs, & toujours prêts à tromper (*a*); en un mot ceux des extrémités du Nord & ceux du

(*a*) *Quidquid ad Eoos tractus, mundique teporem*
Labitur, emollit gentes clementia cœli.
Omnis in Arctois populus quicumque pruinis
Nafcitur, indomitus bellis, & mortis amator.
Lucan. Pharf. l. 8.

Quæ in frigidis regionibus degunt gentes, & quæ per Europam, animo quidem abundant; ingenii verò & artificii parum habent. Quæ verò Afiam incolunt, ingenio & arte abundant, fed magnanimitate carent; quocirca perpetuò parent ac ferviunt. Arift. lib. 6. polit. cap. 7.

Quippe domum timet ambiguam Tyriosque bilingues.
Virg. Æneid. l. 1

Midi ne se ressemblent que par leur inaptitude aux sciences, dans lesquelles ils n'ont au moins jamais excellé. Quand on connoît bien sa force, ou qu'on la croit supérieure, on n'a recours ni à la finesse, ni à la ruse, ni à la tromperie, ni à la méchanceté; car la foiblesse a inventé toutes ces basses ressources pour suppléer à la force qui lui manque.

La cause physique, le froid, produit l'engourdissement du corps, duquel il se communique à l'esprit. Sa lenteur cependant une fois réveillée, excitée & mise en mouvement, les rend propres à un travail opiniâtre & suivi: mais on ne voit guere échapper de leur fond ces étincelles, ces éclairs de génie si fréquens chez les peuples de quelques climats tempérés. La chaleur continue du Midi desseche les fibres, les rend extrêmement irritables & vibratiles: elle occasionne une transpiration trop abondante, qui prive le sang de sa sérosité balsamique, le rend âcre, salin, sulfureux, & fournit de l'activité aux esprits: ce qui les rend actifs & inconstans.

Dans les climats tempérés, c'est-à-dire entre le 35me & le 53me degré de latitude de part & d'autre de l'équateur, la chaleur, bien moindre qu'en Afrique & dans les parties méridionales de l'Asie & de l'Amérique, rend les fibres cependant assez vibratiles, mais elle ne les desseche qu'autant qu'il le faut pour donner à l'ame, à l'esprit, au génie, cette pénétration, cette vivacité, cette fécondité, cette imagination brillante, prompte, pleine de saillies & de cascades qu'on remarque particulierement chez les Italiens & chez les François méridionaux, cette aptitude aux sciences & aux arts, dans lesquels ont excellé & excellent encore les habitans de ces climats tempérés. La même cause devroit faire trouver dans l'Espagne des hommes doux, affables, enjoués, vu que l'Espagne ne le cede guere à aucun autre pays pour la bonté de l'air & pour la fertilité du terroir: l'expérience nous prouve cependant le contraire, puisque l'Espagnol est orgueilleux, vain, sérieux à l'extrême, paresseux & arrogant. A la cause du climat se joignent d'autres causes physiques, qui agissent différemment, & qui modifiant le corps modifient aussi l'esprit.

On l'éprouve en Angleterre, où les terres minérales fournissent à l'air qu'on y respire une quantité de vapeurs qui dessechent & épaississent le sang.

L'atmoſphere y eſt communément chargée de brouillards qui portent avec eux la triſteſſe & la mélancolie: auſſi voit-on peu d'Anglois enjoués en Angleterre; comme à Naples & en Sicile tous les hommes, ſoit étrangers, ſoit nationaux, ſont d'une mélancolie affreuſe pendant tous les tems que le vent, qu'ils nomment *Siroco*, ſoufle: le François le plus gai & le plus évaporé y devient, pendant ce tems-là, d'un triſte, d'un morne qui étonnent un Anglois même (*b*).

Dans tous ceux que la mélancolie domine, on trouve une diſpoſition & une aptitude particuliere aux ſciences & aux arts qui demandent la plus grande force & la plus pénétrante ſubtilité de l'eſprit. Elle a produit les Newton, les Dryden, les Milton, les Shaskeſpeare, les Pope, les Locke & quelques autres. Les Normands & les Bretons peu diſtans de l'Angleterre ont fourni à la France des hommes célebres que Rome & Athenes auroient volontiers revendiqués pour leurs citoyens. Mais ſi les Anglois ont les bonnes qualités des mélancoliques, ils en ont auſſi tous les défauts.

En France les ſaiſons ſe ſuccedent aſſez régulierement; les pluies amolliſſent ce que le contact de l'air chaud auroit trop deſſéché; les vents doux & rarement impétueux donnent à l'atmoſphere un mouvement libre, proportionné, ſalutaire au corps & à l'eſprit. Mais comme la diſpoſition des lieux n'eſt pas la même dans toutes les provinces de cette nation, les diſpoſitions de l'eſprit y ſont différentes; quoiqu'on y remarque partout l'empreinte du caractere national. La vivacité des Provençaux, des Languedociens & des Gaſcons ſemble contraſter avec la peſanteur des Auvergnats, des Limoſins & des Berrichons; l'étourderie des Picards avec la bonhomie des Champenois, des habitans de la Brie & de la Sologne. Mais, de l'aveu de toutes les nations, les François en général ſont civils, affables, enjoués, bienfaiſans, de bon goût, ont de la pénétration, beaucoup d'intelligence pour les ſciences & les arts, & poliſſent ce que les autres n'ont enfanté qu'imparfaitement.

Pour produire un effet général & conſtant, la cauſe doit être générale & conſtante; auſſi voyons-nous que le caractere & le génie de chaque

(*b*) Voyez le Voyage de Mr. Bridone en Sicile & à Malthe.

peuple eſt conſtant & général. De tous tems les Écoſſois ont été vaillans & jaloux de leurs droits; les Allemands braves, francs & phlegmatiques; les Hollandois ſimples, naturels, d'un grand ſang froid, & avides de gain; les Provençaux vifs, ingénieux & emportés; les Savoyards lourds, peſans. Dans tous les tems un air brûlant a allumé dans le cœur un feu très-animé, qu'il eſt d'autant plus difficile d'éteindre que ſon aliment ſubſiſte toujours. Auſſi n'eſt-il point de périls qu'une femme Africaine n'affronte pour ſatisfaire ſa paſſion; la mort même n'eſt pas capable de l'intimider.

On propoſa en 1736 la queſtion ſuivante: *Eſt-ce une erreur de dire que certains cantons ſont plus propres que d'autres à produire des beaux eſprits?* Il me ſemble que cette queſtion n'étoit pas difficile à réſoudre en faveur de l'affirmative, dès qu'on ne pouvoit ignorer que l'eſprit eſt tellement ſuſceptible des affections & des impreſſions du corps auquel il eſt étroitement uni; & que ce corps eſt ſi dépendant du terrein qui le porte, de l'air qu'il y reſpire, des alimens qui y croiſſent & qui le ſuſtentent, qu'on ne peut douter que la différente température des pays n'influe beaucoup ſur le génie & ſur le caractere de leurs habitans, & ne contribue infiniment à la différence qu'on y remarque, par rapport à la beauté, à l'élévation & à la capacité de l'eſprit, dont les uns paroiſſent preſque entierement dépourvus, pendant que d'autres ſont très-bien partagés à ces égards. Quant à l'étrange diſproportion que l'on voit dans la même ville, dans le même canton, entre les perſonnes de lettres & de diſtinction, & ſurtout parmi le peuple, qui n'a rien que de très-commun, quoique reſpirant le même air & mêlé avec les gens d'eſprit; on doit ſavoir que le meilleur terrein ne produit que de mauvais fruits, ſi la qualité du plan eſt ſauvage, ou ſi un bon plan n'eſt pas cultivé; que mille autres cauſes empêchent ſouvent la Nature de donner à ſes productions le degré de perfection dont elles ſont ſuſceptibles, dans les endroits mêmes qui paroiſſent les plus favorables; comme dans un terrein moins bien diſpoſé, on voit germer & pouſſer de très-bons fruits lorſqu'on y donne les ſoins néceſſaires. C'eſt par cette raiſon qu'on a vu les pays les plus décriés ſur le point du défaut d'eſprit, produire

duire de beaux génies. En effet on ne peut nier que Démocrite, Protagoras, Anaxarque, Hécatée, Nicenœtus & plusieurs autres nés à Abdere, ville dont la réputation n'étoit pas célébrée à cet égard, (c) n'ayent eu & montré beaucoup d'esprit. Ce sont à la vérité des évenemens rares & singuliers, des exceptions à la regle, qui passent pour des prodiges.

Cette observation n'est pas la seule qui mérite notre attention; il faut aussi considérer la qualité du sol des lieux situés sous le même parallele, & à la même élévation au dessus du niveau de la mer; car lorsque cette élévation est différente, elle doit produire des effets différens sur les corps & sur les esprits. Ceux qui habitent sur le haut des Cevennes sont à peu près sur le même parallele que les habitans de la Gascogne, & different beaucoup les uns des autres. Ce froid qui regne sur les hauteurs des montagnes, fait des hommes autres que ceux qui vivent dans les plaines.

Le froid excessif opere sur les corps à peu près les mêmes effets que la chaleur extrême, conséquemment sur les esprits. La trop vive chaleur desseche l'humide des plantes, elle fait jaunir leurs feuilles; elles tombent. Les premiers froids de l'automne concentrent cet humide, ou le font évaporer en comprimant, en resserrant leur surface; elles se dessechent, deviennent jaunes & tombent. Ne seroit-ce pas la vraie cause qui rapproche tant, quant à la configuration des parties du corps, & à la qualité du caractere, les habitans de la Zone torride & de la Zone glaciale? Les uns & les autres sont communément petits, bazanés, ont les yeux ronds, le nez applati ou large, la face ronde: ils sont timides jusqu'à la lâcheté, paresseux & superstitieux; ceux du Midi par le relâchement des fibres causé

(c) *Bœotûm crasso jurares aëre natum.*
Horat.

. . . *Democriti prudentia monstrat*
Summos posse viros, & magna exempla daturos,
Vervecum in patria, crassoque sub aëre nasci.
Juven. Sat. 10.

Et Ciceron. Epist. 16. lib. 4. Epist. 7. lib. 7. & de Natura Deorum lib. 1. cap. 4.

par la chaleur, ceux du Nord par l'engourdiſſement & la conſtriction que produit le froid.

Cependant ce réſultat, quoique le même, a deux cauſes bien différentes. Ceux de la Zone torride ont le ſang toujours bouillant, la bile toujours exaltée & prête à prendre feu, même juſqu'à la fureur; pendant que ceux de la Zone glaciale ſont d'un froid preſqu'égal à celui de leur climat, & d'une bile ſi douce & ſi modérée qu'elle a peine à s'échauffer.

Les Anciens, peut-être moins inſtruits que nous ne le ſommes des cauſes phyſiques de l'influence des climats ſur le corps & l'eſprit de l'homme, perſonifierent ces cauſes, & leur donnerent les noms qu'ils avoient donnés aux Planetes. Ils diſoient en conſéquence que les hommes ont l'eſprit, le corps & le caractere modifiés ſuivant les impreſſions & les influences froides, chaudes ou tempérées qu'ils attribuoient à ces cauſes perſonifiées. On peut voir, ſur cet article, Ptolémée & ſes commentateurs. Platon lui-même, ce génie ſi ſupérieur, a donné dans des idées approchantes & plus ſingulieres que celles-là (*d*).

Quant au ſol de la terre, il eſt ou ſec ou aride ou humide, fertile ou ſtérile. Lorſque le terrein eſt fertile par lui-même, qu'avec un ſimple travail amuſant & de plaiſir, il produit abondamment les choſes néceſſaires à la vie de l'homme, il y ſera voluptueux, efféminé, pareſſeux & uniquement occupé de ſes plaiſirs; ſon eſprit ne ſe développera pas, & ne s'appliquera pas aux ſciences & aux arts qui peuvent le perfectionner. On n'a recours à l'induſtrie que lorſque la néceſſité donne des beſoins eſſentiels à ſatisfaire. Les beſoins ſuperflus ſont nés du ſein de l'induſtrie, des arts & des ſciences, nés eux-mêmes dans des pays où la Nature avare n'ouvre ſes tréſors qu'au travail & à l'induſtrie (*e*).

(*d*) *Maximè autem loca regionis differunt, in quibus inſpiratio quædam divina, & quæ Dæmones ſortiti ſunt, qui habitantes propitii vel contra ſuſcipiunt.* Lib. 6. de L. L. in fine.

(*e*) *Fertiliſſimus ager, eòque abundans omnium copia rerum, eſt regio, imbelles, quod plerùmque in ubere agro evenit, barbari ſunt . . . . ſuperbia ex tanta felicitate gignitur.* Tit. Liv. lib. 29.

Ligures montani, duri & agreſtes: docuit ager nihil ferendo, niſi multa cura & labore quæſitum. Campani ſemper ſuperbi bonitate agrorum & fructuum &c. Cic. orat. contra Rullum.

Une autre cauſe au moins auſſi phyſique influe ſur l'eſprit & ſur le caractere de l'homme. Ce ſont les exhalaiſons & les vapeurs qui s'élevent du terrein, & qui étant portées dans le ſang par l'air qu'on reſpire, & par les alimens qui y croiſſent imprégnés de leurs qualités, agiſſent ſur le tempérament & par là ſur le caractere. On en voit la preuve dans les Anglois, les Hollandois &c. „Nous avons trouvé parmi les habitans de cette montagne (l'Etna), dit Mr. Bridone dans ſon Voyage en Sicile & à Malte, un degré de férocité & de vie ſauvage que je n'ai remarqué nulle part ailleurs. Cela me rappelle une obſervation que le P. della Torre me diſoit avoir faite ſouvent dans le royaume de Naples, que partout où l'air eſt fortement imprégné de ſoufre & d'exhalaiſons enflammées, les hommes y ſont toujours extrémement méchans & vicieux." On peut voir là-deſſus le Traité de Galien *de conſervanda valetudine*, & celui d'Hippocrate ſur l'air, les eaux & les lieux, ainſi qu'Avicenne & tant d'autres.

A ces cauſes ſe joint celle du pouvoir de l'âge ſur l'eſprit. En vain nous flattons-nous; l'expérience dément toutes les raiſons de notre orgueil; le développement, le progrès & la décadence de l'eſprit ſuivent ceux du corps. Dans l'enfance notre eſprit eſt enfant, dans l'âge viril il eſt dans toute ſa vigueur; dans la vieilleſſe il s'affaiſſe & s'affoiblit; dans l'âge décrépit il ſuccombe, & devient ſouvent plus foible qu'il n'étoit dans l'enfance.

> Chaque âge a ſes plaiſirs, ſon eſprit & ſes mœurs.
>
> *Horace & Boileau Art. poët.*

La ſenſibilité, ſource des impreſſions que l'ame reçoit, n'eſt pas la même dans tous les âges, & dans tous les individus de l'eſpece humaine. Elle varie ſuivant le plus ou le moins de fineſſe, de délicateſſe & de mobilité des organes, ſuivant la qualité des fluides & des ſolides dont le corps eſt compoſé, d'où découle la variété du tempérament, des facultés de l'eſprit & des caracteres des hommes.

Les alimens, ſuivant leurs qualités balſamiques ou nuiſibles, ſuivant leur quantité plus ou moins conſidérable; la maniere de vivre; l'état dans

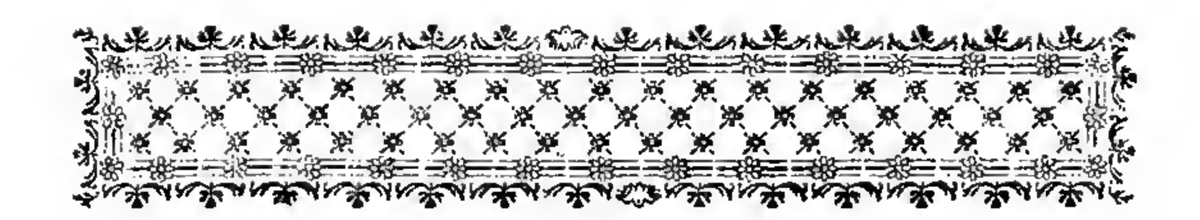
lequel on eſt engagé par le penchant & l'inclination; la ſanté & la maladie; la différence de ſexe, ſont toutes des cauſes phyſiques qui modifient différemment le corps & l'eſprit. La trempe de l'eſprit dépend donc beaucoup de l'organiſation du corps, de ſa conſtitution, & des effets des autres cauſes phyſiques dont nous avons parlé (*f*). On en trouvera les preuves plus en détail dans mon Traité de la Connoiſſance de l'homme moral par celle de l'homme phyſique.

(*f*) *Ipſi animi magni refert, quali in corpore locati ſint; multa enim è corpore exiſtunt quæ mentem acuunt, multa quæ obtundunt.* Cicer. Tuſc. quæſt.



NOUVEAUX MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.



COMMENT
LES SCIENCES
INFLUENT
DANS LA POËSIE.

PAR M. MERIAN.

PREMIÈRE PARTIE.

TROISIÈME MÉMOIRE (*).

§. 1.
Poësie des Grecs après Homère. Leur Poësie Lyrique.

Depuis Homère, l'histoire de la Poësie est interrompue par un grand vuide, que les uns étendent jusques à quatre siècles & au delà; que d'autres ont plus ou moins resserré, selon qu'ils ont reculé ou avancé l'époque d'Homère; mais qui est toujours d'un siècle, ou de près d'un siècle & demi, suivant l'estimation la plus modérée que nous puissions adopter.

C'est au bout de ce terme que parurent Archiloque, Alcman, Tyrtée, Stésichore, Sappho &c., & qu'Alcée toucha la lyre Éolienne de son archet d'or. (1)

(*) Lu dans l'Assemblée publique du 6 Juin 1776.

(1) *Et te sonantem plenius aureo,*
Alcæe, plectro. Horat. Lib. II. Ode 13.

Tous ces poëtes se sont formés dans Homère, dont ils étoient de zélés admirateurs. Mais ils s'apperçurent que le vers héroïque n'alloit point au genre qu'ils avoient embrassé: Tyrtée y intercala le vers pentamètre: Alcman en conserva la moitié, composée de trois dactyles avec une syllabe surnuméraire. Archiloque inventa l'Iambe trimètre, & le Scazon. Alcée & Sappho ont laissé leurs noms aux vers Alcaïque & Sapphique. Nous avons déjà observé que ces nouvelles formes de versification existoient toutes dans l'Hexamètre d'Homère, & en sont comme des découpures (2).

Je ne me donnerai pas le ridicule de parler de la science, ou de la philosophie de ces poëtes. Tyrtée fut un pauvre pédagogue boiteux, regardé comme un imbécille à Athènes, (3) & envoyé aux Spartiates par dérision, pour les commander dans leur seconde guerre contre les Messéniens; mais dans laquelle il étonna par sa bravoure, & par les prodiges qu'opérèrent ses vers. Archiloque & Alcée furent également soldats: on conte de l'un & de l'autre que pour se rendre plus légers à la fuite ils jetèrent leurs boucliers, dont la conservation les intéressoit moins que celle de leur vie (4): fatalité singulière, attachée à la Poësie Lyrique, puisqu'Horace, l'imitateur de ces Grecs, & qui nomme Alcée *un guerrier féroce* (5), l'imita encore en ce point, & se montra aussi féroce que lui à la journée de Philippes.

Ces premiers maîtres de la Lyre aimoient fort les plaisirs de la table, & les débauches de toute espèce. Alcman se vante de sa voracité; il s'honore du surnom de *grand mangeur* (6). Quoique les vers belliqueux d'Alcée fussent très-sonores & très-beaux (7), cependant au milieu du tumulte de la guerre la matière favorite de ses chants c'est le Dieu du vin, les

(2) Voyez notre second Mémoire p. 515. N. Mém. de l'Acad. année 1774.

(3) Διδάσκαλος γραμμάτων, νοῦν δὲ ἥκιστα ἔχειν δοκῶν &c. Pausan. in Messen. cap. 15.

(4) Archiloque l'avoue lui-même dans un fragment conservé par Sextus & par Athénée, mais qui manque dans la Collection de Henri Étienne:

Αὐτὸς δ' ἐξέφυγον θανάτου τέλος. ἀσπὶς ἐκείνη
Ἐῤῥέτω. ἐξαῦθις κτήσομαι οὐ κακίω.

(5) *Ferox bello.* Ode 32. Lib. I.

(6) Πολυβρώματος.

(7) Μαρμαίρει δὲ μέγας δόμος χαλκῷ,
Πᾶσα δ' Ἄρει κεκόσμηται στέγη &c.
Fragm. apud. Athen. Lib. 2.

les Muſes, la Déeſſe de Cythère, l'Amour, & le jeune Lycus (8). La Volupté inſpira Sappho. Vénus & Bacchus furent les Dieux d'Anacréon: aimer, chanter, & boire, voilà toute ſa ſcience. Ses forces ne vont point au-delà, tous les autres ſujets ſont hors de ſa ſphère: il a beau remonter ſa lyre pour chanter Cadmus & les fils d'Atrée; cette lyre perfide ne réſonne que d'amour (9). Toujours couronné de lierre & de myrte, le ſouvenir, ou l'attente du plaiſir abſorbent, tour à tour, les facultés de ſon ame. L'ombre de la réflexion l'épouvante, elle lui paroît une choſe futile; il ne veut que ſentir & jouir (10).

Ce ſont pourtant là ces pères du genre lyrique dont la célébrité s'eſt perpétuée d'âge en âge. Je me ſuis contenté d'en nommer ici quelques-uns des principaux, dont nous avons des pièces entières, ou des fragmens qui ſuffiſent pour juſtifier leur réputation. Nous ſommes plus à portée d'apprécier Pindare, qui les ſuivit, & les ſurpaſſa.

Je ne veux point nier que Pindare n'ait pu entendre parler de philoſophie, ou connoître quelques doctrines qui avoient cours de ſon temps. Mais qu'il ait été philoſophe de profeſſion, c'eſt ce qui n'eſt pas même vraiſemblable, & qui ne paroît nullement par ſes ouvrages.

Le ſeul endroit que l'on ait allégué avec quelque prétexte, eſt dans la ſeconde Olympique (11), où l'on a cru découvrir la triple Métempſychoſe des Pythagoriciens. Les poëtes ont toujours affectionné le nombre de trois. Mais quand ici nous le ſuppoſerions emprunté de Pythagore, quelle lumière porteroit-il dans notre eſprit? Par quel argument Pythagore pouvoit-il démontrer qu'il ne faut ni plus ni moins de trois tranſmigrations pour faire paſſer les hommes juſtes à la cité de Saturne, & aux îles fortunées? Cela tiendra donc à une tradition, à quelque vieux conte, ou tout au plus à

(8) *Qui ferox bello, tamen inter arma....*
Liberum & Muſas, Veneremque, & illi
Semper hærentem puerum canebat,
Et Lycum nigris oculis, nigroque
Crine decorum.
Horat. l. c.

(9) Θέλω λέγειν Ἀτρείδας &c.
Carm. 1.

(10) *Τί δέ μοι λόγων τοσούτων*
Τῶν μηδὲν ὠφελούντων;
Carm. 36.

(11) v. 123 &c.

quelque ſpectacle des myſtères d'Éleuſis dont la Poëſie & la Philoſophie ſe ſeront également emparées.

J'en dirai autant des morceaux de Pindare ſemblables à celui-ci, que Platon, Plutarque, & Clément d'Alexandrie ont conſervés dans leurs écrits (12). Le ſimulacre de l'homme (εἴδωλον) ſurvivant à la deſtruction du corps, qui eſt déjà dans Homère, le bonheur des gens de bien, & le malheur des méchans dans une vie future, la Palingénéſie même, étoient des doctrines poëtiques, indépendantes de tout raiſonnement. Auſſi quand les philoſophes, en adoptant ces doctrines, ſe muniſſent de l'autorité des poëtes, n'ont-ils garde d'entendre par là une autorité fondée ſur des preuves philoſophiques. Ils ne les citent que comme dépoſitaires des anciennes traditions; ou bien, dans ces articles où ils s'accordent avec eux, ils leur font l'honneur de les croire divinement inſpirés (13).

Pindare ne ſemble connoître d'autre *ſageſſe* que la poëſie même, ni d'autres *ſages* que les poëtes; & c'eſt conſtamment dans cette acception qu'il emploie ces deux termes (14). C'eſt ainſi qu'il faut le comprendre, lorſqu'il ſe vante d'*exceller en ſageſſe* (15), lorſqu'il ſe dit *célèbre pour ſa* ſageſſe *chez tous les Grecs* (16), lorſqu'il nomme les poëtes des *ſages par le ſecours de Dieu* (17), ou ailleurs des *ſophiſtes* dans le bon ſens (18), & *citoyens ſages* (19) ceux qui ont du goût pour les vers. La Poëſie, ſelon lui, eſt *la fleur de la ſageſſe* (20): or cette ſageſſe où la va-t-il cher-

(12) Voyez *Carminum Pindaricorum Fragmenta* cur. J. G. Schneider Argent. 1776. p. 21-24, où tous ces morceaux ſont raſſemblés.

(13) *Λέγει δὲ καὶ Πίνδαρος, καὶ ἄλλοι πολλοὶ τῶν ποιητῶν ὅσοι θεῖοί εἰσι* &c. Plato in *Menone*. Plutarque, dans la même occaſion, s'appuie du témoignage des poëtes d'une part, & de l'autre de celui des philoſophes. *Εἰ δ' ὁ παλαιῶν τε ποιητῶν καὶ φιλοσόφων λόγος ἐστὶν ἀληθὴς, ὥσπερ εἰκὸς ἔχειν* &c. *Conſol. ad Apollonium*.

(14) *Intelligit poëtas, omnis humanæ ſapientiæ ſacerdotes*, dit ſon commentateur, Éraſme Schmid, ſur *σοφῶν μητίεσσι*. Ol. I. v. 15.

(15) *Πολλοῖσι δ' ἄγημαι σοφίας ἑτέροις.* Pyth. IV. v. 442.

(16) Olymp. I. 187.

(17) *Σοφοὶ κατὰ Δαίμον' ἄνδρες.* Ol. IX. 42.

(18) Iſthm. V. 36.

(19) *Σοφοὶ πολῖται.* Pyth. IV. v. 526.

(20) *Σοφίας ἄωτον ἄκρον.* Iſthm. VII. 25. V. la remarque de Mr. Heine, qui dans le vers

cher? cette fleur où la va-t-il cueillir? il vous dira que c'est dans la douce retraite des Muses, & dans le jardin délicieux habité par les Grâces (21).

Je viens de nommer les divinités chéries de Pindare, les Grâces. Rien n'est beau sans elles, ni sur la terre, ni dans le ciel: elles seules assaisonnent les festins de l'Olympe & l'ambroisie des Dieux: leurs trônes sont aux côtés du trône d'Apollon (22). Le charme des vers est leur ouvrage; c'est à elles à embellir la Fable, ce grand ressort de la Poësie, & à lui prêter cette illusion qui vaut mieux que la vérité même (23). Ce n'est point là le langage du philosophe, mais du poëte.

Un des caractères les plus frappans de Pindare c'est la piété, c'est un respect sans bornes pour les Dieux de sa patrie. Il veut que l'on parle d'eux en bien (24); & les blâmer lui paroît *une sagesse odieuse* (25). Il admet les faits les plus incroyables, pourvu que les Dieux en soient les auteurs, parce que leur pouvoir immense suffit à tout, & rend raison de tout (26). Maximes peu philosophiques, mais qui cependant impriment à sa poësie je ne sais quel air auguste, incompatible avec l'irréligion.

Un poëte lyrique, un faiseur de dithyrambes, figureroit assurément très-mal dans un monde d'où il exileroit lui-même les Dieux. Pourquoi invoquez-vous les Muses, si elles ne peuvent vous exaucer? s'il n'y a point de Bacchus, que faites-vous là avec ce long thyrse? Au lieu que ce

suivant lit ζύγεν à l'infinitif actif, au lieu de ζυγὲν au participe passif, d'où résulte ce sens,

Ἀλλὰ παλαιὰ γὰρ εὕδει
Χάρις, ἀμνάμονες δὲ βροτοί,
Ὅ, τι μὴ ΣΟΦΙΑΣ ἌΩΤΟΝ ΑΚΡΟΝ
Κλυταῖς ἐπέων ῥοαῖσιν ἐξίκηται ζύγεν.

Enimvero antiquum obdormiscit decus, immemoresque ejus fiunt mortales, quicquid non SAPIENTIÆ FLOS SUMMUS, (exquisitior poëtæ ars) *assecutus fuerit, ut inclitis illud carminum rivis admisceret.*

(21) Σοφίαν δ' ἐν μυχοῖσι Πιερίδων (δρέπων). Pyth. VI. 48.

Εἰ σύν τινι μοιριδίῳ παλάμᾳ
Ἐξαίρετον ΧΑΡΙΤΩΝ νέμομαι
Κᾶπον. Olymp. IX. v. 38.

(22) Olymp. XIV. 7-18.

(23) Olymp. I. 43-52.

(24) Ibid. 55.

(25) Ἐπεὶ τό γε λοιδορῆσαι
Θεοὺς ἐχθρὰ σοφία. Olymp. IX. 36.

(26) Θεῶν τελεσάντων,
Οὐδέν ποτε φαίνετ' ἔμμεν ἄπιστον
Pyth. X. 77.

poëte devient un perſonnage vénérable & ſacré, auſſitôt qu'on le ſuppoſe inſpiré par un Dieu, ou poſſédé par un Démon. Pindare eſt très-orthodoxe ſur ce point: il fait intervenir les Dieux en toute rencontre (27). Ils ſont le principe du bien, les mobiles de tous nos ſuccès dans les arts. C'eſt d'eux que dérive immédiatement le don de la poëſie: le Dieu du Pinde le diſpenſe à ſon gré (28); les poëtes ſont ſes élèves, ſes favoris; & la Muſe eſt leur mère (29).

Voilà qui touche déjà de bien près à notre Queſtion. Mais ce qui achèveroit de la décider à l'égard de Pindare, & du genre lyrique, ce ſeroit de connoître ſa propre penſée ſur le rapport de la Poëſie avec la Science. Heureuſement rien n'eſt plus aiſé.

Combien de fois ne répète-t-il pas que la ſcience du poëte eſt dans le génie que les Dieux ou la Nature lui ont donné (30), que la Nature fait tout, & qu'on ſe flatteroit en vain de remplacer les talens qu'elle refuſe! Il faut marcher, dit-il, dans le droit chemin qu'elle vous enſeigne, & y diriger tous vos efforts (31): c'eſt ſur quoi ſe fonde le vrai mérite de l'homme, ce mérite qui eſt à lui, ſans lequel votre travail, vos études, votre contention d'eſprit vous laiſſeront à jamais dans les ténèbres; ſans lequel vous vacillerez toujours, & ne prendrez qu'un goût imparfait des plus belles choſes (32). Grandes & utiles leçons, qu'on ne ſauroit trop méditer, ni trop ſuivre.

Quel regard mépriſant il jette ſur ces poëtes factices qui oſent ſe meſurer avec lui dans leurs chants étudiés, & ſe flattent d'être les rivaux de ſa

(27) Παντὶ μὲν θεὸν αἴτιον ὑπερτίθεμεν.

(28) Δίδωσί τε Μοῖσαν οἷς ἂν ἐθέλῃ.
Pyth. V. 88.

(29) Ὦ πότνια Μοῖσα, μᾶτερ ἁμετέρα.
Nem. III. v. 1.

(30) Σοφὸς ὁ πολ-
λὰ εἰδὼς φυᾷ. Olymp. II. 154.

(31) Χρὴ δ' ἐν εὐθείαις ὁδοῖς
Στείχοντα μάρνασθαι φυᾷ.
Nem. I. 37.

(32) Συγγενεῖ δέ τις
Εὐδοξίᾳ μέγα βρίθει.
Ὃς δὲ διδάκτ' ἔχει, ψεφηνὸς ἀνήρ,
Ἄλλοτ' ἄλλα πνέων οὔποτ' ἀτρεκεῖ
Κατέβα ποδὶ· μυριᾶν
Δ' ἀρετᾶν ἀτελεῖ νόῳ γεύεται.
Nem. III. 69-74.

gloire (33)! Leur ſcience n'aboutit qu'à un babil importun (34): ce ſont des geais volans terre à terre (35), des corbeaux qui croaſſent encore après l'oiſeau de Jupiter (36), lorſqu'il eſt déjà hors de leur portée, & décrit ſon méandre dans les plaines du ciel.

Cette noble confiance fait encore un des caractères diſtinctifs de Pindare. Ce qui dans un poëte médiocre ſeroit une arrogance inſupportable, n'eſt chez les grands poëtes que le ſentiment de leur force. La modeſtie ne leur ſied point, elle n'a rien de ſublime, elle dégraderoit l'enthouſiaſme. Auſſi n'eſt-ce pas le défaut de Pindare. Sûr d'être vainqueur de l'envie & du temps, il marche tête levée, & deſcend aux races futures environné de la lumière de ſon génie, tandis que ſes détracteurs rampent dans l'ombre & dans la fange (37). Ses hymnes traverſent les mers, s'élèvent aux régions du tonnerre, & retentiſſent juſque ſous les ſombres portiques de Pluton (38).

On a dit que le déſordre lyrique eſt l'effet de l'art; & en partant de ce principe, on s'eſt donné beaucoup de peine pour chercher dans Pindare des vues & de la méthode. Je n'aime point une idée qui me gâteroit mon poëte: & je ſais peu de gré à ces froids commentateurs qui me préſentent l'argument de ſes odes en ſquelette, & veulent enchaîner ſes fougues les plus hardies dans leurs plans inſipides, & dans leurs maigres préceptes. Ils ne manquent jamais de m'avertir du lieu de l'Exorde, de

(33) L'ancien Scholiaſte dit que Pindare en veut à Bacchylide & à Simonide. Voyez le ſur les endroits qui ſuivent.

(34) Μαθόντες δὲ λάβροι
Παγγλωσσίᾳ. Olymp. II. 156.

(35) Κραγέται δὲ κο-
λοιοὶ ταπεινὰ νέμονται.
Nem. III. 143.

(36) Κόρακες ὣς,
Ἄκραντα γαρύετον
Διὸς πρὸς ὄρνιχα θεῖον.
Olymp. II. 157.

Comme c'eſt ici le paſſage le plus déciſif, je le rapporterai tout entier dans l'élégante traduction Latine du Préſident le Sueur:

Ille qui per ſe reperit ſagaci
Multa naturâ, ſapiens: ſed arte
Redditus vates ſtrepit, ut loquaci
Gutture corvus,
Et Jovis fruſtra rapidum laceſſit
Alitem, ſacri tonitrus miniſtrum.

(37) Σφόδρα δόξομεν
Δαΐων ὑπέρτερον ἐν
Φάει καταβαίνειν.
Nem. IV. 61.

(38) Ib. 138. Ol. XIV. 28.

l'Épilogue, de la Propofition & de la Réfutation, prifes des caufes efficiente, finale, concomitante &c. Ils analyfent ces grands morceaux comme le plaidoyer d'un avocat, ou comme le thème d'un écolier en Rhétorique. Eft-ce là, me dis-je alors, ce Pindare d'Horace, ce torrent enflé qui tombe des montagnes, ce cygne qui fend l'air à fortes ailes, & fe perd dans les nuages (39).

Ne jugeons donc pas fa poëfie d'après ces productions modernes, faites à la règle & au compas, que nous appellons odes philofophiques, mais qui n'ont de commun avec les fiennes que le nom. C'eft étrangement méconnoître Pindare que de lui prêter de la méthode; fa feule méthode eft de n'en avoir point (40).

Apprenons à le connoître par lui-même, & fans nous en rapporter à ces prétendus juges en littérature qui ne font que fe tranfcrire les uns les autres, & fe répéter comme des Échos.

Pindare a défini fon genre, & fa manière de le traiter, dans ce qu'il nomme les *finuofités*, ou les *replis* de fes chants (41), pourvu qu'on n'entende pas des replis amenés à deffein. Il ne faut point fe figurer ici un homme qui compofe laborieufement dans fon cabinet. Il ne faut pas fe le repréfenter comme traçant d'avance la courbe qu'il veut fuivre, & déterminant fa nature, fes inflexions, les points où elle doit rebrouffer. Non, ces écarts brufques, ces retours inattendus, ce labyrinthe d'idées, n'ont rien de prévu ou de prémédité; tout cela naît fur le champ; les expreffions & les vers s'attirent les uns les autres. Il n'eft jamais efclave de fa matière; fon enthoufiafme la maîtrife: il va où le torrent le mène.

(39) *Monte decurrens velut amnis, imbres*
Quem fuper notas aluere ripas,
Fervet, immenfusque ruit profundo
Pindarus ore.
\- - - - - - - - - - -
Multa Dircæum levat aura cycnum,
Tendit, Antoni, quoties in altos
Nubium tractus. Lib. IV. ode 2.

(40) *Non fum umbraticus doctor ingenia deleverat, cum Pindarus, novemque Lyrici Homericis verfibus canere timuerunt.*
Petron. in Satyrico.

(41) Ὕμνων πτυχαί.
Olymp. I. 169.

Tantôt, pour parler ſon propre langage, les ſujets volent autour de ſa lyre, ou ſon art vole autour d'eux, ou ſon art les fait voler de bouche en bouche (42). Tantôt il s'y élance de loin, comme l'aigle ſur ſa proie (43). Il n'eſt pas, dit-il, un ſtatuaire qui fait des ouvrages ſymmétriſés, & immobiles ſur leur baſe (44). Sa poëſie eſt un vaiſſeau qui fend les flots à pleines voiles; elle eſt un feu brûlant; elle eſt ce courſier vigoureux qui bondit dans le ſtade olympique (45). Malgré l'éloge qu'il fait de l'eau, ce n'eſt pas à elle qu'il a recours quand ſa verve vient à languir, mais au vin, & il retrouve ſon vers au fond de la coupe (46).

Il n'eſt aucun de ſes chants qui ne porte l'empreinte de ce beau déſordre, que l'art ne ſauroit copier ſans ſe trahir.

Ici il paſſe d'un ſujet à l'autre, comme l'abeille voltige de fleurs en fleurs (47). Là ſes vers roulent au hazard, comme les cailloux du rivage battu par la marée (48). Plus loin il franchit le foſſé comme le ſauteur dans les jeux de la Grèce (49). Il eſt l'archer des Muſes, qui darde ſes flêches ça & là (50): ſouvent il héſite ſur le but où il doit les adreſſer (51), & quelquefois il craint d'avoir tiré hors du but (52). Dans la belle Ode où eſt

(42) Ἐμᾷ ποτανὸν ἀμφὶ μαχανᾷ.
Pyth. VIII. 46.

Meam volatile circa artem, vel per artem, vel circa quod ars mea circumvolitat.

(43) Nem. III. 138.

(44) Οὐκ ἀνδριαντοποιός εἰ-
μ', ὥςτ' ἐλινύσσοντά μ' ἐργάζε-
σθαι ἀγάλματ' ἐπ' αὐτᾶς βαθμίδος
Ἑσαότ'. Nem. V. 1-4.

Dans un autre endroit il dit de ſes chants,
Οὐκ ἐλινύσσοντας αὐτοὺς εἰργασάμην.
Iſthm. II. 67.

(45) Ces comparaiſons ſe trouvent diſperſées en divers lieux; mais en voici un qui les réunit.
Ἐγὼ δέ τοι φίλαν πόλιν
Μαλεραῖς ἐπιφλέγων ἀοιδαῖς,
Καὶ ἀγάνορος ἵππου θᾶσσον
Καί ναὸς ὑποπτέρου, πάντα
Ἀγγελίαν πέμψω ταύταν.
Ol. IX. 33-37.

(46) Θαρσαλέα δὲ παρὰ
Κρητῆρα φωνὰ γίνεται.
Ἐγκιρνάτω τίς μιν γλυκὺν
Κώμου προφάταν. Nem. IX. 119.

(47) Ἐγκωμίων γὰρ ἄωτος ὕμνων
Ἐπ' ἄλλοτ' ἄλλον, ὥςε μέ-
λισσα θύνει λόγον.
Pyth. X. 82.

(48) Olymp. X. 13.

(49) Nem. V. 36.

(50) Olymp. IX. 10.

(51) Olymp. II. 161.

(52) Olymp. XIII. 133.

l'hiſtoire de Jaſoo & des Argonautes, il s'apperçoit tout d'un coup qu'il a trop allongé cette hiſtoire; mais il ſe dit maître dans la ſcience d'abréger; & il finit (53). Ailleurs il ſe compare au oavigateur égaré dans ſa courſe, & que le veot a fait dériver vers uo promontoire incoonu: il ſuſpeod la rame, il jette l'ancre, de peur d'échouer contre les briſans (54). Ailleurs encore, il a paſſé les coloooes d'Hercule, & il vogue ſur le grand Océan: mais auſſitôt il revire de bord pour regagoer les côtes de l'Europe (55).

§. 2.

Poëſie dramatique des Grecs. Leur Tragédie.

Qui ne ſe livreroit avec plaiſir à la contemplation de ces belles époques de la Grèce, la patrie des grands hommes, l'Élyſée des Arts, la ſource pure d'où le Nectar des Muſes a coulé juſqu'à oous à travers taot de ſiècles!

Dans le temps même que Pindare chante les Dieux & les héros, arrache aux téoèbres de l'oubli les vertus de l'âge d'or, & dreſſe aux vainqueurs d'Olympie des mooumens plus durables que le marbre & l'airain (1), le théâtre d'Athènes s'élève; & l'on voit le tombereau de Theſpis ſe traosformer en une ſcène brillante, décorée de ſtatues, de colonnades, de temples, de mauſolées, de palais.

Éſchyle vient, par ce nouveau ſpectacle, enchaoter la Grèce, pour laquelle il a prodigué ſa vie dans les trois fameuſes journées contre les Perſes. Quels hommes que ces Grecs! Voici un poëte qui deſcend du théâtre pour courir aux plaines de Marathon: de là il revient, & remporte ſon premier prix ſur ce même théâtre. Bieotôt le voilà, avec Thémiſtocle & toute la ville d'Athènes, embarqué dans le golfe Saronique, & ſe diſtinguant de nouveau dans ce combat mémorable qui couvrit la mer de Salamine des débris de la flotte de Xerxès. De là la voix de l'honneur & de

la

(53) Pyth. IV. 440.
(54) Pyth. X. 79. Nem. III. 45.
(55) Γαδείρων τὸ πρὸς ζόφον οὐ περατόν. ἀπότρεπε αὖτις Εὐρώπαν ποτὶ χέρσον ἔντεα ναός. Nem. IV. 113.

(1) Horat. Lib. IV. ode 2.

la Liberté l'appellent dans les champs de Platée; d'où il revient encore cacher son front poudreux & sanglant sous les lauriers de Melpomène.

Ces traits de la vie d'Éschyle nous peignent tout à la fois l'homme & le poëte. Tel qu'il parut dans les batailles, tel il paroît dans ses drames; toujours élevé, toujours plein de conceptions hardies, de figures audacieuses, d'images exaltées; toujours grand & terrible, soit qu'il enchaîne son Prométhée aux rochers du Caucase, soit qu'il fasse défier la foudre à son Capanée, soit qu'il immole son Agamemnon, soit qu'il évoque cinquante Furies de l'enfer pour flageller son Oreste, & faire avorter les femmes d'Athènes.

Ce n'est pas des subtilités de la philosophie que se nourrit un esprit de cette trempe. L'amour même, & les passions tendres ne convenoient point à sa Muse austère; les grands crimes, le sang & le carnage, l'horreur, la terreur, la fureur, c'est là où elle triomphe. Les tableaux guerriers, la peinture des combats ne pouvoient manquer de réussir à ce génie martial. Le Chœur des *Sept contre Thèbes* est un chef-d'œuvre de poësie militaire; vous y croyez entendre tout le tumulte de la mêlée, & voir l'affreuse désolation qui règne dans une ville prise d'assaut (2). Dans les *Perses*, la description de la bataille navale de Salamine produit le même effet, & devient doublement intéressante si l'on songe à la part que le poëte a eue aux travaux, & à la gloire de cette journée. Je ne connois rien en poësie qui m'affecte d'avantage que ce cri de guerre parti de la flotte Grecque: *fils de la Grèce, avancez: sauvez votre patrie: sauvez vos enfans, vos femmes, les temples de vos Dieux, les tombeaux de vos ancêtres. Voici le moment qui décidera de leur sort* (3).

Je ne veux point redire des choses connues, & qui sont dans tous les livres élémentaires. Qui ignore que chez les Grecs le Drame nâquit de l'association du dithyrambe avec l'Épopée, que la partie lyrique demeura

(2) Voyez v. 78 &c. & v. 339 &c.

(3) Ὦ παῖδες Ἑλλήνων ἴτε,
Ἐλευθεροῦτε πατρίδ', ἐλευθεροῦτε δὲ
Παῖδας, γυναῖκας, θεῶν τε πατρῴων ἕδη,
Θήκας τε προγόνων. νῦν ὑπὲρ πάντων ἀγών.
v. 402-405.

aux Chœurs, qu'Eschyle fut le premier qui dialogua l'Épisode, & que Sophocle l'enrichit du Tritagoniste?

Mais cette belle invention, qui devoit faire les délices des peuples policés de tous les âges, & répandre tant de charmes sur la vie humaine, à qui la devons-nous? Ce n'est point aux sophistes d'Athènes: elle ne sort pas de l'école des philosophes: elle est antérieure à l'Académie, au Lycée, au Portique; en un mot, elle n'est point fille de la Science.

Les découvertes les plus importantes dans les arts qui subviennent à nos besoins, ou dans ceux qui sèment quelques fleurs sur notre courte carrière, sont rarement les fruits d'une profonde méditation. Une idée heureuse vient s'offrir, on la suit, elle se développe: on fait des essais, d'abord informes, mais que l'observation & l'expérience conduisent à leur maturité. Il n'en est pas ici comme de ces problèmes de Géométrie dont l'énoncé détermine la chose que l'on cherche. Les inventeurs du dialogue dramatique ne le cherchoient point, ils ne se le proposoient pas comme un problème à résoudre; en concevoir l'idée c'étoit l'avoir trouvé.

Croirions-nous que l'on ait commencé par des réflexions abstraites sur la nature & l'essence du Drame, & par établir des règles sur lesquelles on mouleroit les productions de ce genre? Cette opinion seroit démentie & par la marche naturelle de l'esprit humain, & par l'histoire du Théâtre. On n'a pas suivi ce procédé; il n'étoit pas besoin de le suivre. La simple idée de mettre le récit en action suffisoit pour amener tout le reste, & pour le perfectionner à mesure que l'on exécutoit cette idée. La différence d'une action en récit, & de la même action mise en spectacle, suggéroit celle de l'ordonnance, de l'intrigue, du dénouement, avec les trois unités, & jusqu'aux nuances qui distinguent le style dramatique de celui de l'Épopée.

Que dis-je? les créateurs du Théâtre n'avoient-ils pas devant eux des modèles illustres de l'action dramatique dans l'Iliade & dans l'Odyssée? & leurs ouvrages ne témoignent-ils pas combien ils en ont profité? Je suis convaincu avec Aristote que c'est là qu'ils puisèrent la première notion de leur genre. Le philosophe Polémon nommoit Sophocle l'Homère tra-

gique (4): Éſchyle lui-même appelloit ſes tragédies des reliefs du grand feſtin apprêté par Homère (5).

Quoique l'art dramatique ſe ſoit perfectionné par des progrès très-rapides, on ne laiſſe pas de l'appercevoir & dans ſes élémens, & dans ſes diverſes gradations, pour peu que l'on prenne la peine de méditer le théâtre Grec. Le premier acte des *Perſes* offre l'image vraie du drame de Theſpis. Éſchyle péche encore contre l'unité du temps dans ſon *Agamemnon*, & contre celle du lieu dans les *Euménides*. Sophocle même dans les *Trachiniennes*, & Euripide dans plus d'une tragédie, ſont au moins repréhenſibles d'avoir précipité les événemens contre la vraiſemblance. Après le ſecond interlocuteur, on imagina naturellement le troiſième; & ce n'eſt pas faire un grand honneur à Sophocle que de lui en attribuer l'introduction. Car le dialogue une fois conçu, il étoit facile de voir que trois perſonnes y peuvent prendre part auſſi bien que deux, comme cela arrive tous les jours dans la ſociété. Le Chœur même, lorſqu'il parle ſans chanter, tient ſouvent lieu de cette troiſième perſonne. Mais le fait eſt que le Tritagoniſte fut déjà connu d'Éſchyle, quoiqu'il n'en ait que ſobrement uſé. Dans la ſcène du jugement d'Oreſte ſur l'Aréopage, il y a manifeſtement trois interlocuteurs, Apollon, Minerve, & Oreſte; & il y en a quatre ſi l'on compte la Furie Coryphée, qui fait un rôle très-conſidérable (6).

Mais quand nous aurions accordé à la Science, ou à la Philoſophie, la découverte du genre dramatique, il n'en réſulteroit pas encore qu'elle influe ſur la Poëſie proprement dite. Un certain genre de poëſie n'eſt pas cette poëſie même; ce n'en eſt que la forme générale, d'après laquelle le poëte trace ſes deſſins particuliers, qu'il détermine, remplit, & colorie. La première idée de mettre le récit en action, ou en dialogue, pouvoit, à toute rigueur, venir dans l'eſprit d'un homme qui n'eût eu ni talent ni goût pour la poëſie, & qu'il n'eſt pas plus néceſſaire de ſuppoſer philoſophe. Mais quoi qu'il en ſoit, cette idée ne communiquoit pas à Éſchyle, à Sophocle,

(4) Ὅμηρον τραγικόν. Diog. L. Lib. IV. 20.
(5) Τεμάχη εἶναι τῶν Ὁμήρου μεγάλων δείπνων. Athen.
(6) *Eumenides*, a verſu 569.

à Euripide l'art d'approprier le dialogue aux ſujets, encore moins celui de l'animer par l'expreſſion, & par la verſification. Elle ne les faiſoit pas poëtes; ils l'étoient indépendamment de ce nouveau genre, & l'euſſent été ſur les treteaux mêmes de Theſpis. Tout ce qu'il y a ici de vrai, c'eſt que ce nouveau genre ouvroit à leur génie poëtique une carrière plus belle, & où il pouvoit ſe déployer avec plus d'avantage.

Cependant, comme nous l'avons vu, les choſes ne ſe ſont point paſſées ainſi. L'art du théâtre, ni aucun des Beaux-Arts ne ſortent originairement du ſein de la Science. Lorſqu'ils ſont nés, elle peut les ſoumettre à ſon examen, les critiquer, les réduire en méthode, ou les exalter en théories; mais elle ne les crée point. Les divers genres de poëſie ont tous des poëtes pour inventeurs. Les chef-d'œuvres de la Scène ont exiſté avant les règles. Si ces règles avoient été eſquiſſées *a priori* dans la cervelle d'un philoſophe, l'eſprit poëtique s'en fût difficilement accommodé: il ſe fût trouvé contraint & rétréci dans ces formes empruntées: les progrès de l'Art en euſſent été conſidérablement retardés, peut-être étouffés pour toujours; jamais il ne ſe fût élevé ſi haut, ni avec tant de célérité. On n'invente bien que dans la ſphère où l'on ſait exécuter, parce que la pratique elle-même conduit à l'invention; & c'eſt ainſi que les grands artiſtes ſont parvenus à reculer les bornes qui d'abord les environnoient. Des tentatives réitérées dans le même genre, l'exercice de leurs forces en tout ſens les écartent peu à peu du chemin battu; ſouvent même, lorſqu'ils y ſongent le moins, il s'élance de leur eſprit, rempli de ſon objet, un trait de lumière qui éclaire une perſpective nouvelle, & les tranſporte dans de nouvelles régions.

Voilà comme inventent les hommes de génie; & voilà préciſément ce qui arriva aux pères du théâtre Grec. Ce n'eſt point l'Art qui enfanta leurs ouvrages; leurs ouvrages enfantèrent l'Art. Tous ces préceptes que l'on a depuis ſi péniblement recueillis, & mis en ordre, ils ne les poſſédoient point en forme didactique, mais en expérience, en ſentiment. La nature fut leur guide, & le génie leur flambeau.

La Science n'a pas plus de droit ſur le fond que ſur la forme de leurs poëmes : elle ne ſauroit s'en revendiquer les ſujets, qui étoient tout trouvés, & qui d'ailleurs ne ſont rien moins que ſcientifiques. Ce ſont des ſujets Grecs, la plupart tirés de ce qu'on appelloit le *Cycle*, lequel comprenoit les hiſtoires des Argonautes, de Bacchus, de Thèbes, & de Troie. Del Rio compte les noms de 128 Tragiques Grecs (7), qui par une évaluation moyenne pouvoient avoir donné environ deux-mille pièces, dont nous n'avons plus qu'une trentaine. Or parmi toutes celles dont les titres ſe ſont conſervés, il n'y a que les *Perſes* d'Éſchyle qui ſoient étrangères; & parmi les Grecques, je ne vois guères que *la mort de Thémiſtocle* par Philiſque de Corcyre qui ſorte du Cycle ou de l'hiſtoire fabuleuſe; à moins qu'on ne voulût compter *la Grammaire* de Callias, & *la Logique* d'Épicharme, qui devoient faire de ſingulières tragédies. Car je ne parle pas non plus du *Chriſt ſouffrant* de Grégoire de Nazianze, ou d'Apollinaire, ou de quelque autre auteur inconnu, ni en général d'aucun poëme du bas âge de la Grèce, fait dans l'Égliſe, ou hors de l'Égliſe. Je ne m'attache qu'aux grandes époques de la Poëſie.

Nos premiers Tragiques Grecs, & j'en ſuis fâché, n'avoient pas les mœurs bien pures; ils aimoient la débauche, ils furent adonnés au vin. Éſchyle compoſoit dans l'ivreſſe; ce qui peut réuſſir au poëte, mais qui fait mal préſumer de l'eſprit philoſophique répandu dans ſes compoſitions. La philoſophie d'Éſchyle ne paroît pas mieux conſtatée que celle de Pindare, & il ſemble comme lui faire conſiſter le comble de la ſageſſe dans la poëſie, & dans une grande connoiſſance de la Fable. C'eſt au moins ce que dans ſes *Choëphores* il appelle n'être pas ſuperficiellement inſtruit, & avoir reçu une éducation ſoignée (8).

Je ne conçois donc rien à l'étrange obſtination de Stanlei de vouloir, à toute force, ériger Éſchyle en ſectateur de Pythagore, & trouver ſes écrits par-tout imprégnés de Pythagoriſme. Mais il n'en donne pour preuve que

(7) *De Tragœdiâ* cap. 9. Fabricius a augmenté cette liſte d'une cinquantaine de noms. *Biblioth. Gr.* Lib, II. cap. 19.

(8) *Οὐχ᾽ ὑποπτέροις φροντίσιν δαείς.* v. 601.

les analogies les plus haſardées, & rapprochées de ſi loin qu'il faut ſon microſcope pour les appercevoir. Ce ſavant homme ne fait pas attention à la foule de paſſages qu'on peut lui oppoſer. On convient que c'eſt dans les Chœurs que les poëtes ont coutume de déclarer leurs propres ſentimens; & les Chœurs d'Eſchyle étalent je ne ſais combien de maximes qui euſſent fait dreſſer les cheveux à Pythagore.

Euripide eſt le ſeul des trois qui ait étudié ſous les philoſophes; mais qu'a-t-il apporté de leurs conférences dans la poëſie du théâtre? Le défaut qu'on lui reproche avec beaucoup de raiſon, ces longues ſentences, ces tirades prolixes de Politique & de Morale où perce le diſciple d'Anaxagore & de Socrate, qui au jugement des connoiſſeurs répandent un certain air d'école ſur ſes plus belles pièces, qui enfin, malgré le mérite national & local qu'elles pouvoient avoir, ſont des beautés hétérogènes, tendantes à refroidir l'intérêt, & à faire tomber la ſcène en langueur. J'avoue qu'il rachète ce défaut par de très-grandes qualités: il parle au mieux le langage des paſſions, ſurtout des paſſions douces: c'eſt un verſificateur admirable & plein d'harmonie: ſon ſtyle eſt la plus fine fleur de l'élégance Attique. Mais ces qualités mêmes mettent ſon défaut eſſentiel plus en lumière; & l'on regrette ſans ceſſe que le philoſophe tranche ſi fort avec le poëte. En un mot, c'eſt ce qui le place bien au-deſſous de Sophocle, le premier, ſans contredit, des tragiques Grecs, & peut être de tous les tragiques.

Je me tromperois fort ſi Euripide n'a pas voulu ſe peindre dans ces vers de ſon *Alceſte* où le Chœur s'annonce comme ayant cultivé les Muſes, & s'étant, à force d'études, élevé aux connoiſſances ſublimes (9). Mais ces connoiſſances aſſurément furent contagieuſes pour le nourriſſon des Muſes, par l'envie immodérée de les produire, & de les mettre à tous les jours. Ce qui le prouve, c'eſt qu'il s'apperçoit lui-même de ſes longueurs, de ſes rédondances, de ſes moralités déplacées, ſans cependant pouvoir ſe corriger. Quand on a annoncé à Hécube la mort de ſa fille Polyxène,

(9) Ἐγὼ καὶ διὰ Μούσας,
Καὶ μετάρσιος ἦξα, καὶ
Πλεῖστον ἁψάμενος λόγων. v. 962-964.

cette mère désolée se met à parler des bons & des mauvais naturels, de la force du tempérament, du pouvoir de l'éducation; puis elle ajoute, *voilà des propos inutiles* (10). Cela est vrai; mais il ne falloit donc pas les tenir. Hippolyte répond à son père: *vous raisonnez bien subtilement, & bien hors de saison* (11). Il n'a pas tort; mais Thésée lui reproche avec plus de fondement encore qu'il est trop *enfumé de science* (12). Tous ces reproches retombent à plomb sur le poëte même.

Cette science d'Euripide n'est pour la plupart que de la Morale, à quoi Socrate, son second maître, s'étoit uniquement voué. Ce n'est pourtant pas qu'il oublie les leçons de son premier maître Anaxagore, & ne fasse des allusions fréquentes à sa Physique céleste, à sa Physiologie, à sa Cosmologie, surtout à sa doctrine sur les principes des choses (13). Il avoit exposé plus amplement cette doctrine dans la *Ménalippe*, une de ses tragédies perdues, qui pour cette raison fut surnommée *la philosophe* (14). Il peut avoir appris dans la même école cette thèse qu'il affectionnoit tant, parce qu'elle flattoit son aversion pour les femmes, c'est que dans l'ouvrage de la génération l'enfant vient du père, & que le sein maternel ne lui sert que de réceptacle (15). Car Héraclite, Démocrite, Pythagore, Anaxagore &

(10) Καὶ ταῦτα μὲν δὴ νοῦς ἐτόξευσεν μάτην.
Hecuba v. 603.

(11) Ἀλλ' οὐ γὰρ ἐν δέοντι λεπτουργεῖς, πάτερ.
Hippol. coron. 920.

(12) Πολλῶν γραμμάτων τιμῶν καπνούς.
Ibid. 952.

(13) Ces principes sont l'Éther & la Terre, dont le mélange engendre tous les êtres, lesquels s'y résolvent de nouveau à leur destruction; de sorte que rien ne périt, & que dans les êtres composés chaque partie retourne là d'où elle étoit venue. Cette doctrine a été consignée par Euripide dans un cantique du Chœur de la tragédie de *Chrysippe*, qui s'est conservé.

Γαῖα μεγίστη, καὶ Διὸς αἰθὴρ,
Ὁ μὲν ἀνθρώπων, καὶ θεῶν γενέτωρ,
Ἡ δ' ὑγροβόλους σταγόνας νοτίους
Παραδεξαμένη τίκτει θνατοὺς,
Τίκτει δὲ βορὰν, φῦλά τε θηρῶν·
- - - - - - - - - - -
Χωρεῖ δ' ὀπίσω, τὰ μὲν ἐκ γαίας
Φύντ' εἰς γαῖαν· τὰ δ' ἀπ' αἰθερίου
Βλαστόντα γονῆς εἰς οὐράνιον
Πόλον ἦλθε πάλιν· θνήσκει δ' οὐδὲν
Τῶν γιγνομένων· - - - - -

(14) Ἡ Μεναλίππη σοφὴ, τὸ δρᾶμα Εὐριπίδου, ἐπιγέγραπται μὲν Σοφὴ, ὅτι φιλοσοφεῖ. Dion. Halic. in Τέχνῃ. Opp. Tom. II. p. m. 57.

(15) Πατὴρ μὲν ἐφύτευσέ μ' ἐμὲ, σὴ δ' ἔτικτε παῖς,
Τὸ σπέρμ' ἄρουρα παραλαβοῦσ' ἄλλου πάρα.
Orest. 551.

Hippocrate après eux, avoient déjà ſoupçonné ces animalcules réparateurs de l'eſpèce humaine que Swammerdam, Leuwenhoek, & Hartſoeker découvrirent depuis dans la liqueur ſéminale.

Pour excuſer la profuſion d'Euripide en ſentences morales, on dit qu'elles étoient fort à la mode chez les Grecs, qu'on les aimoit par-tout, au théâtre auſſi bien que dans la converſation. Mais on a beau vouloir ſe le déguiſer: ni les connoiſſeurs du premier ordre, ni les Grecs en général, ni les contemporains d'Euripide en particulier n'en portèrent ce jugement.

Ariſtote dit très-expreſſément qu'une enfilade de penſées morales, & de belles maximes ne produira point l'effet que la Tragédie doit produire, & que cet effet s'obtiendra beaucoup mieux ſans elles, ou en les ſemant avec plus d'épargne (16).

Les Athéniens mêmes devoient ſentir combien ſur la ſcène elles étoient vicieuſes & hors de place: & je pencherois fortement à croire qu'Euripide leur a l'obligation de n'avoir remporté que cinq couronnes, malgré le nombre énorme de pièces qu'il a données au théâtre. Combien de fois, en combien de façons ne les voit-on pas perſiflées dans l'ancienne Comédie, & Euripide, pour l'amour d'elles, criblé de ridicule? Il eſt traité de raboteur de penſées, de fendeur de phraſes, & ſes penſées de ſciures, ou de raclures (17): on nomme ſes tragédies les verbeuſes ou les babillardes (18): quand

Le mot de *Φύειν* ou de *Φυτεύειν* n'eſt jamais appliqué à la mère par Euripide, ni au père & à la mère enſemble, excepté dans un ſeul endroit des *Phéniciennes*, où encore il eſt probable qu'il faut lire *τεκόντας* au lieu de *Φύσαντας*. Au reſte ce même ſentiment ſe trouve auſſi dans Éſchyle (*Eumen. 661.*); il paroît avoir été reçu dans la Grèce, & dans l'Égypte même au rapport de Diodore de Sicile. Voyez là-deſſus M. Valkenaer dans ſa *Diatribe in Euripidis Dramatum perditorum reliquias* p. 29, & dans ſon Commentaire ſur les *Phéniciennes*, ad v. 34. p. 5.

(16) *Ἔτι ἐάν τις ἐφεξῆς θῇ ῥήσεις ἠθικάς, καὶ λέξεις, καὶ διανοίας εὖ πεποιημένας, οὐ ποιήσει τὸ τῆς Τραγῳδίας ἔργον, ἀλλὰ πολὺ μᾶλλον ἡ καταδεεστέροις τούτοις κεχρημένη τραγῳδία.* Poët. cap. 6.

(17) *Σκινδαλμῶν παραξόνια .... σμιλεύματα .... ῥήματα δαιομένη (γλῶσσα) .... καταλεπτολογήσει.* V. le Chœur des *Grenouilles* depuis v. 826. *ἀλινδήθρας ἐπῶν.* Ib. 930. Les Dieux d'Euripide ſont *Αἰθὴρ καὶ γλώσσης στρόφιγξ.* v. 916.

(18) *Τὰς περιλαλήτας.* Fragm. ex *Nubibus ſecundis.*

quand il s'agit d'un homme qui parle avec prétention, on dit, dans un seul mot inventé exprès, qu'il parle le jargon précieux d'Euripide (19).

La langue françoise n'est pas assez riche pour y rendre toutes ces gentillesses comiques; mais je dois particulièrement insister sur un endroit très-remarquable par où finit la comédie *des Grenouilles*, parce qu'il dit en termes positifs deux choses que nous avons voulu prouver. La préférence vient d'être adjugée à Éschyle sur Euripide: & le chant du Chœur qui célèbre cette victoire, porte en substance, qu'il est heureux pour Éschyle de n'avoir pas négligé la poësie, & le grand art tragique, pour écouter les discours de Socrate; qu'il n'appartenoit qu'à cet autre insensé de perdre son temps à ce pompeux galimatias, & à ces sublimes rêveries (20). De là il résulte 1) qu'Euripide passoit pour avoir gâté son talent poëtique dans les leçons de Socrate; 2) qu'Éschyle n'étoit pas philosophe.

Selon Suidas, Euripide quitta la philosophie pour se livrer aux Muses, effrayé des querelles suscitées à Anaxagore au sujet de cette opinion hérétique que le Soleil est une masse de feu plus grande que le Péloponnèse. Si cela est vrai (21), il ne la quitta certainement qu'en apparence, & pour se ménager d'autant mieux la liberté de la produire devant la nation entière, sans se compromettre personnellement; car on connoît l'indulgence extrême des Athéniens pour tout ce qui se débitoit au théâtre. Ce qui confirme ma conjecture, c'est qu'Euripide n'est pas le seul qui ait eu recours à ce lieu de sureté pour y mettre sa philosophie à l'abri de l'Inquisition, & qu'Épicharme, par les mêmes motifs, se servit du même expédient à l'égard des dogmes de Pythagore qu'il n'osoit plus professer (22).

(19) Κομψευριπιδικῶς. *Equites* v. 17.

(20) Χαρίεν οὖν μὴ Σωκράτει
Παρακαθήμενον λαλεῖν,
Ἀποβαλόντα μουσικὴν,
Τά τε μέγιστα παραλιπόντα
Τῆς τραγῳδικῆς τέχνης.
Τὸ δ' ἐπὶ σεμνοῖσι λόγοις,
Καὶ σκαριφισμοῖσι λήρων
Διατριβὴν ἀργὸν ποιεῖσθαι,
Παραφρονοῦντος ἀνδρός.
Ranæ 1539-1547.

(21) Car il y a, sur cette circonstance, une contradiction entre Suidas & Aulu-Gelle. Selon le dernier, Euripide auroit commencé sa carrière dramatique six années avant qu'Anaxagore fût venu à Athènes. V. *la vie d'Anaxagore* par M. Heinius, dans l'Histoire de notre Académie, année 1752. p. 331.

(22) Jamblich. in vitâ Pythagoræ c. 36.

Quoi qu'il en ſoit, l'héréſie ſur le Soleil qui fit bannir Anaxagore, reparoît dans le Chœur d'*Oreſte* (23), & dans la tragédie de *Phaëthon* (24), qui à ce fragment près s'eſt perdue. Dans ſa *Médée* Euripide lance les traits les plus amers ſur les Athéniens, au ſujet de la condamnation de ſon maître, ou déjà prononcée, ou que l'on tramoit (25). Je ſuis d'autant plus perſuadé que ce paſſage ne peut avoir d'autre vue, que les temps coïncident: la *Médée* fut jouée dans le cours de la 87ième Olympiade; & la troiſième année de cette même Olympiade Anaxagore fut vraiſemblablement exilé. Dans une autre pièce, nommée *Palamède* par les uns & *Nauplius* par d'autres, on veut qu'Euripide ait fait pleurer ſes concitoyens au ſouvenir de leur injuſtice envers Socrate (26). Mais la Chronologie y répugne, à moins qu'on ne veuille ſuppoſer que cela arriva après la mort d'Euripide, à la repriſe du drame de *Palamède*, qui avoit été joué, pour la première fois, la première année de l'Olympiade XCI, c'eſt à dire 16 années avant que Socrate bût la cigüe. Et cela même ne peut être arrivé qu'accidentellement, ſans aucune intention de la part du poëte, qui ne ſurvécut point à Socrate: la fin triſte qu'il fit à la cour de Macédoine, eſt rapportée au plus tard à l'époque de la victoire navale aux Arginuſes, (Olymp. XCIII - 3.) & celle de Socrate à ſix années de là (Olymp. XCV - 1.).

Il ne feroit pas difficile de faire voir qu'Euripide étoit véritablement un athée, un impie, un eſprit fort, dans l'acception de ces termes uſitée chez

(23) Μόλοιμι τὰν ὀρανȣ̃
Τεταμέναν αἰωρήμασι
Πέτραν ἀλύσεσι χρυσέαις, Φερομέναν
Δίναισι βῶλον ἐξ Ὀλύμπȣ.

v. 982.

(24) *In hujus dramatis prologo, ni fallor, ſcripſerat Euripides Clymenen elocatam regi Æthiopiæ,*

Ἣν ἐκ τεθρίππων ἁρμάτων πρώτην χθόνα
Ἥλιος ἀνίσχων χρυσέᾳ βώλῳ φλέγει.

Valken. Diatribe &c. p. 31.

(25) Il y eſt dit qu'un Sage qui profère de nouvelles vérités, paroit un homme inutile aux ignorans, & s'attire la jalouſie & la haine de ceux qui ont de la prétention au ſavoir.

Σκαιοῖσι μὲν γὰρ καινὰ προσφέρων σοφὰ,
Δόξεις ἀχρεῖος, κ'ȣ σοφὸς πεφυκέναι.
Τῶν δ'αὖ δοκέντων εἰδέναι τι ποικίλον
Κρείσσων νομισθεὶς ἐν πόλει, λυπρὸς φανῆ.

Medea v. 298 - 301.

(26) Ἐκάνετ', ἐκάνετε τὰν
Πάνσοφον, ὦ Δαναοὶ,
Τὰν ȣ̓δέν' ἀλγύνȣσαν
Ἀηδόνα Μȣσᾶν,
Τῶν Ἑλλήνων τὸν ἄριστον.

les Grecs. On le verroit étaler en public, & souvent dans les expressions les plus crues, ce mépris de la religion & des Dieux de la Grèce que Socrate, ou Platon, prennent tant de soin de voiler dans tous leurs dialogues qui ne sont pas acroamatiques. On seroit surpris combien les poëtes de notre siècle philosophe que l'on accuse d'avoir infecté la scène de maximes irréligieuses, demeurent au-dessous de sa hardiesse & de sa licence. Le genre dramatique, & les divers personnages sous lesquels il pouvoit se cacher, favorisoient sans doute ses vues, & lui fournissoient de grandes facilités pour les remplir. Mais on remarqueroit son empressement à saisir, ou à faire venir les occasions de ramener ces idées profanes; avec quelle complaisance il y appuie, y renchérit, & les tourne en mille manières; & combien elles percent à travers les palliatifs mêmes que la nécessité ou la crainte semblent quelquefois lui arracher. C'est ce que l'on pourroit mettre en plein jour par le rapprochement & la confrontation de tous ces morceaux, mais qui demanderoit un Mémoire à part.

Cela nous expliqueroit encore mieux que n'a fait Élien (27), la prédilection de Socrate pour les drames d'Euripide, & pourquoi il n'assistoit au spectacle que lorsqu'on les donnoit. Je veux croire qu'il les aimoit à cause des sentences morales; & souvenons-nous que c'étoient les siennes propres, habillées en beaux vers (28). Mais, sans vouloir déroger à notre admiration pour ce grand homme, ne devoit-il pas être doux pour lui de voir briller sa philosophie, & les articles scabreux de cette philosophie, dans le seul lieu où il fût permis de les montrer au peuple?

§. 3.

La Comédie Grecque.

Après nous être un peu étendus sur la Tragédie, parce que le sérieux de ce genre feroit croire au premier abord que la Science devoit y entrer pour beaucoup, nous pourrions presque nous dispenser de parler de la Comédie.

(27) Var. Hist. Lib. II. c. 13.

(28) On prétend même qu'il lui aida à composer ses pièces, que pour cette raison Mnésiloque nomma σωκρατογόμφους, *Socraticis clavis compactas*, clouées par Socrate.

Diog. Laert. Lib. II. 18.

On n'ignore point qu'elle eſt née dans les fêtes de la vendange, ainſi que ſa ſœur, & probablement avant elle, comme il paroît tant par le témoignage d'Ariſtote, que par la nature même des choſes. Cependant elle ne prit forme qu'après la Tragédie, dont elle s'appropria les parties conſtitutives, en les ajuſtant au fonds ſur quoi elle travaille, & au but qu'elle ſe propoſe.

Si la Science eſt étrangère au cothurne, à plus forte raiſon l'eſt-elle au brodequin. Il faut pourtant convenir qu'elle rendit un ſervice ſignalé à Ariſtophane, en lui ſuggérant ce ridicule nouveau qu'il verſa à pleines mains ſur la Philoſophie, & ſur les philoſophes.

Rien n'eſt ſacré pour ce railleur cynique. La Coſmologie, la Phyſique, la Géométrie, la Philoſophie en général, tout cela eſt immolé à la riſée de la populace. Les noms les plus reſpectables ne lui impoſent point. Voyez comme il traite le fameux Géomètre Méton, l'inventeur du Cycle lunaire, & quelle farce il lui fait jouer avec ſon cercle quarré (1). Que diroient d'un pareil traitement nos illuſtres chercheurs de la Quadrature, qui aſſiègent les portes des Académies pour réclamer des récompenſes qui ne furent jamais promiſes, auſſi chimériques que leurs découvertes, & dont cependant il eſt impoſſible de les détromper?

Voyez comment Socrate eſt accommodé dans les *Nuées:* la plus douce épithète qu'il lui donne eſt celle de grand prêtre des balivernes (2). Dans quelle poſture indécente il met les diſciples de Socrate, pour leur faire étudier la Minéralogie & l'Aſtronomie à la fois (3); tandis que le maître lui-même paroît ſuſpendu à une crémaillère, ou hiſſé en l'air dans un panier pour y guetter les idées tranſcendantes (4)? Et puis les beaux problèmes qu'il lui fait réſoudre.

(1) Ὁ *κύκλος γένηταί σοι τετράγωνος.*
Aves. 1006.

(2) *Λεπτοτάτων λήρων ἱερεῦ.* *Nubes* v. 358. On l'accuſe même d'avoir volé un manteau. *Ib.* v. 178.

(3) ΣΤΡ. Τί *γὰρ οἵδε δρῶσιν, οἱ σφόδρ' ἐγκεκυφότες;*
ΜΑΘ. Οὗ*τοι δ' ἐρεβοδιφῶσιν ὑπὸ τὸν Τάρταρον.*
ΣΤΡ. Τί *δῆθ' ὁ πρωκτὸς εἰς τὸν οὐρανὸν βλέπει;*
ΜΑΘ. Αὐ*τὸς καθ' αὑτὸν ἀστρονομεῖν διδάσκεται.*
Ib. 192-195.

(4) Ib. 225 &c.

Ces folies, où la méthode Socratique eſt en effet très-plaiſamment parodiée, & qui d'ailleurs pétillent de ſel & d'eſprit, devoient ſans doute exciter de grands éclats de rire, & dérider le front aux plus graves ſpectateurs; puiſque leur lecture nous dilate eocore les poûmons. Cependant, lorſqu'on y réfléchit, oo eſt iodigné de voir avilir ainſi le plus ſage & le plus vertueux des hommes, ce Saiot du paganiſme, que des pères de l'Égliſe mêmes ont béatifié, & que notre bon & humain réformateur Zuingle a placé dans la Jéruſalem céleſte, avec Hercule, Théſée, Ariſtide, Aotigooe, Numa, Camille, les Catoos, les Scipions, & tous les braves gens de l'antiquité (5).

Cette liceoce effréoée du Théâtre oe dura point; Ariſtophane lui-même y ſurvécut, & fut obligé de changer de too. Dans ſoo *Plutus* les perſoones ne ſoot déjà plus nommées; & il paroît que c'eſt eo vertu de la déſeoſe faite dans l'Olympiade où il fut repréſeoté. Soo *Éoliſicon*, qui n'exiſte plus, donoa la première idée de la Comédie moyeooe, & ſon *Cocalus* de la oouvelle. Dans cette deroière ſe diſtinguèreot, daos la ſuite, Méoandre & Philémon, qui imitèrent le ſtyle d'Euripide, en lui doooant les dégradations coovenables. Ces deux auteurs, que nous cooooiſſons par uo recueil de fragmeos, & mieux encore par les drames de Térence, étoient d'excellens peintres des mœurs & des caractères de la vie commuoe (6).

(5) Pluſieurs de nos théologiens ont cru devoir excuſer, adoucir, ou pallier par des interprétations ce paſſage de Zuingle. Nous ne le plaçons ici que pour honorer la mémoire de cet excellent homme. Il ſe trouve dans ſon *Expoſition de la Foi Chrétienne* adreſſée au roi François I, auquel, en parlant du ciel & de la vie éternelle, il dit entre autres choſes: *Deinde ſperandum eſt tibi viſurum eſſe ſanctorum, prudentium, fidelium, conſtantium, fortium, virtuoſorum omnium, quicunque a condito mundo fuerunt, ſodalitatem, cœtum, & contubernium. Hic duos Adam, redemptum ac redemptorem: hic Abelum, Enochum, Noam, Abrahamum, Iſaacum, Jacobum - - - hic* Herculem, Theſeum, Socratem, Ariſtidem, Antigonum, Numam, Camillum, Catones, Scipiones: *hic anteceſſores tuos, & quotquot in fide hinc migrarunt, majores tuos videbis. Et ſummatim, non fuit vir bonus, non erit mens ſancta, non fidelis anima, ab ipſo mundi exordio ad ejus conſummationem, quem non ſis iſthic cum Deo viſurus. Quo ſpectaculo quid lætius, quid amœnius, quid denique honorificentius vel cogitari poterit? Aut quò juſtius omnes animi vires intendimus, quàm ad hujusmodi vitæ lucrum?* Fidei Chriſtianæ Expoſitio, Art. 12. *Vita æterna.* Zuinglii Opp. Tom. II. fol. 559.

(6) (Menander) *omnem vitæ imaginem expreſſit.* Quintil.

Ils avoient étudié les hommes, ſcience la plus importante pour les enfans de Thalie, & la ſeule qui leur ſoit vraiment néceſſaire.

Ménandre a fait un diſtique en l'honneur d'Épicure, où il le loue d'avoir délivré la Grèce d'une ſuperſtition abſurde, comme Thémiſtocle la délivra de l'eſclavage (7). On en conclut qu'il fut Épicurien; ce que je nierai d'autant moins que l'empire de la Fortune, ou du Hazard, me ſemble établi en pluſieurs des paſſages qui nous reſtent de lui. Les poëtes étoient volontiers de cette ſecte; & nous verrons ailleurs comment ils en étoient. Mais Ménandre ſe moque des autres en divers endroits, & des Stoïciens en particulier (8) dans ſon *Andrienne*. Auſſi n'a-t-il point mérité, comme Euripide, le ſurnom de philoſophe, mais le ſurnom plus glorieux pour un poëte, de Sirène du théâtre (9).

Dans le *Pyrrhus* de Philémon, les recherches ſpéculatives ſur la nature du Bien ſont regardées comme frivoles, & comme n'étant bonnes qu'à embrouiller le cerveau, ſans rien éclaircir (10). Mais ce qui eſt plus déciſif, Philémon avoit fait une comédie intitulée *les Philoſophes*, où ils ſemblent tous avoir paſſé en revue, pour recevoir chacun ſon coup de fouet. On en peut juger par les trois vers ſur Zénon qui nous ſont parvenus (11); & nous ſavons d'ailleurs par de bons témoignages que les philoſophes furent conſtamment les plaſtrons de la Muſe comique: Diogène Laërce ſeul nous en fourniroit une foule d'exemples.

§. 4.

Jugement des philoſophes Grecs ſur la Poëſie, & ſur les poëtes.

Les philoſophes, de leur côté, ne jugèrent pas plus favorablement des poëtes. Et c'eſt ce qui, avant d'aller plus loin, mérite un moment d'at-

(7) *Χαῖρε Νεοκλείδα δίδυμον γένος· ὧν ὁ μὲν ὑμῶν*
Πατρίδα *δελοσύνας ῥύσαθ', ὁ δ' ἀφροσύνας.*

(8) Ils y ſont nommés *οἱ τὰς ὀφρῦς αἴροντες.*

(9) *Φαιδρὸν ἑταῖρον Ἔρωτος ὁρᾷς, Σειρῆνα θεάτρων* &c.
In baſi ſtatuæ Menandri, apud Gruterum.

(10) Menandri & Philemonis Reliquiæ, ex ed. J. Clerici p. 324.

(11) Ibid. p. 336.

tention. Nous nous bornerons à quelques philoſophes du premier ordre, & aux fondateurs des quatre principales écoles.

Les ſentimens de Pythagore à l'égard d'Homère ſont connus.

Socrate n'aima que les poëſies d'Euripide; & nous ſavons pourquoi. Il avoit ſouvent été exhorté en ſonge à s'adonner à la Muſique, par où il s'obſtina long-temps à n'entendre que la Philoſophie. Mais cette viſion lui étant revenue plus d'une fois durant ſon empriſonnement, il ſe douta qu'il pouvoit s'être trompé, & que la voix céleſte lui ordonnoit de faire des vers. Pour lui obéir ſans trop forcer ſon inclination, il choiſit le genre le plus moral, & le moins poëtique, celui de l'Apologue, & ſe mit, peu avant ſa mort, à verſifier des fables d'Éſope, ou à en compoſer à la manière d'Éſope. Son Démon l'avoit mal conſeillé: il fit de mauvais vers, & prouva qu'il n'étoit pas né pour la poëſie (1).

Platon la cultiva dans ſa jeuneſſe: il fit des dithyrambes, des hymnes, des vers amoureux ſur de jeunes gens & ſur des courtiſanes, qui ont paſſé juſqu'à nous, & des poëmes héroïques, mais qu'il brûla de dépit, en voyant combien il étoit inférieur à Homère (2). Il s'eſſaya auſſi dans le genre théâtral, & ſa Tétralogie étoit déjà entre les mains des acteurs, lorſqu'il entendit Socrate, dont les leçons opérèrent une révolution ſubite dans ſon eſprit. Il n'eut rien de plus preſſé que de retirer ſes pièces avant les fêtes de Bacchus, pour les mettre au rebut, ou pour les immoler aux flammes (3). Dès lors il prit congé des Muſes, & ſe tourna tout entier du côté de la philoſophie: & dès lors il ne regarda plus la poëſie qu'avec dédain, comme un art futile autant que dangereux, comme la corruptrice des mœurs, l'inſtrument du menſonge, & l'ennemie mortelle de la Science (4). Cependant le génie poëtique lui demeura, tant il eſt mal-aiſé de ſe défaire

(1) Voyez ſur tout cela Platon *in Phædone*, Plutarque *de audiendis poëtis* ed. Reisk. Tom. VI. p. 56, & Diogène Laërce, Lib. II. §. 43, où le commencement d'une des fables de Socrate eſt rapporté.

(2) Ælian. Var. Hiſt. Lib. II. c. 30.

(3) Diogène L. dit qu'il les brûla, en invoquant Vulcain dans un vers parodié d'Homère:

Ἥφαιστε πρόμολ' ὧδε, Πλάτων νύ τι σεῖο χατίζει.

Lib. III. §. 5.

(4) V. notre ſecond Mém. dans les Nouv. Mém. de l'Acad. pour l'année 1774, pp. 493, 494.

de ses premières habitudes. Le style fleuri de Platon est d'un poëte plutôt que d'un philosophe; dans les choses mêmes il se laisse emporter à son imagioation, & souvent au lieu de vérités solidement établies nous repaît de fictioos splendides & sublimes.

Il n'y eut jamais d'esprit plus judicieux qu'Aristote, ni qui coonût mieux les justes limites de chaque genre. Ce qui fait le poëte selon lui, c'est un heureux naturel, & l'enthousiasme (5). Il s'élève hautement contre l'abus d'appeller poësie les ouvrages de science qui sont eo vers: il n'y a rien de commun, dit-il, entre Homère & Empédocle; l'un est poëte, l'autre est physicien (6).

Quoique le premier des philosophes, Aristote non-seulement chérit la poësie, mais il y excella: son hymne, ou son scolie sur Hermias, tyran d'Atarne, peut être mis à la tête de tout ce que l'Antiquité oous a laissé de plus beau dans cette espèce (7). Mais lorsqu'il est poëte, il o'est que cela même, & le philosophe disparoît: il ne prend dans la Science ni le sujet ni le langage de ses vers (8). Lorsqu'au contraire il sonde les secrets de la nature, il ne va point, comme Platon, entonner la trompette d'Homère, ou la lyre de Pindare; sa diction est simple, unie, adaptée aux matières qu'il traite. Enfin sa *Poëtique*, cet ouvrage si original, ne roule point sur des abstractioos forgées à plaisir; ses règles ne sont qu'un recueil d'observations tirées de la pratique des graods maîtres de l'Art; & comme le dit un poëte illustre, quand Aristote s'embarqua sur l'Océan de la Critique, le chantre Méooieo fut l'étoile polaire qui dirigea sa course (9).

Si

(5) Εὐφυῦς ἡ Ποιητική ἐςιν, ἢ μανικῦ. Poet. cap. 17.

(6) Ibid. cap. 1.

(7) Cet hymne commence ainsi:
Ἀρετὰ πολύμοχθε
Γένει βροτείῳ,
Θήραμα κάλλιςον βίῳ &c.

(8) Ceux de ses poëmes dont il reste des traces, se réduisent, outre l'hymne dont nous venons de parler, à deux élégies, l'une à Apollon, l'autre à une jeune fille, à quelques épigrammes & épitaphes, & au *Peplus Homericus*, qui contient les épitaphes des héros de l'Iliade & de l'Odyssée.

(9) *The mighty Stagirite first left the shore,*
Spread all his sails, and durst the deeps explore;
He steer'd securely, and discover'd far,
Led by the light of the Mæonian star.
Pope, Essay on Criticism. vv. 645-48.

Si maintenant vous interrogez les Sages du Portique, Zénon lui-même vous répondra que rien n'eſt plus contraire à l'étude des ſciences que la Poëſie (10).

Plus loin, vous verrez Épicure la mépriſer comme un amuſement puérile (11), & la fuir comme une amorce peſtilentielle (12). Il en détournoit ſes diſciples de tout ſon pouvoir, & voulut qu'ils fiſſent gloire d'ignorer pour qui combattit Hector, & quels vers ſont au commencement ou au milieu de l'Iliade (13). Il leur bouchoit les oreilles avec de la cire, pour me ſervir de la métaphore de Plutarque, & leur faiſoit forcer de voiles, pour les mettre au plutôt hors de la portée de la voix de la Sirène (14); & il ſe les bouchoit à lui-même des deux mains, dès qu'il s'appercevoit qu'on alloit diſſerter ſur Homère (15).

De tout ceci on peut raiſonnablement conclure qu'en général il ne ſubſiſtoit ni une grande amitié, ni un commerce fort étroit entre les poëtes & les philoſophes Grecs, & qu'alors la Science n'influoit que très-peu dans la Poëſie, où elle n'auroit pu envoyer que des influences fâcheuſes.

Mais, s'il eſt difficile de lui faire honneur des ſuccès de la poëſie Grecque; il le ſeroit bien d'avantage de concilier le haut période de gloire que cette poëſie atteignit, avec l'état foible où les ſciences ſe trouvoient dans les

(10) *Ἔλεγε δὲ (Ζήνων) μηδὲν εἶναι τῆς Ποιήσεως ἀλλοτριώτερον πρὸς κατάληψιν τῶν ἐπιστημῶν.* Diog. L. Lib. VII. §. 23. Caſaubon, au lieu de *ποιήσεως*, veut qu'on liſe *οἰήσεως, la préſomption*; ce qui feroit un tout autre ſens. Mais Ménage n'eſt pas de cet avis; & il a raiſon. Car Zénon ajoute à ſa maxime que le temps eſt la choſe dont nous avons le plus de beſoin, ou qui doit être le plus précieuſement ménagée; par où il eſt clair qu'il regarde comme un temps perdu celui qu'on donne à la poëſie.

(11) *An ille tempus in poëtis evolvendis .... conſumeret, in quibus nulla ſolida utilitas, omniſque puerilis eſt delectatio?* Cicero de Fin. cap. ult.

(12) *Ἅπασαν ὁμοῦ ποιητικὴν, ὥσπερ ὀλέθριον μύθων δέλεαρ, ἀφοσιούμενος.* Heracl. Pont. *Alleg. Hom.* p. m. 111. Conf. Sext. Emp. adv. Grammat. Lib. I. cap. 13.

(13) Plutarch. *Non poſſe vivi ſuaviter ſecundùm Epicurum.*

(14) *Πότερον οὖν τῶν νέων, ὥσπερ τῶν Ἰθακησίων, κηρῷ τινι τὰ ὦτα ἀτέγκτῳ καταπλάσσοντες, ἀναγκάζωμεν αὐτοὺς τὸ Ἐπικούρειον ἀκάτιον ἀραμένους, ποιητικὴν φεύγειν, καὶ παρεξελαύνειν;* Plut. *de aud. poëtis.*

(15) Idem. *Non poſſe vivi ſuaviter ſecundum Epicurum:* Διαλεγομένου .... Ἀριστοφάνους περὶ Ὁμήρου, τὰ ὦτα καταλήψῃ ταῖς χερσὶ, δυσχεραίνων, καὶ βδελυττόμενος.

époques que nous avons parcourues. Car enfin, qu'étoient-elles dans le temps même où elles fleuriſſoient le plus, en comparaiſon du point où nous les voyons portées? N'a-t-il pas fallu détruire tout cet ancien édifice, pour en rebâtir un nouveau ſur ſes ruines? Au lieu que la poëſie des Grecs, lyrique, épique, dramatique, a ſervi de modèle à tous les ſiècles, & que ceux d'entre les modernes qui ſe ſont le plus diſtingués dans cet art, les révèrent encore comme leurs guides & leurs maîtres.

§. 5.

Poëſie des Grecs ſous Alexandre le Grand, & ſous les Ptolémées.

Je n'ai pas dit aſſez. Les beaux jours de la Poëſie Grecque ſouffrent une éclipſe vers le temps même où la Philoſophie parvient à ſon plus grand luſtre, où les ſectes vont ſe fonder, & par une longue ſucceſſion de chefs d'écoles ſe tranſmettre à la poſtérité. Pour la voir revivre, & jeter encore quelque éclat, il faut ſauter le règne d'Alexandre, ſous lequel les poëtes d'un certain nom ſe trouvent fort clair-ſemés. On y voit quelques auteurs de la Comédie moyenne, mais dont le Temps nous a dérobé les productions. Ceux de la nouvelle Comédie appartiennent plutôt ſous les ſucceſſeurs d'Alexandre: la première pièce de Ménandre ne fut jouée qu'une des deux dernières années de l'Olympiade CXIV.

Jamais prince ne fut plus malheureux en poëtes, malgré les faveurs dont il les combloit, malgré la belle matière que leur offroient ſes qualités brillantes, & ſes grandes actions. Ce n'eſt pas à tort qu'il envioit Homère à Achille, & qu'un jour qu'on lui annonça une bonne nouvelle, il s'écria; *que peut-il être arrivé de ſi heureux? Homère ſeroit-il reſſuſcité?*

Il s'en falloit de beaucoup qu'il ne le fût dans la perſonne des poëtes que le conquérant de l'Aſie & des Indes traînoit à ſa ſuite; j'entends les Agis, les Chériles, tous ces beaux-eſprits faméliques, le rebut de l'Hélicon, les balayures de la Grèce (1), à qui il prodiguoit les Philippes d'or, &

(1) *Urbium ſuarum purgamenta.* Qu. Curt. Lib. VIII. cap. 5.

qui en échange l'enivroient d'encens, & détrônoient Hercule, Bacchus, & les Dioscures, pour lui faire place dans le ciel (2).

La Poësie se ranima sous ses successeurs, & principalement sous ceux qui dans le déchirement de cette puissaute monarchie dont la durée fut si courte, s'étoient emparés du sceptre de la fertile Égypte. La Grèce sembla y avoir passé sous les trois premiers Prolémées. On y cultiva les sciences physiques & philosophiques: Euclide y enseigna ses élémens: le Muséon & la célèbre bibliothèque y attirèrent de toute part les gens de lettres. Alexandrie devint une seconde Athènes.

Ici nous voyons de nouveau les Muses transplantées à la cour des rois, mais sous de meilleurs auspices. Et c'est là que nous devons rappotter la fameuse Pleïade poëtique, comme à un centre de réunion: car quoique les astres qui la composoient, ne parussent pas tous en Égypte, ni tous en même temps; il est pourtant vrai que les plus brillans d'entr'eux éclairèrent cette contrée sous le règne de Philadelphe. Mais ces astres n'égalent point en splendeur ceux qui s'étoient levés sur l'horizon de la Grèce libre: leur éclat souffrit du commerce de la cour, & fut, en partie, terni par la fumée de la Science.

On peut ranger Callimaque dans la première classe, sans vouloir déroger d'ailleurs à sa réputation bien méritée. L'étalage de la Science ne sauroit lui être reproché. Si dans ses Épigrammes il paroît un franc Épicurien, s'il y traite de fables les Dieux, les enfers, & la Palingénésie (3); il prend un ton tout différent dans ses Hymnes: il y reconnoît la nécessité de ces fables en poësie (4). Il exclut du nombre des poëtes tout homme à qui Apollon n'est point apparu, & assure que cet homme ne sera jamais qu'un petit esprit (5). Il croyoit les philosophes si peu capables d'atteindre à la

(2) *Hi tum cœlum illi aperiebant, Herculemque, & patrem Liberum, & cum Polluce Castorem novo numini cessuros esse jactitabant.* Ibid.

(3) *Ὦ Χαρίδα, τί τὰ νέρθε; πολὺ σκότος· αἱ δ' ἄνοδοι τί;*
Ψεῦδος. ὁ δὲ Πλούτων; μῦθος. ἀπωλόμεθα.
Epigr. 14.

(4) *Ψευδοίμην ἀΐοντος ἅ κεν πεπίθοιεν ἀκοήν.*
Hymnus in Jovem. v. 65.

(5) *Ὡ 'πόλλων οὐ παντὶ φαείνεται, ἀλλ' ὅτις ἐσθλός.*
Ὅς μιν ἴδῃ, μέγας οὗτος· ὃς οὐκ ἴδε, λιτὸς ἐκεῖνος.
Hymnus in Apollinem. v. 9.

poëſie qu'il leur refuſoit juſques au droit de juger les poëtes, & le refuſoit à Platon même: c'eſt ce que oous apprend le philoſophe Proclus, lequel, comme de raiſon, en eſt fortement ſcaodaliſé (6).

Mais les poëmes de Callimaque ſentent le courtiſan: ils ont un air peigné; & ſes vers ſemblent être travaillés au tour, comme s'exprime un épigrammatiſte de l'Anthologie, qui croit par là faire l'éloge du poëte (7). Ovide l'a mieux caractériſé en diſant qu'il a plus d'art que de génie (8). C'eſt ce qui devoit naturellement arriver, depuis que l'art & la méthode étoient venus réprimer les élans libres de la Poëſie, & rogner ſes ailes. Alexandrie fourmilloit alors de rhéteurs, de critiques, de grammairiens, qui comptoient les ſyllabes, toiſoient les vers, peſoient les phraſes à la balance; & Callimaque fut de leur nombre. C'eſt probablement ce qui l'empêcha d'aſpirer à la haute poëſie, pour laquelle il convient n'avoir pas la voix aſſez forte (9). Ovide a encore très-bien enſeigné qu'il ne faut pas chanter Achille ſur le ton de Callimaque (10): & Properce lui trouve l'ame trop étroite pour décrire le tumulte & la terreur qui règnent dans les champs de Phlègre, lorſque Jupiter eſt aux priſes avec les Titans (11).

La même obſervation a lieu à l'égard d'Apollonius, ſurnommé mal à propos le Rhodien, foible imitateur d'Homère, mais dont oéanmoins les *Argonautiques* ont beaucoup d'agrément, & qui ſe ſoutient, ſans chute, dans ſa moyenne élévation (12).

Le premier de tous, & le ſeul digne d'être aſſocié aux poëtes du meilleur âge, c'eſt l'aimable berger de Syracuſe, lui dont la flûte Dorienne réſonne ſi mélodieuſement, & dans les vallons de Sicile, & juſques ſous les

(6) Proclus in Platonis *Timæum* Lib. I.

(7) Τορευτὸν ἔπος.

(8) *Quamvis ingenio non valet, arte valet.*

(9) Μηδ᾽ ἀπ᾽ ἐμοῦ διφᾶτε μέγα ψοφέουσαν ἀοιδήν.
V. Callimachi Fragm. à Bentleio collecta n. 165.

(10) *Callimachi numeris non eſt dicendus Achilles.*

(11) *Sed neque Phlegræos Jovis Enceladique tumultus*
Intonet anguſto pectore Callimachus.

(12) C'eſt le jugement que portent de lui Quintilien & Longin; en quoi ces illuſtres critiques lui ont très-bien aſſigné ſon rang.

lambris dorés de Ptolémée, ſon bieofaiteur, & celui des Muſes (13). Enfant des Grâces naïves, nourri des chaotres qu'elles inſpirèrent, ſon géoie, ſon goût, ſes ſujets, l'éloignent également de toute prétenrion à la philoſophie. Oo auroit bien de la peine à le trouver coupable de ſcience, ou ſeulement d'aucune eſtime pour ceux qui la profeſſent. Je ne connois dans ſes Idylles qu'un ſeul endroit où il ſoit queſtion des philoſophes: c'eſt lorſqu'il plaiſante ſur ce Pythagoriſte Athénien, pâle & décharné, qui couroit pieds nus dans Syracuſe pour meodier du pain (14), & que le Scholiaſte a pris très-ineptement pour Platon.

Oo peut joiodre à Théocrite Bioo & Moſchus, à peu près ſes contemporains, ou qui du moios le ſuivent immédiatemeot, poëtes bucoliques d'une grande élégance & aménité, d'une galanterie même qui les rapproche fort du goût moderoe, & les fait préférer à Théocrite par tous ceux pour qui ce goût eſt une loi ſouveraine.

Quoique la Philoſophie fleurît ſous les Ptolémées, nous voyons cependant le mot de *ſageſſe*, & l'épithète de *ſage* appliqués encore, en un ſens éminent, à la Poëſie & aux poëtes, par Théocrite, par Moſchus, par Callimaque. Et parmi les Épigrammes du dernier il s'en trouve une où le titre de *ſage* eſt donné aux poëtes mêmes qui font des dithyrambes, à qui dans uoe ſigoification philoſophique il conviendroit aſſurément très-mal (15).

(13) Οὐδὲ Διονύσȣ τις ἀνὴρ ἱερὸς κατ' ἀγῶνας
Ἵκετ' ἐπιςάμενος λιγυρὰν ἀναμέλψαι ἀοιδὰν,
Ὧ ȣ̓ δωτίναν ἀντάξιον ὤπασε τέχνας.
Μȣσάων δ' ὑποφῆται ἀείδοντι Πτολεμαῖον
Ἀντ' εὐεργεσίης.
In Encomio Ptolemæi. v. 112.

(14) Τοιȣ̃τος πρώαν τις ἀφίκετο Πυθαγορίκτας,
Ὠχρὸς κἠνυπόδατος, Ἀθηναῖος δ' ἔφατ ἦμες·
Ἤρατο μὲν χ᾽ ὠ τῆνος (ἐμὶν δοκεῖ) ὀπτῶ ἀλεύρω.
Idyll. XIV. v. 5-8.

(15) Je n'ignore point que les termes *σοφὸς, σοφία, σοφίζομαι, σοφιςὴς*, peuvent déſigner, chez les Grecs, l'habileté, ou l'excellence dans un art quelconque, l'acte d'y exceller, & ceux qui y excellent. Cependant les poëtes affectent de les approprier particulièrement à leur art, & ſouvent dans ce ſens abſolu où ils dénotent communément *le ſage & la ſageſſe*; comme on a pu le voir plus haut dans les exemples pris de Pindare, p. 394. Ici vous les trouverez employés de l'une & de l'autre manière. Dans une épigramme de Théocrite, il eſt dit d'un poëte,

ΣΟΦΊΗ δ' ἐπὶ τῇδε
Αἶνον ἔχων Μȣσέων ȣ̓κ ἐπιλανθάνεται.

Je ne parlerai d'Aratus & de Nicandre que pour faire ſentir l'antipathie qu'il y a entre le langage poëtique & les ſujets qu'ils ont traités (16). Il reſte un vers de Ptolémée Philadelphe où Aratus eſt appellé le roi des écrivains minucieux (17); & ce *minucieux* eſt également remarqué par Antipater de Sidon, par Callimaque, par Strabon. Mais un très-ſavant homme veut que ce ſoit une louange (18). Je le veux bien auſſi; & c'en eſt une inconteſtablement dans les vers d'Antipater, puiſque d'abord après il compare Aratus à Jupiter, & dit que ſon ouvrage ajoute un nouveau brillant aux étoiles (19). Mais dans les autres je douterois qu'elle regardât la poëſie d'Aratus; ou je la croirois fauſſe ſi elle la regardoit. Comme il y eſt queſtion d'un ouvrage ſubtil, travaillé avec beaucoup de ſoin, & qui a coûté des veilles (20), j'aimerois mieux la rapporter à l'exactitude, & à

Dans ſon *éloge de Ptolémée* on lit ces deux vers,

Ἥρωες, τοὶ πρόσθεν ἀφ' ἡμιθέων ἐγένοντο,
Ῥέξαντες καλὰ ἔργα ΣΟΦΩ͂Ν ἐκύρησαν ἀοιδῶν.

Moſchus, dans ſon Idylle ſur la mort de Bion, s'exprime ainſi.

Ἄμμες δ' οἱ μεγάλοι, ἢ καρτεροί, ἢ ΣΟΦΟΙ ἄνδρες,
Ὁππόκα πρᾶτα θάνωμες, ἀνάκοοι ἐν χθονὶ κοίλᾳ
Εὕδομες εὖ μάλα μακρὸν, ἀτέρμονα, νήγρετον ὕπνον.

Ici les *σοφοὶ ἄνδρες* ſont les poëtes dans une ſignification abſolue. Il y a deux épigrammes de Callimaque où *Σοφία* eſt manifeſtement pris pour la *poëſie*. Dans l'une il eſt parlé d'un poëte dont la Grèce célébrera la *ſageſſe* à jamais, (Epigr. 8). Dans l'autre il eſt dit dans le ſens le plus abſolu, que *la ſageſſe*, c'eſt à dire la *Poëſie*, eſt une panacée contre l'amour.

Αἱ Μοῦσαι τὸν ἔρωτα κατασχύνοντι, Φίλιππε,
Ἦ πάνακες πάντων φάρμακον ἁ ΣΟΦΙΑ.

Epigr. 49. in Collect. Bentleji.

A l'égard de l'épigramme ſur les poëtes dithyrambiques, il y a de fortes préſomptions qu'elle n'eſt pas de Callimaque, mais de Simonide, & par conſéquent plus ancienne.

Πολλάκι δὴ φυλῆς Ἀκαμαντίδος ἐν χοροῖσιν Ὧραι
Ἀνωλόλυξαν κισσοφόροις ἐπὶ διθυράμβοις
Αἱ Διονυσιάδες, μίτραισι δὲ καὶ ῥόδων ἀώτοις
ΣΟΦΩ͂Ν ἀοιδῶν ἐσκίασαν λιπαρὰν ἔθειραν.

(16) *Arati materia motu caret.* Quintil. X. 1. Paroles d'un grand ſens, que nous aurons ailleurs occaſion de développer.

(17) Ἀλλὰ τὸ λεπτολόγου σκῆπτρον Ἄρητος ἔχει.

(18) Vid. Erneſti Excurſus ad Epigramma 29 Callimachi.

(19) *Αἰνείσθω δὲ καμὼν ἔργον μέγα, καὶ Διὸς εἶναι*
Δεύτερος, ὅστις ἔθηκ' ἄστρα φαεινότερα

(20) Λεπτολόγος . . . λεπτῇ φροντίδι . . . κατὰ τὸ λεπτόν . . . . καμὼν ἔργον μέγα . . . .

l'esprit de détail du livre des *Phénomènes.* Quoiqu'à cet égard encore elle ne soit point méritée; quoiqu'Aratus ne soit qu'un plagiaire, le compilateur d'Eudoxe, & qu'il ait commis de lourdes fautes, relevées ensuite par Hipparque, ses panégyristes pouvoient la croire, ou la supposer vraie. Mais cette exactitude même, cet esprit de détail dans de pareilles matières, ne fait pas l'éloge du poëte; c'est au contraire une grande tache.

Les *Thériaques*, & les *Alexipharmaques* de Nicandre sont des poëmes faits pour les apothicaires. Ce sont des vers quant au mécanisme; mais ce n'est pas de la poësie. J'en dis autant de tous les traités de Physique, de Philosophie, d'Astronomie, ou de Médecine versifiés; & Aristote & Plutarque l'ont dit avant moi (21). Ainsi ne nous arrêtons point à cette ancienne épigramme où Nicandre est mis à côté d'Homère, & la ville de Colophon félicitée d'avoir produit ces deux grands hommes (22); ni à Nicandre lui-même, quand il se surnomme *l'Homérique* (23). Gardons-nous de mettre l'auteur immortel de l'Iliade dans la comparaison même la plus éloignée avec ce broyeur d'antidotes, ce chantre des scorpions, des araignées, & des crapauds.

Lycophron est la nébuleuse de la Pleïade. C'est un vrai énergumène, qui met toute sa gloire à n'être pas compris; & quand on a percé le brouil-

λεπταὶ ῥήσεις Ἀρήτου σύγγονοι (ou ἔκγονοι, ou σύμβολον) ἀγρυπνίης. C'est ce qu'Horace appelle *tenuis ratio*,

Nec sibi cœnarum quivis temere arroget artem,
Non prius exactâ tenui ratione *saporum.*

Sermonum. Lib. II. Satyrâ 4. v. 36.

Manile l'a encore mieux rendu dans un sujet semblable à celui d'Aratus.

Nunc age subtili *rem summam perspice* curâ.

Astron. III. v. 43.

(21) V. le passage d'Aristote ci-dessus §. 4. p. 416.

Plutarque pour cette même raison exclut du nombre des poëtes Empédocle, Parménide, Nicandre, & Théognis. Leurs ouvrages sont, dit-il, λόγοι, des discours qui ne font qu'usurper le mètre poëtique. *De aud. p.* Opp. Tom. VI. p. 56. ed. Reisk.

(22) Καὶ Κολοφὼν ἀρίδηλος ἐνὶ πτολίεσσι τέτυκται,
Δοιοὺς θρεψαμένη παῖδας ἀριστονόους·
Πρωτοτόκον μὲν Ὅμηρον, αὐτὰρ Νίκανδρον ἔπειτα,
Ἀμφοτέρους Μούσαις οὐρανίῃσι φίλους.

(23) Καὶ κεν Ὁμηρείοιο καὶ εἰσέτι Νικάνδροιο
Μνῆστιν ἔχοις, τὸν ἔθρεψε Κλάρου νιφόεσσα πολίχνη.

In fine *Theriacorum.*

lard qui le couvre, on voit qu'il ne valoit pas la peine de l'être. Tzetzès, ſon commentateur Grec, le ſoupçonne quelquefois d'avoir fait tel ou tel vers en ſortant ivre de la table de Ptolémée (24). Ce Tzetzès, ſans lequel il faudroit preſque renoncer à l'intelligence de Lycophron, eſt un autre original, mais plus amuſant. Grand admirateur de ſes propres perfections, il ne ſe laſſe point de s'apoſtropher lui-même, & de ſe complimenter. Ses arlequinades nous dédommagent un peu de l'horrible ennui que la *Prophéteſſe* nous cauſe.

Alors commença le goût des colifichets. Lycophron inventa les Anagrammes, & en fit ſur le Roi & la Reine. En eſtropiant le nom d'*Arſinoé*, il eut le bonheur d'y rencontrer *violette de Junon* (25); & ſans doute que les beautés Grecques ou Africaines de la cour furent extaſiées de cette rare découverte. Au moins eſt-il ſûr que les Anagrammes firent fortune; & il faut bien que notre pédant en ait été ſingulièrement épris, puiſqu'il en met juſques dans la bouche de ſa ténébreuſe Caſſandre (26), à qui il échappe auſſi des vers rimés (27).

Le goût pour les petites choſes eſt une marque infaillibe du déclin des grandes: & chez toutes les nations de la terre où les lettres ont fleuri, le faux bel-eſprit a ſuccédé au génie. Il étoit dans l'ordre des choſes que le goût frelaté des Égyptiens gagnât, à la longue, les Grecs qui habitoient au milieu d'eux, & que le ſel Alexandrin gâtât le ſel Attique.

Je rapporte à la même date l'invention des poëmes figurés, en forme d'œuf, d'ailes, de hache, d'autel. Théocrite même compoſa un chalumeau dans ce mauvais genre; mais c'étoit au moins une idée ingénieuſe de conſacrer ainſi un inſtrument qui fut celui de ſa gloire.

Ici

(24) Οἰνοβαρῶν .... ἐκ τῶν Πτολεμαίυ τρυφῶν καὶ δωρημάτων... ad v. 838.

(25) Ἀρσινόη... ἴον Ἥρας.

(26) Voyez le jeu de mots entre πέλας & λέπας *Alexandræ* v. 417, & qui revient v. 1043.

(27) ποτῶν ... βροτῶν. vv. 489. 490.

* * *

Ici finit notre voyage poëtique de la Grèce, qui déſormais n'offre plus de grand ſpectacle, propre à nous intéreſſer. Ce n'eſt pas que les ſiècles ſuivans, juſqu'à la fin même de l'empire d'Orient, n'ayent encore produit des poëtes dont les ouvrages ſubſiſtent, & parmi eux quelques-uns qui ne ſont pas abſolument mépriſables, tels, par exemple, que Denys le Périégète, Oppien, Nonnus auteur des Dionyſiaques, Quinctus Calaber qui a voulu ſuppléer l'Iliade, Coluthus qui chanta l'enlèvement d'Hélène, Tryphiodore qui décrivit la priſe de Troie, Muſée qui célébra Léandre & Héro &c, avec pluſieurs qui ſe ſont voués à la poëſie ſacrée des Chrétiens, & tous ceux dont l'Anthologie conſerve des monumens. Mais, comme ils ſont éparpillés ſur ce long eſpace de temps, qu'ils ne forment point d'époque; & qu'enfin, à tout prendre, ils ſont infiniment au-deſſous de leurs prédéceſſeurs, nous croyons pouvoir les négliger ici, & les laiſſer à l'écart.

Une autre fois nous ſuivrons les Muſes fugitives dans le Latium, & dans Rome, maîtreſſe du monde.



SUR

LA PHILOSOPHIE DE L'HISTOIRE.

PAR M. WEGUELIN.

CINQUIEME ET DERNIER MÉMOIRE.

Différence entre le vrai & le vraifemblable.

Le vrai differe du vraifemblable par le nombre des preuves, qui eft complet dans le vrai & incomplet dans le vraifemblable. Les preuves peuvent être rendues completes toutes les fois qu'elles font tirées de la nature du fujet & qu'elles concernent fa maniere d'exifter, foit idéale, foit réelle; car on ne peut rien exiger au delà de ce qui détermine la nature & les propriétés d'un être, & il implique contradiction de dire qu'il exifte & qu'il n'exifte pas. Mais ce ne font que les objets que nous pouvons faifir immédiatement & par le moyen des notions que nous y attachons, comme les lignes & les nombres, qui font bien déterminés & fufceptibles de preuves completes ou démonftratives; au lieu que la nature de tous les autres objets de nos connoiffances eft telle, qu'on ne peut les faifir que par leurs phénomenes. Une infinité de caufes rendant ces phénomenes rares, incomplets & peu fûrs, il eft impoffible de parvenir par leur moyen à une connoiffance immédiate & exacte de l'objet. Sa façon d'exifter nous paroît de plus varier autant que ces phénomenes confidérés, combinés & appréciés différemment. Ainfi le même objet peut être vu fous une infinité de faces différentes & felon le nombre des combinaifons qu'on en fait avec d'autres objets. Lorfque cela arrive, il eft aifé de fe méprendre dans l'énumération de fes phénomenes & de fes preuves, auffi bien que dans la manière de les placer & de les appercevoir. Ce qu'il y a de défectueux dans ces méthodes fefant naître beaucoup de difficultés qu'il eft impoffible d'écar-

ter, on ſe trouve plus d'une fois dans le cas d'une ignorance invincible, & ſi elle devient vincible, ce n'eſt que par une ſuite de tentatives qu'on a faites pour approcher du vrai.

Divers degrés de probabilité.

De là naiſſent les divers degrés de la probabilité hiſtorique & morale, qui ſe regle ſur l'analogie & ſur la ſuffiſance des preuves. Lorſque pluſieurs preuves s'accordent entr'elles & en même tems avec l'objet, ſon exiſtence devient plus vraiſemblable, & l'on a plus de données pour la conſtater. Ainſi les degrés de la probabilité hiſtorique dépendent du nombre & de l'accord de ces preuves. Cet accord ne peut être établi que par le rapport que chacune d'elles doit avoir avec l'objet conſidéré ſous toutes ſes faces. Comme nous pouvons parvenir à la connoiſſance de la nature d'un acte par le moyen de ſes rapports extérieurs, on peut réduire chaque queſtion probable d'Hiſtoire & de Morale à la forme d'un probleme conçu en ces termes: Tels & tels rapports extérieurs d'un fait étant connus, quel degré de probabilité a-t-il, & que faut-il encore pour rendre ces preuves completes?

La connoiſſance incomplete des faits vient de l'ignorance de l'état antérieur, concomitant & ſubſéquent de l'agent.

Nous pouvons connoître incompletement les faits par trois raiſons, tirées de l'ignorance où nous ſommes à l'égard de l'état antérieur, de l'état concomitant & de l'état ſubſéquent de l'agent. Chacun de ces états ſervant à éclaircir, à modifier & à vérifier un fait, l'impoſſibilité de les bien ſaiſir, rend très incomplete la connoiſſance des faits qui tiennent à ces rapports. Comme nous ignorons l'état des peuplades qui a précédé leur premier établiſſement ſocial, nous n'avons qu'une connoiſſance vague & incertaine de l'origine & de la formation des plus anciens corps ſocials. Les données qui ſeroient néceſſaires pour déterminer la voie par laquelle tel ou tel législateur eſt parvenu à établir tel ou tel lien ſocial nous manquant, nous ſommes réduits à y ſubſtituer des analogies uniquement fondées ſur des conjectures. Cette incertitude a lieu par rapport à l'état concomitant de l'agent de même qu'à l'égard de ſon état antérieur. Il nous arrive très ſouvent de ne pas nous ſouvenir de l'état de notre ame lorſqu'elle a été vivement agitée & ébranlée. La nature de l'enthouſiaſme & de ce qu'on appelle extaſe eſt telle, que l'ame abſorbée en elle-même & occupée d'un ſeul objet ne peut ſe rendre raiſon de ce qui ſe paſſe en même tems hors d'elle. Tous les inſpirés & les enthouſiaſtes de

tous les siecles se sont plaints de ce qu'on n'avoit pas bien saisi & bien expliqué leurs idées. Ces hommes d'une imagination forte & singuliere & dont les notions, par le défaut de liaison entr'elles & de rapport avec les notions communes & leur état extérieur, sont entierement inconnues aux autres, ne sont pas mal fondés à se plaindre. Si l'on ne peut pas être sûr d'un fait dont les causes accessoires sont ignorées, il en est de même d'un acte qui n'a point eu de suite. Il faut ranger dans cette classe les plans avortés, les projets échoués, les desseins suspendus & arrêtés lorsqu'ils étoient sur le point d'être mis en exécution. Faute d'effets & de succès ces desseins à peine ébauchés nous jettent dans l'incertitude sur les vues qu'on s'y étoit proposées.

On ne peut pas supposer les nations entierement dépourvues de bonsens.

La probabilité historique étant fondée sur des suppositions qui s'accordent avec le cours ordinaire des affaires humaines & avec l'usage de la raison politique tel qu'il est établi par le bonsens, c'est tout à fait gratuitement qu'on regarde des nations & des cités comme entierement dépourvues de raison. Du choc des passions, & des intérêts variés & compliqués de la vie publique, résultent des notions usuelles & pratiques qui apprennent par l'expérience l'usage de la raison. Il en est comme des bons & des mauvais succès, des accidens & des traverses de la vie; ils nous font contracter des habitudes qui, quoiqu'elles ne soient pas parfaitement bonnes, ont du moins l'air & les dehors de la sagesse. Supposer donc une société de foux & de sots qui ne font que des choses absurdes, c'est pécher contre les regles de la vraisemblance, établir un fait destitué de probabilité. Le Poëte doit égayer ses récits par des traits satiriques, mais il est du devoir de l'Historien de ne pas perdre de vue les loix austeres de la vérité. Abdere étoit sans doute différente de cette Abdere que nous a tracée la plume élégante & le beau génie d'un auteur moderne. Voulant décrire les ridicules & les travers d'un peuple vif, léger & présomptueux, il choisit pour original une colonie grecque qui vivoit sur les frontieres de la Thrace & qu'on devoit regarder comme placée sur les confins de la raison & de la vraie police. Ces sortes de récits ont aussi peu de vérité que ceux qui nous peignent une nation composée de vrais Sages. Les Troglodytes, tels qu'ils sont représentés par le célébre Montesquieu, ne pouvoient pas exister tels, avec ce degré

de pureté, de ſageſſe & de perfection, mais ne laiſſent pas d'être des portraits inſtructifs d'un peuple ſimple & heureux.

Si les récits qui prêtent trop de raiſon à une ſociété civile ou qui ne lui en prêtent pas aſſez, ont par-là même peu de probabilité, les narrations hiſtoriques où l'on voit une trop grande uniformité de principes & d'effets, ne ſont que d'un ſeul degré plus vraiſemblables que les autres. Après l'expulſion des Rois les Hiſtoriens nous diſent que le principe ariſtocratique prédomina très longtems à Rome; mais il eſt fort probable que la démocratie prévalut plus d'une fois, même avant l'époque des Gracques. On n'a pu décrire que la moindre partie de toutes les cabales des plébéiens; c'eſt pourquoi il faut regarder les récits des Hiſtoriens ſur ce point comme très incomplets & comme n'étant pas entierement certains. La probabilité hiſtorique alla même en décroiſſant & fut fort affoiblie par la qualité & le nombre des colliſions qu'introduiſirent dans la conſtitution romaine l'ambition, l'animoſité & l'avarice des Chefs de tant de partis qui aſſaillirent la République dans les derniers tems. Ainſi cette partie de l'Hiſtoire romaine eſt encore plus défectueuſe & moins probable que la partie précédente. Ce ſont là des conſidérations qui rendroient fort difficile à remplir la tâche de narrer exactement tout ce qui s'eſt paſſé dans les Dietes & particulierement dans celles de Pologne.

Il n'eſt pas vraiſemblable que les États agiſſent toujours de la maniere la plus uniforme.

Comme ces ſortes de variations naiſſent inſenſiblement parmi les peuples d'une maniere de raiſonner fauſſe & ſophiſtique que l'on ſubſtitue à la vérité & à la raiſon, dont chacun veut cependant conſerver les apparences, il réſulte de ce mélange de vrai & de faux un expoſé des faits publics qui eſt équivoque & incertain. L'attention de l'Hiſtorien devant être partagée entre la vérité & l'erreur, le fil de la narration ne peut jamais être clair & bien ſuivi. Ces ſortes d'hiſtoires ne peuvent donc être auſſi vraies que celles qui ſe rapportent à l'état ſimple & uniforme d'une nation. Depuis que les Suiſſes ont accepté des penſions de la part des Puiſſances étrangeres, & ſe ſont engagés à leur ſervice, une partie d'entr'eux s'eſt reſſentie de l'eſprit de domination qui s'eſt introduit parmi eux, & l'Hiſtoire de la nation helvétique s'eſt trouvée chargée d'anecdotes, d'intrigues & de menées ſourdes, qui jettent

Les principes & les procédés équivoques des peuples jettent de l'embarras dans les récits des faits publics & les rendent moins probables.

Hhh 3

plus d'embarras dans ces récits & les rendent plus défectueux & moins vrais. Ainsi la vérité historique diminue à proportion qu'une nation s'éloigne plus de son véritable intérêt public. Lorsque l'objet de l'Histoire est par sa nature très compliqué & comprend une infinité de cas particuliers qui tiennent à des considérations individuelles, telles que seroient des détails sur la Censure romaine, on n'auroit pas assez de données pour completer ces faits historiques, & leur certitude n'égaleroit pas celle des faits publics, considérés sous un point de vue plus étendu & plus général. L'Historien étant alors le maître d'établir le point de réunion où doivent se rapporter les faits, il peut choisir ceux qui conviennent à son but & les placer dans leur véritable ordre. Comme un exposé historique de cette nature ne demande pas qu'on s'appesantisse sur une infinité d'incidens particuliers & tirés du local, il est beaucoup plus aisé de considérer un État en grand & selon l'universalité de ses intérêts que d'entrer dans tous les détails. L'énumération des causes de la grandeur & de la décadence de l'Empire romain est donc plus possible & moins susceptible d'erreur qu'une histoire exacte de la police romaine & particulierement de la Censure. D'où l'on peut conclure que le *maximum* de la probabilité historique ne se réduit pas à la connoissance parfaite d'une partie de l'administration publique, mais à sa considération la plus générale. A proportion de la grandeur & de la puissance d'un État les traits caractéristiques de la nation & du gouvernement sont plus marqués; & l'on se trompe moins en portant des jugemens historiques sur Rome, Athenes & Sparte, que si l'on entreprend d'apprécier l'esprit d'une petite République.

Plus les formes des gouvernemens sont uniformes, & plus leurs exposés historiques sont probables.

En rapportant la succession des faits au véritable ordre politique, le despotique, qui est le plus simple, admet la discussion la plus complete. Les sources historiques ayant en Orient & en Occident le même degré d'authenticité & d'exactitude à l'égard des actes nationaux, il est à présumer que le pouvoir souverain, réparti plus uniformément parmi les orientaux que chez les peuples de l'Occident, a mis l'Historiographe oriental mieux en état de rendre ses récits exacts par des combinaisons plus intimes entre les causes & les effets, que celles qu'on pourroit faire dans l'histoire d'un État d'Occident. L'histoire du moyen âge n'est si difficile que par la multiplicité des rapports.

politiques qui résultoient du grand nombre des vassaux sur lesquels le Monarque n'avoit qu'une autorité très limitée. Comme il falloit que le pouvoir monarchique fît jouer une infinité de ressorts pour unir à ses intérêts le corps national, l'histoire des Monarchies européennes a encore de très grandes difficultés, puisqu'on ne peut jamais y faire entrer la considération de tous les secours tirés de la police, de l'industrie, des loix, des lumieres, des armes & des mœurs, qui varient à chaque instant. Si dans un État l'aristocratie étoit parfaite, son histoire ne seroit proprement que celle des délibérations publiques; mais comme elle passe par tous les degrés intermédiaires du pouvoir & de l'autorité, soit nominale, soit réelle, on ne parvient jamais à rendre ces histoires bien exactes. On peut encore moins l'espérer à l'égard des États démocratiques, où l'intérêt de l'État est perpétuellement combattu par la volonté variable de chaque citoyen. Le résultat de ces considérations est que la probabilité historique croît avec l'uniformité du gouvernement, & décroît selon que le principe politique est plus compliqué.

Cette regle a lieu encore dans l'histoire des individus. Un homme à principes agissant très uniformément, il est beaucoup plus aisé de décrire sa vie que celle d'un homme passionné, sujet à varier, & à tomber en contradiction avec lui-même? Dès que l'on connoît les principes des Stoïciens, on a la clé de la conduite publique & privée de Marc-Aurele; au lieu que le Biographe d'un Tibere doit avoir les qualités & les talens d'un Tacite, & que malgré cela il n'est jamais assuré cependant d'avoir approfondi & saisi le caractere de cet Empereur rusé & artificieux.

La même regle de probabilité a lieu dans les Biographies.

L'imbécillité, la présomtion & l'esprit borné d'un Prince ne produisent pas de moins grandes difficultés que la ruse & la fraude, parce que c'est ordinairement sous le regne des Princes foibles & qui se laissent gouverner par leurs favoris & leurs ministres que ces défauts de l'esprit & du cœur déploient toute leur efficace. Comme la légereté n'a point de mesure fixe, on ne sait jamais jusqu'où elle peut conduire un esprit indolent & peu réfléchi, qui tantôt paroît privé de sens commun, & tantôt en avoir en partage. Les regnes de Henri III, de Jaques I. & de Henri l'Impuissant, Rois

Les regnes des Princes foibles & rusés sont fort difficiles à décrire.

d'Angleterre & de Castille, sont souvent énigmatiques, parce qu'il est fort difficile d'expliquer dans tel ou tel cas particulier les raisons apparentes qui déterminoient ces Princes peu clairvoyans.

Il n'est pas aisé dans l'Histoire d'apprécier des talens & des vertus médiocres.

Entre les grands & les petits esprits il y a une infinité de nuances de talens & de dispositions, dont le mélange singulier fait qu'il est extrémement difficile d'apprécier leur caractere. Les effets des violentes passions sont alors les seuls points lumineux qu'on puisse suivre. Si la vie des hommes médiocres n'intéresse pas, c'est principalement parce qu'ils ne semblent rien avoir de particulier ni de personnel. Rien ne seroit plus propre à les caractériser qu'un mouvement de passion qui les fit agir de leur chef, ou du moins sans une impulsion trop sensible. Henri VIII, Roi d'Angleterre, seroit confondu & perdu dans la foule des Princes indolens, si ses passions impétueuses & dont l'effet fut si subit, ne lui avoient fait jouer un rôle distingué.

Les arts dans leur état de médiocrité sont difficiles à saisir & à décrire.

C'est ce qui se vérifie encore par l'histoire des Arts, dont il n'y a que les chefs-d'œuvre qui admettent une analyse exacte de leurs beautés particulieres. Chaque génie ayant rassemblé & réuni dans un genre de talent ce qui est partagé entre plusieurs, c'est par des observations exactes sur la marche de son esprit qu'on peut le suivre, en remarquant les artifices dont il s'est servi pour faire disparoître ce que chacune des perfections particulieres paroissoit avoir d'incompatible avec les autres, & pour les fondre ensemble. Dans un pays où l'histoire des Arts ne se réduit pas à celle de quelques chefs-d'œuvre, on court risque de se tromper dans l'appréciation de tant d'ouvrages médiocres & dans l'exposé de leurs progrès, aussi lents que peu saillans.

Idée du merveilleux de l'Histoire.

Toutes ces parties historiques ayant quelque analogie avec les différences dans la façon de penser & d'agir des hommes, le merveilleux de l'Histoire, qui n'a avec elles aucun rapport, ne doit pas être examiné selon les principes connus de la probabilité morale, fondés sur l'observation & l'expérience. Comme les miracles & les prodiges ne sont pas opérés en vertu des loix de la nature & des Méchaniques, les descriptions de ces effets miraculeux & surnaturels ne doivent pas non plus être examinées & jugées

d'après

d'après les forces intellectuelles, morales & physiques de l'homme. Les miracles appartenant à un ordre de faits transcendans, qui n'ont rien de commun avec les effets de la nature, on ne peut appuyer leur certitude que sur la probabilité externe & sur la foi des témoins.

Ces divers degrés de probabilité historique & morale présupposent un art qui serve à les déterminer & à en faire usage dans les divers ordres des faits. On appelle cet art la *critique* de l'Histoire. Elle ne se rapporte pas seulement à l'examen & à la correction grammaticale du texte original d'un Historien, mais concerne principalement l'authenticité des faits que l'on peut constater par le moyen de quelques regles conformes à la raison, & usitées dans les cas de la vie.

La critique de l'Histoire sert à déterminer & à appliquer ces divers degrés de probabilité.

S'il s'agit de faits simples & isolés, le meilleur moyen de juger de leur probabilité est d'examiner si en niant tel fait on est obligé de produire un systeme de raisons déterminatrices qui répugnent entierement à la combinaison des circonstances locales. Le supplice de J. C. est un fait de cette nature. Comme il s'accorde parfaitement avec les idées des Juifs de ce tems-là en matiere de religion & de gouvernement, celui qui voudroit le révoquer en doute, seroit tenu de substituer au caractere des Grands Sacrificateurs & des Pharisiens une façon de penser tout à fait différente de celle que l'assemblage des raisons locales déterminoit alors. En leur supposant des sentimens de foi, d'humilité & de vraie piété on aboliroit la foi historique, & on leur attribueroit des dispositions qui auroient rendu la mort violente du Sauveur entierement impossible.

Le principe de contradiction avec le local sert à l'examen de la vérité des faits isolés.

Si le systeme des circonstances locales dépose en faveur des faits simples, les faits composés, qui consistent en plusieurs faits simples dont chacun peut être considéré comme indépendant des autres, s'appuient sur autant de collisions que l'agent a voulu détruire par une suite d'actions contenues dans un seul acte. Le Connétable de S. Pol, qui occupoit la forteresse de S. Quintin & plusieurs districts sur les frontieres des États de Louis XI, Roi de France, & de Charles le Hardi, Duc de Bourgogne, voulant intriguer ces deux Princes & ayant dessein de se maintenir par le secours des Anglois, promit à Édouard IV. de lui remettre sa place forte, s'il fesoit une

Les faits composés, si on les décompose en faits simples, doivent répondre à autant de collisions qu'il y a de faits semblables.

invafion en France. A cette premiere collifion en fuccéda une feconde lorfqu'il vit le danger qui le menaçoit de la part des Anglois, & qui auroit encore augmenté après leur départ; il s'entendit donc avec le Roi de France & s'engagea à ne pas livrer la place aux Anglois. Mais n'ayant pas moins à craindre de la part des Bourguignons que de celle des François, il s'entendit enfuite en fecret avec le Duc Charles, auquel il promit de même de ne pas livrer S. Quintin à ces derniers. Pour conferver cette place, le Connétable fut obligé de changer jufqu'à trois fois de plan.

La vérité des faits nationaux eft conftatée lorfqu'en les niant on eft obligé d'admettre un effet fans caufe & une caufe fans effet.

Pour ce qui regarde les faits nationaux, il faut les confidérer comme liés les uns avec les autres de maniere que chacun d'eux eft l'effet d'une caufe antérieure & le principe producteur d'un effet poftérieur. Dans cette longue chaîne d'événemens publics & nationaux la liaifon des chaînons doit être immédiate. Si par la fuppofition d'un fait différent de celui qui eft établi par la foi hiftorique on étoit obligé d'admettre un effet fans caufe ou une caufe fans effet, le fil des événemens feroit interrompu & il y auroit de l'abfurdité. Les croifades tiennent tellement à l'Hiftoire eccléfiaftique & civile de l'Orient & de l'Occident, que pour en contefter la réalité il faudroit fuppofer gratuitement que le zele hiérarchique & intolérant fe feroit refroidi, que le corps de la Nobleffe dans les divers États européens auroit diminué & que tant d'Ordres de chevalerie fe feroient formés par un pur hafard. Ainfi le vuide qui naîtroit de la fuppreffion de quelques événemens publics & nationaux & qu'on feroit hors d'état de remplir par des faits différens de ceux qui conviennent à ces époques, paroît nous impofer la néceffité d'admettre les faits tels qu'ils font expofés dans l'Hiftoire.

Dans les faits individuels il ne faut pas tant appuyer fur l'intérêt tiré de la nature de l'office que fur le caractere & fur les penchans.

On feroit fouvent tenté de regarder comme peu probables les faits individuels, fi l'on ne fefoit attention qu'aux intérêts du rang, de la dignité & de l'office, parce qu'il y a mille cas où l'homme ne prend pas pour regle les notions générales tirées de fes intérêts publics. Les faillies de l'efprit & la force des paffions fefant varier & différer beaucoup la confidération des intérêts qui devroient déterminer l'homme, on ne doit jamais trop appuyer fur l'évidence & fur l'univerfalité de fes intérêts, mais plutôt fur ce qui s'accordoit avec le caractere, les penchans & le tour particulier de l'efprit. Richard I,

Roi d'Angleterre, ayant dessein de se mettre à la tête d'une puissante armée de croisés, & de se distinguer en Orient par sa valeur, ne consulta point les intérêts de son royaume en se désistant pour la somme de 100000 marcs d'argent de l'hommage imposé à Guillaume, Roi d'Écosse, par Henri II, pere de Richard. Le caractere vif, bouillant, audacieux du fils ne lui permit pas de faire attention à la sagesse des mesures de son prédécesseur. Pour expliquer donc cette action & lui donner de la vraisemblance, il faut avoir égard à l'impétuosité personnelle de Richard Cœur-de-Lion.

Lorsque l'intérêt du rang prévaut sur l'intérêt de la passion, il faut expliquer le fait par des considérations relatives à l'importance du premier rapport.

Il y a cependant des cas où le ressentiment & la passion cedent aux vues politiques & aux plans généraux. Marguerite d'Anjou, Reine d'Angleterre, épouse de Henri VI, ayant été détrônée par la faction de Richard Nevil, Comte de Warwik, qui avoit puissamment soutenu la branche d'York, devoit avoir en horreur l'artisan de toutes ses infortunes; cependant cette Princesse vindicative surmonta son aversion & entra en accommodement avec l'ennemi capital de sa famille; car il seroit absurde de supposer que Warwik voulant relever le parti des Lancastriens & faire remonter Henri VI sur le trône, en eût formé le dessein à l'insu des Chefs de ce parti & l'eût exécuté contre leur gré. Pour saisir la probabilité de ces sacrifices faits à une passion des plus vives, il n'y a qu'à penser que naturellement dans le conflit de deux passions la plus foible doit être subordonnée à la plus forte. L'ambition de Marguerite prévalut sur sa haine.

Toutes les clauses & parties accessoires d'un acte sont probables, lorsqu'elles servent à le justifier.

Quant aux faits accessoires, leur probabilité se fonde sur quelque circonstance, clause ou partie accessoire qui peut servir à justifier la conduite de l'agent. Parmi tant de démarches publiques, qui sont équivoques, violentes & intéressées, il n'y en a point où l'on n'ait cherché à prévenir les objections & les reproches par des modifications & par des clauses. Lorsque pour une grosse somme d'argent les Écossois remirent à l'armée angloise le malheureux Roi Charles I, ils prirent la précaution de faire insérer dans ce traité honteux la condition expresse que les Anglois n'attenteroient pas à la vie du Roi. Ne pas regarder cette clause comme très probable, ce seroit prouver qu'on ne connoît pas le caractere moral de l'homme, qui ne s'ex-

pofe jamais à paffer pour injufte, lors-même qu'il commet les plus grandes injuftices. C'eft plutôt dans ces occafions où l'on fe prémunit le plus, en modifiant un acte par tout ce qui peut le faire paroître moins criminel.

Les faits font la bafe de toutes nos connoiffances.

L'Hiftoire réduite aux regles d'une critique raifonnée eft d'un grand ufage pour le progrès des Sciences & des Lettres; car toutes nos connoiffances étant fondées fur des faits, leur expofé hiftorique fournit, & les données qui doivent entrer dans les définitions réelles, & les conféquences qu'on en doit tirer. L'obfervation & l'expérience qui nous conduifent à la connoiffance du monde phyfique & moral, ne produifent d'abord que des faits particuliers & individuels. Ce tiffu de faits eft de la compétence & du reffort de l'Hiftoire, qu'on doit regarder comme le dépôt & le berceau de la doctrine humaine.

Les phénomenes du monde phyfique, politique & moral fervent à rectifier les théories & les fyftemes.

Comme les faits ne font remarquables que par l'affemblage des circonftances qui les caractérifent & les différencient, ces faits inftructifs, élevés au rang de phénomenes du monde phyfique, politique & moral, y répandent la lumiere & fervent à ouvrir de nouvelles routes, en déterminant plus exactement les théories qui réfultent de leurs rapports. Un grand nombre de philofophes obfervateurs fe font occupés à raffembler des matériaux pour les différens fyftemes de la Philofophie; & les divers degrés de folidité de ces fyftemes répondent au nombre, à la qualité & à l'appréciation des phénomenes, des obfervations & des faits. On n'a même réformé la Philofophie que par des obfervations plus exactes & des faits mieux déterminés.

La combinaifon des faits répand beaucoup de lumiere fur le monde phyfique & moral.

Les faits ne contiennent pas feulement le germe & les élémens de toutes les fciences qui ne font pas fondées immédiatement fur des notions & des axiomes, mais c'eft la combinaifon, la fuite & la fucceffion des faits qui fait naître des propofitions & des vérités importantes dans la Phyfique, la Morale & la Politique univerfelle. La connoiffance exacte de notre globe ne s'appuie que fur les variations & les changemens qui y font arrivés. La nature agiffant d'une maniere lente & fucceffive, on ne peut l'approfondir qu'en n'omettant aucun des états intermédiaires par lefquels doit paffer un corps depuis qu'il a exifté comme germe jufqu'à fon entiere diffolution.

Comme la volonté de l'homme se modifie d'une maniere infiniment variée, chaque système politique paroît sous un aspect qui lui est propre & offre aux regards de l'Historien observateur de nouvelles observations sur l'universalité, la bonté & l'utilité de son principe. La compatibilité & l'incompatibilité de ces divers systemes, considérés & comparés ensemble, produit ce qu'il y a de plus sain & de plus lumineux dans les regles du gouvernement. La succession des mœurs sur lesquelles tant de causes influent en bien & en mal, est la source où il faut puiser la doctrine du perfectionnement & de la détérioration de l'homme moral.

Ce sont les faits moraux bien déterminés & circonstanciés qui empêchent le Moraliste de se livrer à l'esprit d'hypothese & d'adopter ces notions vagues qui établissent une trop grande uniformité parmi les hommes. Conduit par l'observation & les faits, le Moraliste historien agit comme le Naturaliste qui, avant que de dénombrer & de classifier les corps, considere chacun d'eux particulierement, pour ne pas établir des caracteres qui ne soient pas propres à telle ou telle espece. *Les faits moraux font disparoître les hypotheses morales.*

Quoique les faits & les phénomenes psychologiques & moraux soient de nature à ne pas pouvoir être répétés & examinés par des expériences semblables à celles que nous fesons sur les corps, parce que la représentation & le sentiment s'identifient avec l'homme, l'Histoire fournit cependant des marques & des caracteres de ce qui s'est passé dans l'esprit & dans l'ame à l'occasion de telles ou de telles circonstances locales réunies; d'où l'on peut inférer que l'assiette de l'ame produite par tels faits qui l'ont précédée, a été différente des dispositions du même homme en d'autres circonstances, & des sentimens d'une infinité d'autres personnes dans la même combinaison de causes occasionnelles. *On a des caracteres pour reconnoître la persuasion & l'expérience intérieure.*

Quant aux faits publics & nationaux, comme ils ont leur source dans des sophismes & des raisonnemens incomplets, il n'y a rien de plus propre à nous faire connoître toutes les transgressions possibles des préceptes de la saine raison que l'étude attentive de l'Histoire réfléchie, qui des faits remonte à leurs causes, les ramene à des raisonnemens en forme, considere leurs défauts & les explique par les diverses nuances de l'esprit borné, super- *L'histoire des faits publics fournit des mémoires sur la nature des sophismes de toute espece.*

ficiel & gouverné par la paſſinn. Si l'Hiſtoire eſt quelquefnis le tableau des principes & des procédés de la prudence, la narratinn exacte des faits eſt plus ſouvent encore l'expoſé le plus complet de tnus les travers de la raiſnn humaine. La maniere dont les hommes ſe laiſſoient faſciner par des images trompeuſes, nées de conſidérations incompletes & partiales, ne peut pas ſeulement ſervir de ſupplément à la Pſychnlngie & à la Logique, mais fnurnit tout ce qu'il y a de plus propre à inſtruire l'homme ſur la variété & la multiplicité de ſes écarts.

Les impreſſions que reçoit l'ame ne ſe manifeſtent que par les actions & les faits.

Comment le Pſychologue pourra-t-il s'aſſurer des impreſſions qui tirent leur origine des ſens, de l'imagination & de la réflexion, ſi l'Hiſtoire ne lui fournit des données? C'eſt elle qui eſt la baſe & pour ainſi dire le texte original de la Pſychologie empirique, qui s'appuie ſur l'expérience de tous les ſiecles. Si l'on n'a point un certain nombre de cas bien déterminés & circonſtanciés, on ignore l'exiſtence & les progrès des facultés intellectuelles & pratiques, les procédés des hommes, le ton de leurs ſentimens & les affections de leur ame. Vouloir donner un ſyſteme de Pſychologie ſans avoir cnnnu par l'étude des faits & l'expérience ce qui doit précéder ces théories, c'eſt bâtir en l'air & travailler à pure perte.

Bien des théoremes & des problemes univerſels ſur les propriétés de l'ame ne ſont explicables & réſolubles que par l'Hiſtoire.

La connniſſance des faits du monde intellectuel, politique & moral préſuppoſe un eſprit bien exercé dans la conſidération des phénomenes univerſels & de leurs rappnrts. C'eſt dans l'idée nette qu'nn ſe fait de cet aſſemblage d'êtres penſans & actifs qu'on voit la ſolutinn d'un grand nombre de problemes ſur le libre arbitre, l'optimiſme, l'exiſtence du mal & d'autres queſtinns métaphyſiques, auxquelles nn ne peut répondre d'une maniere ſatisfaiſante que lorſqu'on a conſidéré d'un œil bien attentif la proportion du bien au mal & l'influence des maux particuliers dans la ſomme des biens publics. C'eſt dans l'enchaînement des événemens univerſels qu'nn voit la folie jointe à la ſageſſe, le vice à la vertu, l'erreur à la vérité; & malgré ces diſparates le monde ne laiſſe pas de ſubſiſter & de former le ſyſteme le plus complet de l'activité humaine.

L'eſprit philoſophique ne

L'Hiſtoire de la Philoſophie eſt le moyen le plus propre à nous guérir de la manie des bypotheſes & des théories ſur les objets qui ne nnus ſont pas

encore bien connus. En réfléchissant sur la multitude des opinions, des sectes & des doctrines philosophiques qui existent dans le monde, on apprend le cas qu'il en faut faire. L'art si nécessaire de suspendre son jugement & de douter philosophiquement ne s'acquiert que par la connoissance de tous les essais inutiles que les hommes ont faits dans la recherche de la vérité lorsqu'ils ont donné tête baissée dans les systemes. C'est par l'étude de l'Histoire philosophique qu'on parvient à apprécier tous ces systemes, à en connoître le fort & le foible, pour porter sur chacun de ces tissus de raisonnemens un jugement sain & impartial. Les progrès même que l'esprit philosophique a faits dans divers siecles & les obstacles qu'il a trouvés de la part des notions, des mœurs & des loix ouvrent une vaste carriere à notre intelligence & font naître bien des vérités intéressantes pour tout esprit intelligent.

s'acquiert que par l'étude de l'Histoire de la Philosophie.

Il en est de même de l'Histoire du Droit, de la Théologie & de la Médecine, qui ne sert pas seulement à orner l'esprit de connoissances curieuses, mais à le cultiver & à le rendre plus juste. Un exposé bien exact de l'origine d'une loi & des raisons locales qui l'ont fait publier, conduit le Jurisconsulte à la véritable interprétation de cette loi; & s'il connoît la dépravation de l'ancien *Forum* & de plusieurs Barreaux, il ne sera pas la dupe de tant de mauvais usages qui se sont introduits & d'une infinité de sophismes. Le Théologien, s'il connoît l'histoire des opinions & des sectes religieuses, sera sage, tolérant, & circonspect dans la détermination des articles de la foi; il distinguera de l'essence & de l'esprit de la religion tout ce qui n'y appartient pas. La connoissance des révolutions & des changemens arrivés dans l'Église lui fournira des lumieres sur la discipline & le gouvernement de l'Église, & il ne s'arrêtera point à certaines opinions, quoique décorées d'un beau nom. Le Médecin, au moyen d'observations exactes, comparées avec celles que d'autres auront faites & déduites des divers principes des sciences qui composent son art, agira dans ses raisonnemens & dans ses méthodes en Physicien qui sait consulter la nature & en reçoit des réponses fondées sur l'observation, sur l'analogie & sur l'expérience.

La connoissance historique de l'origine des loix est d'un très grand secours au Jurisconsulte, comme l'Histoire de l'Église & celle de la Médecine au Théologien & au Médecin.

Dans les sciences exactes la connoissance de la route qu'a suivie le génie inventeur servira de flambeau à tout bon esprit, & lui fera faire quelques pas

La connoissance des décou-

vertes dans les sciences exactes sert d'appui au génie inventeur.

de plus. Il est impossible que d'après la méthode qu'un esprit attentif a vu mettre en usage avec succès, il ne fasse à son tour des essais, & qu'à force de les répéter, il ne parvienne à les étendre, à les abréger & à trouver de nouveaux résultats. Tous les trésors de l'esprit d'invention étant étalés aux yeux d'un homme de génie, il ne pourra s'empêcher d'y puiser & de s'en approprier l'usage.

Lorsque l'on connoît bien les meilleures méthodes on sait les varier & les appliquer.

Il en est de même de la connoissance des méthodes pratiques qui concernent l'éducation, l'enseignement, la législation & la police; le grand nombre des bons établissemens en ce genre, lorsqu'on en connoît bien les causes & les progrès, rempliront l'ame de zele & d'ardeur. En comparant le local avec quelqu'un de ces arrangemens utiles on verra la possibilité de les renouveler, & de produire des effets analogues à ceux qui ont illustré les plus beaux siecles. Un homme instruit des moyens différens qu'on a mis en usage avant lui pour faire goûter la vertu & les bonnes mœurs, en trouvera bien une qu'il puisse adapter aux mœurs, au caractere & aux usages de ses contemporains.

Les arts qui se rapportent à l'imagination s'embellissent & se perfectionnent par l'Histoire de ces arts.

Les arts qui se rapportent à l'imagination ne peuvent pas être saisis & copiés comme ceux qui dépendent de l'intelligence. Il y a cependant des analogies entre les divers tours d'esprit; une fois bien connues, elles assignent à chacun la tâche qu'il doit remplir. Le goût étant un jugement subit & comme inspiré, il est exercé, épuré & étendu par la connoissance exacte des chefs-d'œuvre de l'art & de la maniere dont ils furent produits. Un homme bien versé dans la partie historique de son art, aura le goût plus fin & plus sûr que celui qui n'en aura aucune connoissance, parce que de grands modeles bien connus & bien étudiés nous font plus approcher de l'idéal de la perfection, que si l'on étoit obligé d'y suppléer par une infinité d'essais.

MÉMOIRE

MÉMOIRE
sur une Expédition faite par les Troupes de l'Empereur Othon le Grand, devant la ville de Troyes en Champagne.

PAR M. DE FRANCHEVILLE.

Monsieur *Grosley*, Membre de l'Académie des Inscriptions & Belles-Lettres de Paris, travaillant à l'Histoire de Troyes sa Patrie, adressa de cette ville le 10 Janvier 1775 à Mr. le Conseiller privé *Formey*, Sécretaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Berlin, un Mémoire conçu en ces termes:

„Un point important de notre Histoire devoit être & auroit été l'objet „d'un Mémoire (pour l'Académie des Inscriptions) s'il m'eût été possible de „le tirer au clair: mais tous nos Monumens historiques le laissent sans lu„miere. Je vai vous le communiquer, en vous priant d'en conférer avec „quelqu'un des Savans qui ont choisi pour objet de leurs études l'Histoire „d'Allemagne, à laquelle ce fait se trouve lié, & de laquelle seule on peut „espérer quelque lumiere.

„Il est consigné dans la Continuation d'*Aimoin*, sous l'année 965. „*OTHON le Grand* envoya à Troyes une Armée, aux ordres de *Brunon* „son frere, pour soutenir notre Evêque *Ansegise*, qui à l'exemple des Evê„ques voisins venoit de s'emparer des droits régaliens dans l'étendue de son „Diocese. Il avoit pour antagoniste *Renaud* Comte de Troyes, soutenu „par l'Archevêque & par le Comte de Sens. Il se donna entre tous ces „gens une grande bataille. *Helpon*, l'un des Généraux Allemands, qui y „est tué, se trouve proche parent de l'Archevêque & du Comte de Sens „contre qui il guerroyoit.

„Or quelle liaison d'intérêt se trouvoit-il entre OTHON & l'Evêque „de Troyes? Quel motif unissoit l'Archevêque & le Comte de Sens contre „l'Evêque & l'Empereur? Par quelle aventure *Helpon*, un des Généraux „de l'Armée Saxonne, se trouvoit-il proche parent de l'Archevêque & du „Comte? Quelle fut la suite de cette levée de bouclier?

„Tous nos Monumens historiques, généraux & particuliers, nous lais„sent sans lumiere sur ces faits:

„Quale per incertam lunam sub luce maligna
„Est iter in sylvis.

„Les Monumens qui éclairent l'Histoire d'Allemagne, les éclairciront „peut-être, sinon directement, au moins par réfraction."

Mr. *Formey* m'ayant remis ce Mémoire, je le fis imprimer dans ma Gazette Littéraire le 13 Février 1775, avec l'Avis suivant:

Nous nous hâtons de communiquer aux Savans d'Allemagne l'extrait de cette Lettre suivant l'intention de l'Auteur. S'il s'en trouve parmi eux qui veuillent lui donner les éclaircissemens qu'il demande, ils pourront nous les adresser, moyennant que le port en soit affranchi.

Plus de cinq mois après cette publication, voyant par le silence des Savans d'Allemagne, que mon attente étoit vaine, je tâchai d'y suppléer sans différer plus longtems; & voici la Réponse que je fis aux différens Articles du Mémoire de Mr. *Grosley*.

ARTICLE I. *Examen de son Exposé.*

„Le fait est, dit-il, consigné dans la Continuation d'*Aimoin* sous l'an„née 965. OTHON *le Grand* envoya à Troyes une Armée, aux ordres „de *Brunon* son frere pour soutenir l'Evêque *Anségise*, qui à l'exemple des „Evêques voisins venoit de s'emparer des droits régaliens dans l'étendue de „son Diocese. Il avoit pour antagoniste *Renaud* Comte de Troyes, sou„tenu par l'Archevêque & par le Comte de Sens. Il se donna entre tous „ces gens une grande bataille. *Helpon*, l'un des Généraux Allemands, qui y „est tué, se trouve proche parent de l'Archevêque & du Comte de Sens, „contre qui il guerroyoit." Voilà son Exposé, & voici ma Réponse.

Il paroît d'abord surprenant que Mr. *Grosley* ait tiré son récit d'un Continuateur d'*Almoin*, plutôt que de quelque autre Ecrivain plus ancien. *Aimoin*, Religieux Bénédictin de l'Abbaye de Fleury-sur-Loire, auroit pu parler de ce fait comme Auteur contemporain, puisqu'il se fit Moine environ cinq ans après, vers l'an 970; mais sa Chronique ou son Histoire de France ne s'étend que depuis l'an 414 jusqu'en 654. Ce n'est pas non plus son premier Continuateur qui le rapporte, n'ayant poussé sa Continuation que jusqu'à l'an 727. Ainsi, c'est seulement le second Continuateur, qui ayant fini la sienne à l'an 1165, vivoit cette année-là, ou peut-être même encore plus tard. On ne peut donc recevoir son témoignage qu'autant qu'il s'accorde avec d'autres plus authentiques; & c'est ce qu'il faut examiner.

1°. Mr. *Grosley* dit que ce Continuateur a placé le fait en question sous l'année 965; ce qui seroit non seulement contraire au témoignage de *Frodoard*, Auteur contemporain, qui mourut l'an 966, mais seroit même hors de vrai-semblance. Car *Frodoard*, d'autant plus croyable qu'il étoit de la Province & Prêtre de l'Eglise de Reims, assure que *Brunon*, frere de l'Empereur *Othon I*, assiégea Troyes l'an 959. Et comment ne l'auroit-il assiégée qu'en 965? puisque cette année-là, ou il ne vint point en France selon *Frodoard*, ou s'il y vint suivant l'Annaliste & le Chronographe Saxon, il y mourut: au lieu que l'année du siége, après la mort d'*Helpon*, il retourna en Saxe avec ses Troupes, comme on le verra dans un moment.

2°. Mr. *Grosley* dit ensuite qu'*Anségise*, à l'exemple des Evêques voisins, venoit de s'emparer des droits régaliens dans l'étendue de son Diocese. *Frodoard* ne lui impute rien de semblable. Si c'est du Continuateur d'*Aimoin* que Mr. *Grosley* a tiré cette accusation, il faudra examiner sur quoi elle est fondée; mais en attendant, je puis assurer que si *Anségise* se fût trouvé dans ce cas, il n'auroit guéres pu s'adresser plus mal qu'à *Othon* & à *Brunon* son frere pour les engager à le maintenir dans son usurpation, tous deux étant Oncles du jeune Roi *Lothaire*, & tous deux freres de la Reine *Gerberge* sa Mere qui exerçoit ses droits régaliens en qualité de Tutrice & de Régente.

3°. Mr. *Grosley* dit encore d'après le Continuateur, que l'Antagonifte d'*Anſégiſe* étoit *Renaud* Comte de Troyes; tandis que *Frodoard*, *Hugues* Moine de Fleuri, *Odorann* Moine de St. Pierre-le-Vif de Sens, *George Fabricius* dans ſes Origines Saxonnes, *Mézeray*, *Jean le Sueur* & généralement tous les Hiſtoriens reconnoiſſent que ſon nom étoit *Rotbert* ou *Robert*.

4°. Il ne nomme point l'Archevêque & le Comte de Sens, quoiqu'ils ſoient tous deux connus des Hiſtoriens qui nomment le premier *Archembalde* ou *Raimbalde* & le ſecond *Rainard*, ou *Rainalde*.

5°. Il ne fait point mention de la Patrie d'*Helpon*, & paroît ſurpris de la parenté qui ſe trouve entre lui, l'Archevêque & le Comte de Sens; ce qui fait juger qu'il le prend pour un Saxon, & qu'il ignore que c'étoit un Seigneur Lorrain de l'Ardenne, pays contigu à la Champagne.

Frappé de ces irrégularités qui ne pouvoient être imputées, ſur le rapport de Mr. *Grosley*, qu'au Continuateur d'*Aimoin*, je n'ai rien eu de plus preſſé que de le faire chercher dans la Bibliotheque du Roi: on trouve plus aiſément le texte d'*Aimoin*, en quatre Livres, que la Continuation qui en fait le cinquiéme. Mais enfin, après une longue recherche, l'ayant trouvée dans le Corps des Ecrivains de l'Hiſtoire de France publiés par *Marquard Freher*, je n'ai pas été médiocrement étonné d'y voir (*Liv. V. Chap. XLIII. p. 510.*) que le Continuateur ne fait aucune mention de l'année 965; qu'il n'accuſe point l'Evêque *Anſégiſe* de s'être emparé des droits régaliens; qu'il ne nomme point le Comte de Troyes *Renalde*, mais *Rotbert*; qu'il donne à l'Archevêque de Sens le nom d'*Archembalde*, & au Comte de Sens celui de *Rainard*; qu'il marque expreſſément que la patrie d'*Helpon* étoit l'*Ardenne*; que ſa mere s'appelloit *Warna*; & qu'enfin, après la mort de ce Général, *Brunon* ſon compagnon s'en retourna en ſa patrie. Les Savans ſeront bien-aiſes de trouver ici en Note le paſſage du Continuateur (*), pour

(*) *Secundo anno obiit* Hugo Magnus *Dux Francorum apud Dordingam villam XVI Kal. Jul. ſepultusque eſt in Baſilica beati Dionyſii martyris Parrhiſiis. Cui ſucceſſerunt filii ejus* Hugo *videlicet*, Otho & Hanricus, *nati ex filia (ſorore)* Othonis *regis Saxonum.* Hugo *effectus eſt Dux Francorum*, & Otho *Dux Burgundiorum. Defuncto* Othone *Duce Burgundionum, ſucceſſit* Henricus *frater ejus.* A la marge de ce premier paragraphe, on lit: *An.* 956.

Sub ipſo tempore, oritur contentio inter Anſegiſum *Epiſcopum Trecarum* & Rotbertum *Comi-*

ſe convaincre de tout ce que je viens de dire. Mais je le traduirai en faveur des Lecteurs qui n'entendent pas le Latin.

„(L'an 956) la ſeconde année (après la mort de LOUIS IV, dit d'*Outremer* Roi de France) mourut HUGUES *le Grand* Duc des François dans le bourg de Dourdan le 16 des Kalendes de Juillet (le 16 de Juin), & eut ſa ſépulture à Paris dans la Baſilique de St. Denys Martyr. Ses fils lui ſuccéderent, ſavoir, *Hugues*, *Othon* & *Henri*, qui étoient nés d'une fille (ſœur) d'OTHON Roi des Saxons. *Hugues* fut Duc des François, & *Othon* Duc des Bourguignons. *Othon* Duc des Bourguignons étant mort, *Henri* ſon frere lui ſuccéda.

„Vers le même tems, il s'éleva une querelle entre *Anſégiſe* Evêque de Troyes & le Comte *Rotbert*. L'Evêque *Anſégiſe*, chaſſé de la ville par le Comte *Rotbert*, alla en Saxe trouver l'Empereur OTHON, & amenant de là des Saxons, au mois d'Octobre, il aſſiégea la ville de Troyes, un long eſpace de tems. Mais ceux de Sens marchant contre eux, l'Archevêque *Archembalde* & le vieux Comte *Rainard* vinrent à leur rencontre avec une très-grande Armée dans un lieu qui s'appelle *Villare;* & ayant tué les Saxons avec leur Général nommé *Helpon*, les Sénonois furent les vainqueurs. Car *Helpon* avoit dit qu'il brûleroit les Egliſes & les villages qui ſont ſur la riviere de *Vennes* juſqu'à la ville, & qu'il planteroit ſa lance dans la porte de St. *Léon*. Ayant été tué avec ſes gens par ceux de Sens, ſes ſerviteurs le porterent dans l'*Ardenne* ſa patrie, comme l'avoit ordonné la

tem. *Ejectus verò de civitate Epiſcopus* Anſegiſus *à* Rotberto *Comite, perrexit in Saxoniam ad* Othonem *Imperatorem, adducenſque Saxones menſe Octobrio obſedit Trecas civitatem longo tempore. Venientes autem contra prædictos, Senones, occurrerunt illis* Archembaldus *Archiepiſcopus, &* Rainardus *Comes vetulus cum exercitu maximo in loco qui vocatur* Villare, *interfectiſque Saxonibus, cum Duce ſuo,* Helpone *nomine, Senones extiterunt victores. Dixerat enim* Helpo *incenſurum ſe Eccleſias & villas quæ ſunt ſuper* Venam (Vennam, *hodie* la riviere de Venne) *fluvium uſque ad civitatem, infixurumque lanceam ſuam in portam Sancti* Leonis. *Interfectus autem cum populo ſuo à Senonenſibus, deportatus eſt in patriam ſuam* Ardennam *à ſervis ſuis: ſic enim juſſerat mater ipſius* Helponis, *nomine* Warna. *Planxerunt autem eum planctu magno* Rainardus *Comes &* Archembaldus *Archiepiſcopus: conſanguineus enim illorum erat. Videns autem* Bruno *Dux, ſocius ejuſdem* Helponis *qui obſederat Trecas, quod mortuus eſſet* Helpo *ſocius ſuus, cum ſuis reverſus eſt in patriam ſuam.*

Mere d'*Helpon* nommée *Warna.* Et il fut pleuré avec de grandes lamentations par le Comte *Rainard* & par l'Archevêque *Archembalde;* car il étoit leur parent conſanguin. Ainſi le Duc *Brunon*, compagnon d'*Helpon*, qui avoit mis le ſiege devant Troyes, voyant qu'*Helpon* ſon compagnon étoit mort, retourna en ſa patrie avec ſes gens."

On voit dans le premier des deux paragraphes ci-deſſus, d'où vient que Mr. *Grosley* a pris l'année 965 pour l'époque de la guerre d'*Anſégiſe.* Car ayant vu qu'il y eſt parlé de la mort d'*Othon*, arrivée en effet l'an 965, il en a conclu que cette année étoit applicable au paragraphe ſuivant. Mais le Continuateur, dans le premier paragraphe ne parlant d'*Othon* & de ſes freres *Henri* & *Hugues Capet* qu'à l'occaſion de la mort de *Hugues le Grand* leur pere arrivée l'an 956, c'eſt uniquement à cette date qu'il faut rapporter le ſecond paragraphe qui en eſt la ſuite naturelle, ſavoir, que *vers le même tems,* c'eſt à dire, peu après l'an 956, ou pour parler plus juſte, l'an 959 ſuivant *Frodoard*, s'éleva la querelle d'*Anſégiſe* & de *Robert* Comte de Troyes. Cela eſt ſi vrai, que *Mézeray* ayant placé ſous l'année 956 la mort de *Hugues le Grand*, & parlé auſſi de ſes trois fils, revient enſuite aux années 957, 58 & 59, & rapporte à cette derniere, comme *Frodoard*, le ſiege de Troyes mentionné dans le ſecond paragraphe. Enfin, ayant voulu remonter à la ſource où le Continuateur d'*Aimoin* a puiſé ce ſecond paragraphe, je croi pouvoir le regarder comme une copie de la Chronique de *Hugues* Moine de Fleuri, qui n'en differe qu'en ce que le Comte de Sens y eſt nommé *Rainaldus* au lieu de *Rainardus*, ce qui peut être une faute de copiſte. Or cette Chronique du Moine *Hugues* (qui eſt inſérée dans le Tome III. p. 348 des anciens Ecrivains de l'Hiſtoire de France publiés par *André* & *François du Cheſne;* Recueil aſſez connu des Savans) fut écrite vers l'an 1040, & conſéquemment plus d'un ſiecle avant la Continuation d'*Aimoin* publiée par *Marquard Freher.* De tout cela je conclus que cette même Continuation différant ſi peu de la Chronique de *Hugues*, & s'accordant auſſi avec le témoignage de *Frodoard*, mérite par ces raiſons la préférence ſur celle que Mr. *Grosley* a ſuivie, & dont il n'indique pas la ſource.

ARTICLE II. Mr. *Grosley* demande: *Quelle liaiſon d'intérêt il ſe trouvoit entre l'Empereur* OTHON I. *&* Anſégiſe *Evêque de Troyes.*

Je réponds qu'il n'étoit pas beſoin qu'*Anſégiſe* eût des liaiſons particulieres avec OTHON pour l'engager à intervenir dans ſa querelle. Cet Empereur ne demandoit pas mieux qu'à ſe rendre néceſſaire en France, où l'autorité Royale étoit fort bornée; parce que les Seigneurs ſe regardant comme des Souverains dans leurs Terres, ſe faiſoient la guerre les uns aux autres pour d'aſſez petits ſujets, & tâchoient d'uſurper des Places ſur leurs voiſins: quelquefois même ils s'attaquoient au Roi, quand il leur refuſoit quelque domaine ou quelque bénéfice; & alors ces vaſſaux, ou les Rois même s'appuyoient du ſecours des Princes Allemands. Ainſi l'an 905, pendant le régne de *Charles le ſimple*, *Conrad* de Franconie, qui fut depuis Empereur, entra en France, avec ſes propres Troupes, pour réprimer des rebelles qui y faiſoient de grands déſordres. Ainſi *Henri l'Oiſeleur* vint auſſi en France l'an 934, pour être médiateur entre *Herbert* Comte de Vermandois & *Hugues le Grand*, les deux plus puiſſans Seigneurs du Royaume. Mais l'influence qu'OTHON I. & *Brunon* ſon frere, tous deux fils de *Henri l'Oiſeleur*, y avoient au tems de la querelle d'*Anſégiſe*, étoit bien plus grande; & voici par quel moyen ils l'avoient acquiſe.

1°. OTHON étoit maître de la Lorraine qu'il avoit enlevée à *Louis d'Outremer* en 938. La Lorraine étoit alors toute autre choſe que ce qu'elle eſt aujourd'hui. Elle comprenoit les Dioceſes de Treves, de Strasbourg, de Metz, de Toul, de Verdun, avec le Luxembourg & l'Ardenne, comme auſſi ceux de Cologne, d'Utrecht, de Liege & de Cambrai, toutes Provinces d'une grande étendue, très-peuplées, très-riches & contiguës à la France, entr'autres à la Champagne.

2°. Il avoit donné le Gouvernement de ce beau Duché, d'abord à *Giſelbert* ou *Gilbert* qui avoit épouſé la Princeſſe *Gerberge* ſa ſœur, & qui étoit un des plus puiſſans Seigneurs Lorrains. Mais l'an 939, ce *Gilbert* s'étant noyé dans le Rhin, il avoit conféré ce Gouvernement en 941 au Comte *Othon* fils du Duc *Ricuin*, puis à *Conrad* qui avoit épouſé la Princeſſe *Luitgarde* ſa fille; & enfin l'an 955 à *Brunon* ſon frere, qui étant en même

tems Archevêque de Cologne où il résidoit, se trouvoit par là à portée d'entrer en France avec ses Troupes Lorraines toutes les fois qu'il en avoit envie. Quelques Auteurs lui donnent le titre d'Archiduc de Lorraine, parce qu'il étoit au-dessus des autres Ducs ou Gouverneurs de ce Duché qu'il traitoit en Tyran: témoin *Rainier IV* dit *au long col*, son petit-neveu & petit-fils du Duc *Gilbert* & de *Gerberge* sa sœur, qu'il envoya en exil chez les Slaves Vénédes où il mourut, en punition de ce qu'il lui avoit refusé des ôtages.

3°. *Gerberge*, sœur d'OTHON & de *Brunon* étant veuve de *Gilbert* s'étoit remariée bientôt après au Roi *Louis d'Outremer*, & devenue Veuve derechef en 954, elle étoit tutrice de son fils le Roi *Lothaire*, qui étoit encore en bas âge au tems de la querelle d'*Anségise*. De plus, la sœur de *Gerberge*, nommée *Hadwyde* ou *Avoye*, se trouvoit aussi veuve de *Hugues le Grand* & tutrice de ses enfans, dont l'aîné étoit *Hugues Capet*. Or, comme les Régentes ne faisoient rien sans le conseil de *Brunon*, ou d'OTHON même, & qu'elles en avoient besoin souvent, parce que les intérêts de leurs pupilles étoient presque toujours opposés, cette raison, jointe à la turbulence de leurs vassaux, fournissoit à OTHON & à *Brunon* de fréquentes occasions de se mêler des affaires de France. Nous allons en donner des preuves.

En 940, les Seigneurs François qui s'étoient ligués contre le Roi *Louis d'Outremer*, alloient assiéger Laon; mais au bruit de la marche du Roi, qui revenoit du Duché de Bourgogne, ils se retirerent vers OTHON, & l'ayant amené comme en triomphe jusqu'au Palais d'Atigny, ils se mirent sous sa protection. (*Mézeray.*) Ces guerres durerent longtems, OTHON étant tantôt du parti du Roi & tantôt de l'autre, parce qu'il secouroit le plus foible, étant bien aise de les tenir divisés, afin qu'ils eussent moins de pouvoir & qu'ils eussent toujours des affaires chez eux. (*J. le Sueur.*)

En 942, OTHON s'entremit en faveur des Ligués, & fit leur paix avec le Roi *Louis d'Outremer*. (*Mézeray.*)

En

En 944, OTHON se mit du parti des Ligués & se déclara ouvertement contre *Louis*, qui à cause de cela se réconcilia avec *Hugues le Grand*. (*Le même.*)

En 945, la Reine *Gerberge*, voyant *Louis d'Outremer* son mari prisonnier des Normands, eut recours à l'Empereur OTHON son frere, pour le faire relâcher: mais OTHON lui refusa du secours, parce que cette guerre avoit été entreprise contre son gré. (*Le Sueur.*)

En 946, OTHON, voyant le Roi *Louis* si maltraité, en prit pitié & se joignit à lui pour l'assister contre *Hugues*. (*Le même.*)

En 947, OTHON & *Louis* firent leurs Pâques ensemble à Aix-la-Chapelle, & au mois d'Août suivant ils s'aboucherent encore sur la riviere de Cher, pour traiter de leurs affaires communes & des moyens de ranger *Hugues* à la raison. (*Le même.*)

En 948, OTHON & *Louis* assisterent au Concile d'Ingelheim, assis tous deux sur un même banc, & ce Concile déclara *Hugues* excommunié jusqu'à ce qu'il eût satisfait le Roi. (*Le même.*)

En 950, OTHON bien aise des brouilleries de la France, donnoit de foibles secours à *Louis*, qui dans la nécessité de ses affaires lui déféroit beaucoup & l'alloit souvent trouver ou y envoyoit *Gerberge* sa femme. (*Mézeray.*)

En 954, après la mort de *Louis*, la plus grande partie de l'autorité Royale étant entre les mains de *Hugues le Grand*, il eût pu prendre la Couronne s'il n'eût pas craint les forces d'OTHON, oncle maternel des fils du Roi défunt, & la jalousie des autres Seigneurs François. (*Le même.*)

La même année, l'enfant *Lothaire*, fils aîné de *Louis d'Outremer* & de *Gerberge* de Saxe, fut sacré Roi dans St. Remi de Reims par l'Archevêque *Artaud*, & par la faveur du Prince *Hugues*, de l'Archevêque *Brunon* frere d'OTHON & autres Prélats & Grands du Royaume. (*Frodoard.*)

En 956, la Reine *Gerberge* eut une conférence avec *Brunon* son frere. (*Le même.*)

Cette même année & les deux suivantes, *Gerberge* mere & tutrice du Roi *Lothaire*, gouvernoit assez paisiblement, à la réserve de quelques que-

relles pour des Châteaux de l'Archevêché de Reims & pour des différends entre particuliers. Le plus grand mal qu'il y avoit, c'eſt qu'il ſembloit que la plupart des affaires ſe manioient par la volonté d'OTHON & de *Brunon* ſon frere, en ſorte qu'ils étoient comme les Modérateurs & les Arbitres de la France. (*Mézeray.*)

En 957, le Roi *Lothaire*, avec *Gerberge* ſa mere & *Avoye* ſa tante veuve de *Hugues le Grand*, alla dans le Cambreſis à la rencontre de *Brunon* ſon oncle. (*Frodoard.*)

La même année, OTHON tint les États à Cologne, d'où il alla à Aix-la-Chapelle, où ſes deux ſœurs *Gerberge* & *Avoye* le vinrent trouver, pour le conſulter ſur la maniere dont elles avoient à ſe conduire dans les conjonctures où elles étoient. L'Empereur leur en donna d'aſſez bons pour contribuer à tenir quelque tems le Royaume de France en paix: mais comme il étoit fort prudent & qu'il regardoit à ſon intérêt, il tendoit à faire que la France dépendît de l'Allemagne, comme l'Allemagne avoit dépendu de la France du tems de Charlemagne, & que toutes deux enſemble ne fuſſent qu'un corps: cela fut apperçu par les Princes & Seigneurs François, qui trouvoient mauvais que la plupart des affaires ſe maniaſſent par la volonté de l'Empereur OTHON & de *Brunon* ſon frere; & ceci dans la ſuite fut cauſe de jalouſies, de diviſions & de guerres entre les Rois de France & les Empereurs. (*Le Sueur.*)

En 958, *Brunon*, avec une Armée de Lorrains, prit ſa route par la France pour aller conférer avec ſes deux ſœurs & ſes neveux en Bourgogne. (*Frodoard.*)

En 959, *Brunon* vint en France & eut une conférence à Compiégne avec la Reine ſa ſœur & ſes neveux pour quelques Châteaux que le Roi *Lothaire* avoit reçus en Bourgogne. *Lothaire* partit avec ſa mere pour Cologne, allant y paſſer les fêtes de Pâques avec *Brunon* ſon oncle. Le Comte *Robert* (c'eſt le Comte de Troyes ennemi d'*Anſégiſe*) s'empara du Château de Dijon, après en avoir chaſſé les ſerviteurs du Roi (*). C'eſt

(*) Quelques-uns prétendent que la ville de Dijon appartenoit aux Evêques de Langres à qui les Rois de France l'avoient donnée en propriété, & qu'ils la conſerverent juſqu'au régne du Roi *Robert*, qui l'acquit de ces Evêques & des Vicomtes. Mais par tout ce que dit *Fro-*

pourquoi *Brunon*, à la réquisition du Roi & de la Reine Mere, vint en Bourgogne avec son Armée de Lorrains & avec d'autres de ses sujets, & il assiégea non seulement ce Château, mais encore la ville de Troyes (*) que ce même *Robert* avoit en sa possession. (*Frodoard.*)

Cette même année, *Brunon* disposoit, comme il lui plaisoit, de la plupart des affaires de France, par le moyen de ses deux sœurs *Gerberge* & *Avoye*, lesquelles suivoient aveuglément ses conseils & les faisoient suivre à ses fils. (*Le Sueur.*)

En 960, *Robert* Comte de Troyes, feignant d'être fidele au Roi, entra par ruse dans le Château de Dijon, & l'envahit. Le Roi étant parti avec la Reine sa mere pour l'aller reprendre, *Brunon* s'y rendit aussi avec son Armée de Lorrains & autres; il reçut de *Robert* des ôtages qu'il remit au Roi. *Hugues Capet* & *Othon* deux des fils de *Hugues le Grand*, par la médiation de *Brunon* leur oncle, vinrent trouver le Roi & lui rendirent foi & hommage. Sur ces entrefaites, *Brunon* informé que quelques Seigneurs Lorrains s'étoient révoltés contre lui, regagna en diligence la Lorraine; & le Roi *Lothaire*, ayant repris Dijon, retourna à Laon. (*Frodoard.*)

La même année, le Roi *Lothaire* fut sollicité par *Brunon* & par les principaux Seigneurs de sa Cour, de reprendre aux Normands le pays qu'ils occupoient en France. (*Le Sueur.*)

En 962, la Reine *Gerberge* demanda une conférence à *Brunon* son frere, qui la dissuada de rétablir dans l'Archevêché de Reims *Hugues de Vermandois*, comme le souhaitoient ses freres, dont l'un étoit *Robert* Comte de Troyes. Mais le Roi *Lothaire* ayant été prié par son cousin *Hugues Capet* de le rétablir, on conclut une treve; & finalement l'Archevêché fut conféré à un autre, par la faveur du Roi, de la Reine sa mere, & de l'Archevêque *Brunon.* (*Frodoard.*)

En 963, l'Empereur OTHON I. étant à Pavie, donna à l'Abbaye de Laurisham (aujourd'hui Lorsch dans l'Electorat de Mayence) un Privilege,

doard dans cet Extrait il paroît que cette Place appartenoit au Roi *Lothaire.*

(*) Ce siege de Troyes est celui que *Brunon* fit à la priere de l'Evêque *Anségise*, mais sans succès, à cause de la mort du Général *Helpon*.

en date du VII des Calendes de Février (26 Janvier), Indiction VI, & dans lequel il prend le titre de *Roi des François & des Lombards, & Patrice des Romains.* Ce Diplôme est reconnu par le Chancelier *Luidolf* à la place de *Brunon* l'Archichapelain frere d'OTHON; & il se trouve dans la Chronique de Laurisham page 69 des Ecrivains de l'Histoire d'Allemagne que *Marquard Freher* a publiés à Francfort en 1624. Nous n'ignorons pas que l'an 920 le Roi *Charles le Simple*, jurant à *Henri l'Oiseleur* une amitié mutuelle, se servit de ces termes: *Moi CHARLES, par la grace de Dieu, Roi de la France Occidentale, serai désormais ami à mon ami HENRI, le Roi de la France Orientale, &c.* Mais ce n'est point de là qu'OTHON I. a pu tirer le titre de *Rex Francorum & Longobardorum ac Patricius Romanorum.* En effet le croira-t-on? ce titre est le même que *Charlemagne* portoit l'an 779, comme le prouve un Diplôme de ce Prince, qui se trouve dans la même Chronique de Laurisham page 61.

En 965, OTHON revenant de Rome se rendit à Cologne & y reçut la Reine *Gerberge* sa sœur, qui lui amena ses deux fils, le Roi *Lothaire*, & *Charles* encore enfant. Il tint une grande Assemblée avec eux, & avec d'autres Princes & Seigneurs. (*Frodoard.*)

Enfin, la même année suivant *Alberic de Trois-fontaines*, l'Annaliste & le Chronographe Saxon, *Calvisius* & autres, ou l'année suivante selon *Mézeray* & *J. le Sueur*, l'Archevêque *Brunon* étant venu en France pour terminer quelque différend de sa sœur *Gerberge* & du Roi *Lothaire* avec les enfans & la veuve de *Hugues le Grand*, fut saisi à Compiégne d'une fiévre dont il vint mourir à Reims le 11 Octobre.

Que peut-on conclure de toute cette déduction historique, sinon qu'OTHON & *Brunon* son frere, ayant une telle autorité en France & profitant habilement de toutes les occasions de s'y rendre nécessaires, il n'étoit pas besoin qu'*Anségise* eût des liaisons particulieres avec eux pour les engager à prendre sa défense? Au reste cet Evêque, que je trouve aussi nommé *Ansuse*, étoit un Prélat assez célébre pour qu'il fût connu personnellement, sinon d'OTHON, au moins de l'Archevêque son frere. Il étoit déja Evêque de Troyes, lorsqu'en 925, suivant *Frodoard*, lui & *Goscelin* Evê-

que de Toul, étant joints à *Warnier* & à *Manassès*, deux Comtes dont le dernier étoit pere de *Gilbert* Duc de Lorraine, avoient attaqué *Rainaud* Comte de Rouci & de Reims accompagné d'un Corps de Normands qui ravageoit la Bourgogne: ce combat s'étoit donné à Chaumont, qui doit être Chaumont le Bois, lieu de cette Province dépendant du Diocese de Langres, & plus de 800 de ces Normands étoient restés sur la place. *Warnier* y avoit été pris & tué, & *Anségise* blessé. Cet exploit militaire, qui n'étoit pas alors incompatible avec l'état Ecclésiastique, lui avoit fait beaucoup d'honneur, & avoit pu contribuer dans la suite à lui procurer la charge éminente d'Archichapelain ou de Grand Chancelier du Roi *Raoul*. *Frodoard* parle encore de lui à l'an 949 à l'occasion d'une Députation dont *Anségise* fut chargé avec l'Evêque d'Auxerre auprès du Roi *Louis d'Outremer*, de la part du Comte *Hugues le Grand.* Après tout, le caractere Episcopal qu'il avoit depuis plus de 34 ans, suffisoit pour le rendre recommandable auprès de deux Princes aussi dévots que l'étoient OTHON & *Brunon*. Mais, pour ne rien dissimuler, j'ajouterai que l'Eglise de Troyes possédoit un rare joyau, qui devoit être le prix du rétablissement de l'Evêque, & qui étoit bien propre à donner un grand poids aux instances que *Brunon* fit en sa faveur, pour obtenir de son frere le secours qu'*Anségise* étoit venu lui demander en Saxe. Je dirai dans la suite quel étoit ce joyau que *Brunon* desiroit passionnément.

ARTICLE III. *Quel motif unissoit l'Archevêque & le Comte de Sens, contre l'Evêque de Troyes & l'Empereur?*

Il me seroit aisé d'étrangler cette Question, en disant qu'*Archembauld* Archevêque de Sens étoit fils de *Robert* Comte de Troyes, l'ennemi de l'Evêque. Car c'est ce qu'on lit dans la *Gaule* ou France Chrétienne, rédigée par les Moines Benédictins, & imprimée au Louvre en 1770 *in folio*, Tome XII. page 30. En voici les termes: *Regiâ ortus prosapiâ parentibus nempe* Roberto *Trecensi Comite e lineâ Veromanduensi &* Aleide *Burgundâ cognomento* Werra. C'est à dire: „Il étoit issu du sang Royal, ayant „pour pere *Robert* Comte de Troyes de la ligne de Vermandois, & pour

„mere *Alix* de Bourgogne surnommée *Werra*." Supposons pour un moment que cela fût, il étoit naturel que l'Archevêque prît les armes en faveur du Comte son pere contre ses ennemis. Mais est-il certain qu'il ait été de la Maison de Vermandois, & fils de *Robert* Comte de Troyes? c'est ce qu'il faut examiner.

Premiérement. La Généalogie de cette Maison est suffisamment connue, & l'on sait qu'en effet elle étoit du Sang Royal, étant sortie de *Charlemagne* par son fils *Pépin* Roi d'Italie dont les Descendans de mâle en mâle furent *Bernard*, *Pépin II*, *Herberg*, *Herbert II* & *Robert*, le même qui fut Comte de Troyes. Mais suivant cette Généalogie, ce *Robert* n'eut de son mariage avec *Alix* fille de *Gilbert* Comte d'Autun & Duc de Bourgogne, d'autres enfans qu'*Herbert III* dit *Robert II*, qui mourut jeune & une fille nommée *Adelaïs*, qui fut mariée à *Geofroi I*, dit *Grisegonelle* Comte d'Anjou. Ainsi premiere raison pour croire qu'*Archembauld* n'étoit pas son fils.

Secondement. Ce même Archevêque présida au Concile qui se tint à Meaux l'an 962 & dans lequel *Odalric* fut fait Archevêque de Reims. C'est ce qu'on lit encore dans la *Gaule Chrétienne* au même endroit: *In Concilio Meldensi præsedit anno 962, ubi* Odalricus *Remorum Antistes ordinatus fuit.* Mais cette ordination ayant été faite au préjudice de *Hugues de Vermandois*, frere de *Robert* Comte de Troyes; si *Archembauld* eût été de la même Maison, est-il à croire qu'il auroit voulu être le Chef d'une Assemblée, qui par complaisance pour la Reine *Gerberge* devoit faire un si grand affront à sa Maison dans la personne d'un Prince son oncle & propre frere de son pere. Cela est d'autant moins croyable, que les freres de *Hugues*, outrés de cet affront, en tirerent une cruelle vengeance, & qu'entr'autres objets de leur fureur ils saccagerent & brûlerent la ville de Châlons sur Marne, dont l'Evêque *Guiblin* étoit un des adversaires de *Hugues*. Ainsi il n'est pas vrai-semblable qu'*Archembauld* ait été fils de *Robert* Comte de Troyes, ni même de sa Maison.

Troisiémement. Les rédacteurs de la *Gaule Chrétienne* ne citent point l'Auteur qu'ils ont suivi dans le passage en question, & qui ne pouvoit être

que *Clarius* dans sa Chronique de St. Pierre le Vif de Sens. C'est pourquoi j'ai été empressé de consulter cette ancienne Chronique, qui après d'assez longues recherches dans la Bibliotheque du Roi s'est enfin trouvée au tome second page 463 du Spicilege de Dom *Luc d'Achéry*, corrigé & augmenté par d'autres Bénédictins dans l'édition de Paris, 1723, *in folio*. Et voici ce que j'y ai trouvé sur le point en question, à la page 470. *Clarius* parle d'abord de la querelle d'*Anségise* Evêque de Troyes avec *Robert de Vermandois* qu'il qualifie Comte parce qu'il étoit Comte de Troyes & de Meaux, & il dit qu'il étoit pere d'*Archembauld* Archevêque de Sens. Mais rapportant ensuite la mort du pere d'*Archembauld* nommé aussi *Robert*, il ne lui donne point la qualité de Comte, & se contente de dire qu'il étoit noble & très-riche: *In ipso mense Augusto obiit pater ipsius*, Robertus *nomine, vir nobilis & dives valde:* ce qui est bien différent du titre de *Regiâ ortus prosapiâ*, c'est à dire *sorti du sang Royal*, que les Auteurs de la *Gaule Chrétienne* lui donnent, & qu'il auroit eu en effet, s'il eût été le même que *Robert de Vermandois.*

Quatriémement. Ce qui peut avoir donné lieu de penser qu'*Archembauld* étoit fils de ce dernier, c'est sans doute sa prise d'armes avec le Comte de Sens son cousin: on aura cru qu'il l'avoit faite en faveur de son pere pour l'intérêt de leur Maison, contre l'Evêque de Troyes son suffragant. Mais c'est une erreur: car il ne fit cette prise d'armes que contre les Saxons, pour s'opposer à leur pillage, voyant qu'ils vouloient ravager tout le pays, comme il est dit dans le même volume de la *Gaule Chrétienne* page 494, à l'article d'*Anségise* Evêque de Troyes: *Venientes autem in prædam Saxones voluerunt vastare totam regionem; occurrerunt verò illis* Archembaldus *Archiepiscopus &* Rainardus *Comes vetulus, cum exercitu maximo in loco qui vocatur* Villare. C'est pourquoi, après avoir taillé les Saxons en pieces, contens de cet exploit, & pleurant amérement la mort du Général *Helpon* leur cousin, l'Archevêque & le Comte de Sens avec l'Armée Sénonoise s'en retournerent chez eux, sans se mettre en peine de faire lever le siege de Troyes, qui dura encore longtems: *Interfectisque Saxonibus cum Duce suo* Helpone, *Senonenses victores rediere.* Ici est citée la Chronique

de *Clarius*: à quoi il faut joindre le Continuateur d'*Aimoin* avec *Hugues* Moine de Fleuri dont on a lu les paroles dans le premier Article de ce Mémoire.

Ayant ainsi exposé les raisons que j'ai de douter qu'*Archembauld* ait été fils de *Robert* Comte de Troyes, ou même de la Maison de Vermandois, & fait voir que ce n'a point été dans la vue de favoriser ce Comte, qu'il a pris les armes de concert avec le Comte de Sens son cousin, mais uniquement pour mettre le pays Sénonois à l'abri du pillage des Saxons; si l'on demande après cela de quelle famille donc pouvoit être *Archembauld*, je dirai qu'on ne le sait pas avec certitude, mais que je soupçonne avec assez de vrai-semblance qu'il étoit de la Maison de *Roucy*, originaire de Champagne, & l'une des plus anciennes & des plus nobles du Royaume de France. Car, après que *Clarius* a commencé par dire que ce Prélat fut plus redevable de son Archevêché à l'argent & au crédit de ses parens qu'à sa vocation & à sa piété: *Parentum potius & pecuniarum gratiâ provocatus examine:* il ajoute ensuite, qu'il en fut redevable, non à aucun Prince de la Maison de Vermandois, mais uniquement à un Seigneur nommé *Rainauld* Conseiller du Roi *Lothaire:* Rainaldus *Consiliarius Regis* Hlotarii, *cujus consilio & actu gestum est, ut ipse esset Archiepiscopus.* Or, si quelque Seigneur Champenois du nom de *Rainauld* méritoit par distinction le titre de Conseiller & de fidele Serviteur du Roi *Lothaire*, c'étoit incontestablement *Rainauld* ou *Réginold de Roucy* Comte de Reims: aussi avoit-il eu l'honneur d'épouser la Princesse *Aldrade* sœur de ce Roi, & il eut de ce mariage une fille qui épousa *Fromont* Comte de Sens, d'où vint peut-être la parenté d'*Archembauld* avec *Rainard* Comte de Sens: & delà l'on pourroit inférer qu'*Archembauld* étoit vrai-semblablement, comme j'ai dit, de la Maison de *Roucy*.

Enfin, à l'égard de ce même *Rainard* Comte de Sens, qui se joignit à cet Archevêque son cousin pour combattre les Saxons, je croi quil étoit de la Maison de *Joigny*, de laquelle est sortie celle des Seigneurs de *Joinville.* Quelques-uns donnent à ce Comte le nom de *Rainauld;* mais *Clarius* l'appelle constamment *Rainard* avec le surnom de *Vetulus*, le Vieux, pour

le

le diſtinguer de ſon fils du même nom. Mais il y a des Généalogiſtes qui par mépriſe ou par malice ont changé *Vetulus* en *Vitulus*, un *Veau*, & de là l'ont ſurnommé *Rainard* ou *Rainauld* dit *le Veau*.

ARTICLE IV. *Par quelle avanture* Helpon, *un des Généraux de l'Armée Saxonne, ſe trouvoit-il proche parent de l'Archevêque & du Comte de Sens?*

J'ai dit, dans le premier Article de ce Mémoire, que l'*Ardenne* étoit la patrie d'*Helpon*, & je l'ai prouvé par les témoignages de *Hugues* Moine de Fleuri & du Continuateur d'*Aimoin*, qui aſſurent qu'*Helpon* ayant été tué avec ſes gens par ceux de Sens, ſes ſerviteurs porterent ſon corps dans l'*Ardenne* ſa patrie, comme l'avoit ordonné ſa mere nommée *Warna*.

L'*Ardenne* ou les *Ardennes* (comme on dit la Gaule ou les Gaules, l'Eſpagne ou les Eſpagnes) tire ſon nom du mot Gaulois *Arden* qui ſignifie une *Forêt*. En effet, c'en eſt une très-grande, qui commençoit anciennement près du Rhin & traverſant le milieu du pays de Tréves, alloit d'un côté juſqu'aux limites du Tournaiſis & de l'autre juſqu'au territoire de Reims. Elle n'eſt plus ſi grande aujourd'hui, parce qu'on l'a défrichée en beaucoup d'endroits, & qu'on y a bâti des Villages, des Bourgs, des Villes & des Abbayes. Cette forêt ſervoit ſouvent en Automne aux plaiſirs de *Charlemagne* & de *Louis le Débonnaire*, à cauſe des chaſſes royales qui s'y faiſoient dans cette ſaiſon avec grand appareil. *Sigebert le Jeune* Roi d'Auſtraſie avoit coûtume, en parlant de l'*Ardenne*, de l'appeller *ſa Forêt*; & *Notger* qui fait cette remarque, ajoute que ce Prince y bâtit deux Abbayes qui ne ſont plus à préſent qu'aux environs, parce que depuis elle a été coupée en cet endroir comme en beaucoup d'autres, ce qui fait qu'elle ne s'étend aujourd'hui que depuis Thionville près du pays de Liége juſqu'à Donchery & Sedan ſur la frontiere de Champagne. Mais au tems d'*Helpon* il paroît que ce que les Hiſtoriens appelloient l'*Ardenne* étoit proprement l'*Argonne*. Car le Continuateur d'*Aimoin* (chap. XLIV. p. 511 de l'édition de *Marquard Freher*) rapporte que l'Empereur *Othon II*, l'an 978 étant venu aſſiéger Paris avec une grande Armée, le Roi *Lothaire* ſecondé de *Hugues Capet* & de ſon

frere *Henri* Duc de Bourgogne, l'en chaſſa, le mit en fuite & le pourſuivit juſqu'à Soiſſons, où l'Armée Impériale étant entrée dans la riviere d'Aîne ſans connoître le gué, il y périt un plus grand nombre de noyés que de tués, la riviere étant débordée. *Lothaire* ne ceſſa de les pourſuivre pendant trois jours & trois nuits juſqu'à la riviere qui paſſe le long de l'*Ardenne* ou de l'*Argonne: uſque ad flumen quod fluit juxta Ardennam ſive Argonnam.* Or l'*Argonne* eſt un pays & forêt qui s'étend en partie dans la Champagne & en partie dans le Barrois, dans un eſpace de 20 lieues entre les rivieres de Meuſe, de Marne & d'Aîne depuis Mouſon & Sténay juſqu'au Bailliage de Bar-le-Duc, & depuis le Pertois juſqu'à Mouſon, ayant pour villes Ste. Ménehoult ſa Capitale, Clermont, Beaumont, Ville-Franche, Varennes, Grand-prés & Montfaucon. Ainſi la patrie d'*Helpon* étant, comme on voit, contiguë à la Champagne, il n'eſt pas ſurprenant qu'il ſe trouvât proche parent de l'Archevêque & du Comte de Sens, ville qui eſt auſſi en Champagne, ſans qu'il fût néanmoins de la même famille.

Cependant, comme tout cela n'eſt fondé que ſur le rapport du Continuateur d'*Aimoin* qui pourroit bien s'être trompé, ſi l'on veut que l'*Ardenne* dont il s'agit n'ait point été l'*Argonne*, mais bien cette grande forêt qui commence dans le Hainaut François & continue à travers la Picardie, la Champagne & le Luxembourg juſqu'à la Moſelle, la parenté d'*Helpon* avec l'Archevêque & le Comte de Sens n'auroit eu rien de plus ſurprenant, puiſque la Champagne eſt également voiſine de l'*Ardenne* comme de l'*Argonne*. Et ce Général pouvoit ſervir OTHON I, ſoit comme Vaſſal du grand Duché de Lorraine dont le Luxembourg & l'*Ardenne* faiſoit partie, ſoit auſſi comme étant du Dioceſe de Liége, parce que l'*Ardenne* formoit dès-lors un des Archidiaconats de cet Evêché; c'eſt pourquoi l'an 1143, ſuivant la Chronique de *Jean-Vito Duranus* dans les Acceſſions hiſtoriques de *Leibnitz* page 39; il y avoit dans le Chapitre de Liége un *Théobald* fils du Roi de Hongrie & Archidiacre d'*Ardenne;* un *Guy* fils du Duc d'*Ardenne* & Doyen du Chapitre; & quatre Chanoines, l'un fils du Comte de Vienne en *Ardenne*, & les trois autres, fils du Comte *de la Roche* en *Ardenne:* Comté très-illuſtre par la prérogative qu'il avoit de donner au Seigneur qui en étoit en poſſeſſion, le

titre de *Comte des Ardennes;* ce qui provenoit de ce que la ville de la Roche, ſituée à 9 lieues de Liege, étoit le lieu où réſidoient ces anciens Rois de France dans le tems de leurs chaſſes: auſſi dit-on qu'on y voit encore une groſſe pierre faite en forme de ſiege, qui eſt appellée *la Chaiſe du Roi Pépin*, parce que ce Prince y étoit aſſis lorſqu'il entendoit & jugeoit les procès.

Il reſte maintenant à ſavoir de quelle famille des *Ardennes* étoit *Helpon* ou *Elpon*. Si la qualité de *Dux*, que lui donnent le Moine *Hugues* de Fleury, le Continuateur d'*Aimoin* & l'Auteur de la Chronique de St. Pierre de Sens, répondoit en cette occaſion au titre de *Duc*, il s'enſuivroit qu'*Helpon* étoit de la même famille que ce *Guy* fils du Duc d'*Ardenne* nommé ci-deſſus, c'eſt à dire, de la Maiſon de Lorraine d'aujourd'hui. Mais ce titre de *Dux* n'ayant été donné à *Helpon* qu'à cauſe qu'il commandoit une Armée; car c'eſt ce que ce mot ſignifie en Latin; il faut convenir de bonne foi qu'il n'étoit par lui-même ni Duc ni Comte, c'eſt à dire, qu'il ne poſſédoit ni un Duché ni un Comté. Mais ce Seigneur étant mort au ſervice de l'Empereur & de *Brunon* ſon frere, il étoit juſte que ces Princes en dédommageaſſent ſa mere *Warna* & ſa famille par quelque grace conſidérable, telle que pouvoit être l'érection de leurs terres en Comté tout au moins. Or voici ce qu'on lit dans l'Hiſtoire générale des Pays-Bas, édition de Bruſſelle 1743, Tome III, page 183 & ſuivantes:

„Autrefois la ville de *Chiny* étoit conſidérable par ſa beauté & par ſes „richeſſes. Chiny fut entourée de murailles vers l'an 950 par *Arnould* de „Bourgogne, & porte le titre de Comté: ſa juriſdiction renferme treize villes, „qui ſont Baſtogne, Chiny, Dickrich, Durbuy, Hoffaliſe, Marche, Neufchâtel, „la Roche, St. Hubert, St. Vit, Schleyde, Vianden, & Virton, avec tous les „villages qui dépendent des dites villes. En un mot ce Comté comprend la „plupart de ce qu'on marque ordinairement ſur les Cartes géographiques „ſous le nom de Duché de Luxembourg. Il ne dépend aucunement de ce „Duché, ayant un reſſort particulier, & même il y eut ci-devant un Conſeil, „où l'on décidoit les procès, comme dans le Conſeil Provincial de Luxem-„bourg. Depuis le Traité de Ryswick il appartient à la Maiſon d'Autriche... „*Brunon* Archevêque de Cologne & Chancelier de l'Empire l'érigea en Comté

„vers l'an 960. C'eſt pourquoi on dit auſſi *le Comté Impérial de Chiny*. Il
„paſſa depuis dans la Maiſon des Comtes de *Looz*, &c."

Il eſt donc aſſez vrai-ſemblable que cette érection faite *vers l'an 960;* c'eſt à dire, quelques mois après la mort d'*Helpon*, fut une récompenſe donnée à ſa mémoire; que ſes Terres, juſque-là unies au Comté de Luxembourg, en furent diſtraites pour compoſer le Comté de *Chiny;* & qu'enfin *Helpon* étoit, non de la famille de *Bourgogne*, comme l'Hiſtoire des Pays-bas l'a dit plus haut par erreur, mais plutôt de celle de *Boulogne*.

ARTICLE V. *& dernier.* Mr. *Grosley* demande enfin *quelle fut la ſuite de cette levée de bouclier?*

Cette derniere Queſtion n'eſt pas celle qui m'a donné le moins de peine à réſoudre.

Le Moine *Hugues* de Fleury, le Continuateur d'*Aimoin* & même le Moine *Clarius* de St. Pierre de Sens, n'offrent rien de ſatisfaiſant ſur ce ſujet. Ils ſe contentent de dire qu'après que les Troupes commandées par *Helpon* eurent été battues, & lui tué, l'Armée Sénonoiſe s'en retourna victorieuſe, & l'Archevêque *Brunon* frere de l'Empereur OTHON reprit la route de ſon pays; d'où il s'enſuit qu'*Anſégiſe* Evêque de Troyes ne fut pas rétabli dans ſon ſiége, au moins cette fois-là, c'eſt à dire ſur la fin de l'année 959; & même dans la ſuivante le ſilence de ces Hiſtoriens fait croire que *Brunon*, découragé par la défaite de ſon Armée Saxonne, avoit abandonné *Anſégiſe* & quitté la partie.

Envain j'ai recours à *Frodoard*, qui ne mourut que ſix ans après en 966. Il ne nous apprend autre choſe, ſinon que „cette année 960, la fortereſſe de
„Dijon étant gardée par les féaux du Roi *Lothaire*, *Robert* Comte de Troyes,
„faiſant ſemblant d'être fidele au Roi, s'y introduiſit par ruſe, & s'en rendit mai-
„tre, après en avoir chaſſé la garniſon Royale. Pour reprendre cette place, le
„Roi accompagné de la Reine ſa mere, vint l'aſſiéger. Le Prélat *Brunon* arrivant
„là avec ſes Lorrains & ſes autres ſujets, reçut de *Robert* des ôtages qu'il remit
„au Roi. L'un d'eux, fils du Comte *Odalric*, étant reconnu traître, fut jugé &
„décapité, & l'autre retenu vivant. *Othon* & *Hugues Capet*, tous deux fils de

„*Hugues le Grand*, viennent trouver le Roi par la médiation de *Brunon* leur „oncle, & se réconcilient avec lui.... *Brunon* informé des mouvemens qui „se faisoient en Lorraine, s'en retourne en diligence, & laisse au siege le Roi „avec ses cousins.... Le Roi ayant reçu la forteresse de Dijon, y met une „garnison & s'en retourne à Laon." Ce récit laisse ignorer en quel état étoient les affaires d'*Ansêgise* Evêque de Troyes, dont il ne fait aucune mention. Peut-être cependant pourroit-on tirer de ce silence une preuve que la querelle de cet Evêque avec *Robert* Comte de Troyes étoit accommodée, puisqu'elle permettoit à celui-ci de tenter d'autres entreprises, même sur les Domaines du Roi. En effet on va voir ce soupçon se changer en certitude.

J'ai dit sur la fin de l'Article II. que l'Eglise de Troyes possédoit un précieux joyau que *Brunon* désiroit avec passion, & qui devoit être le prix du rétablissement d'*Ansêgise*. Or, l'on voit dans la Vie de *Brunon* écrite par *Rothger* ou *Roger* Moine Bénédictin qui vivoit l'an 1040, & rapportée dans *Surius* au XI Octobre, Tome V, page 713, chapitre XXVIII, que ce précieux joyau étoit le corps de *Saint Patrocle*, que les habitans de Troyes nomment *St. Parre*, lequel ayant été martyrisé à Troyes l'an de grace 275, fut, 685 ans après, livré à *Brunon* par l'Evêque *Ansêgise*. Ainsi la cession de ce corps saint se fit précisément l'an 960, & l'on en trouve la confirmation dans ce passage de la *Gaule Chrétienne*, page 494 de l'édition déja citée. *Anno 960* Bruno *Coloniensis Archiepiscopus ab* OTHONE *Imperatore fratre missus in Galliam ad reconciliandos duarum sororum suarum filios*, Ansegisum *Episcopum expulsum restituit, à quo secum asportandum obtinuit corpus sancti* Patrocli *martiris*. C'est à dire: „L'an 960 *Brunon* Archevêque de Cologne, „ayant été envoyé par l'Empereur OTHON son frere, en France pour réconcilier les fils de ses deux sœurs (la Reine *Gerberge* & *Havide*) il rétablit „l'Evêque *Ansêgise* chassé de Troyes & obtint de lui de pouvoir emporter le „corps du Martyr *St. Patrocle*." Il reste à faire voir comment il parvint à se le procurer, & l'usage qu'il en fit. C'est ce que va nous apprendre son Historien, que je ne ferai que traduire.

„Le Révérendissime *Brunon* Archevêque fut envoyé par l'Empereur OTHON son frere dans la Gaule Lionnoise à nous autres peuples de cette

Province, mais presque trop tard: car les volontés des Citoyens étoient pour lors diverses, les sentimens partagés, & chacun n'en faisoit qu'à sa tête; les uns ne différoient pas seulement des autres en conseils & en desirs, mais aussi en armes & en camps. Là les fils des deux sœurs (la Reine *Gerberge* & *Havide*) avoient en main le Gouvernement de l'Etat. Ces proches parens, malgré la liaison du sang, étant en discorde, servoient de jouet à leurs avares Soldats, qui ne pensant qu'à s'enrichir ne gardoient leur foi ni d'un côté ni de l'autre; car, dès que les Princes d'un pays ne respirent que l'avarice, les peuples misérables esperent envain le bonheur de la paix. Mais le glorieux Archevêque, annonçant le calme plutôt qu'on ne le croyoit, imposa silence par la majesté de sa main, à la troupe échauffée; ensuite il fit entendre de bouche ce qui étoit utile à tous, & convenable à un chacun; & les Citoyens s'étant reconciliés à l'envi, le Prélat usant de bonté envers tout le monde, rétablit une paix entiere."

„Ces choses étant ainsi réglées, comme il se disposoit à s'en aller; à force de prieres il obtint d'*Anségise* vénérable Evêque de l'Eglise de Troyes, qui peu auparavant en avoit été chassé, & qu'entre autres marques de sa Légation il réintégra dans son propre siége avec les applaudissemens du peuple, qu'il lui laisseroit emporter le corps du Bienheureux *Patrocle* Martyr, dont chacun peut lire la passion & le mérite connu partout. Sur cela l'Evêque, qui avoit beaucoup d'obligation à *Brunon*, se trouvant, pour ainsi dire, oppressé par cette occasion, & contraint d'ailleurs par des prieres infinies, lui accorda sa demande, pour ne point paroître ingrat, surtout à cause que cet Archevêque bornant ses desirs à ce seul présent, refusoit absolument toute autre chose qu'on lui pût offrir. Car, passionné pour la Religion, comme par la vertu que respiroit son extérieur il réprimoit l'insolence & la méchanceté des superbes, de même que par sa piété intérieure il prenoit soin de procurer la beauté de la maison du Seigneur: & se réjouissant d'avoir mérité cet agréable présent de l'Evêque avec le consentement du Clergé & de tout le peuple, pour ne rien laisser d'imparfait, étant encore occupé à plusieurs affaires, il chargea de la réception des Reliques *Everchaire* Evêque de Liege, homme digne de toute louange, & avec lui des Clercs & des Moines Religieux, parmi lesquels

affluoit une grande multitude de peuple fidele, attiré par ce louable ſpectacle. Lorſqu'ils furent venus au lieu deſtiné, voyant ſous leurs pieds un pavé de marbre, n'y ayant aucun ſigne certain d'un tréſor caché, les uns ſe mirent à genoux & d'autres entrerent en doute. Alors l'Evêque avertiſſant & encourageant les aſſiſtans, après avoir fait une Oraiſon, ils entreprirent avec confiance l'œuvre pour laquelle ils étoient venus. Auſſitôt qu'ils eurent ouvert la terre avec des ſarcloirs, choſe admirable! ils furent tous parfumés d'une odeur qui les pénétra & plus douce qu'aucune qui eût jamais été ſentie; & plus on étoit proche du ſépulchre, plus on étoit affecté de la douceur de ce parfum, comme chacun l'atteſta; ce qui faiſoit alors que tous les Religieux auroient voulu étre foſſoyeurs pour recevoir plus abondamment la force merveilleuſe de la bonne odeur. Néanmoins perſonne de ceux qui étoient dans l'égliſe n'en fut privé & ne put ſe vanter d'avoir jamais rien ſenti de pareil ou d'auſſi doux. C'eſt pourquoi la délectable odeur augmentoit de plus en plus à meſure qu'on approchoit du corps du Saint Martyr. Lorſqu'on y fut arrivé tous les aſſiſtans furent ſi merveilleuſement inſpirés, qu'en même tems qu'ils étoient pénétrés en toute maniere du parfum qu'ils avoient reſpiré, ils ne laiſſoient pas dans la ſoif qu'ils en avoient, de s'efforcer à en reſpirer encore davantage. Cet homme fut vraiment admirable, qui ayant vécu en bonne odeur devant Dieu, le fut également mort comme vivant. Les Reliques du Saint Martyr furent donc tirées d'un cercueil de pierre & delà, au milieu d'une multitude de peuple ravi de joye, transférées heureuſement à Cologne. Cette ville, la métropole & la mere des Egliſes d'un peuple fidele, étendoit la principauté de ſon autorité d'une part bien loin dans la France & delà juſqu'à l'Océan. Lieu digne certainement de garder dans ſon ſein le corps du Saint Martyr qui y avoit été apporté, & où non ſeulement un grand nombre de Saints Corps & de Reliques, mais auſſi de pluſieurs milliers de Martyrs attendent leur Seigneur qui doit venir au jour du Jugement."

„Mais la ſollicitude du grand Pontife (*Brunon*) à ne rien négliger pour perfectionner chaque choſe, porter les grandes au ſuperlatif, achever les imparfaites & réparer magnifiquement les négligées, lui fit trouver bon de décorer de ces Reliques de *St. Patrocle*, certain lieu de la Saxe nommé *Soeſt*,

lieu riche & peuplé, environné au long & au large de nations Saxonnes, & néanmoins très-connu des peuples de ces Provinces, mais n'ayant encore presque point de connoissance de la Religion. Il vouloit par là les initier à la Foi pour opérer leur salut à venir; agissant avec confiance, & croyant que la bonne odeur qui s'étoit fait sentir pour la manifestation du Corps saint, se répandroit par le bruit des mérites du Saint & seroit utile à plusieurs. Ainsi le corps du Bienheureux Martyr fut conduit par le vénérable *Brunon* Archevêque de Cologne à *Soest*, avec grand honneur & joye, le Clergé étant venu au devant pour le recevoir; & il fut déposé dans l'Eglise que ce Prélat y avoit fait bâtir & dotée d'une maniere convenable."

L'Eglise de *Soest*, dans le Duché de Cleves en Westphalie, où le corps saint fut mis, étoit dédiée sous le nom de St. Pierre; mais depuis elle a pris celui de *Saint Patrocle*, qui est considéré comme le Patron de la ville & de tout le territoire. Cette translation se fit l'an 963 le 9 Décembre, jour où la Fête s'en renouvelle tous les ans, & où tout le Diocese de Munster dans lequel est *Soest*, fait l'office de *Saint Patrocle*. La dévotion de la ville de *Soest* envers ce Saint s'est beaucoup augmentée depuis l'an 1447, qu'elle crut avoir été délivrée par sa protection, du siege que les Bohémiens & les Hussites y avoient mis en faveur de l'Archevêque de Cologne qui vouloit s'en rendre maître. Les Reliques de *St. Patrocle* s'y conservent encore aujourd'hui, nonobstant la Religion Protestante qui régne en ce pays-là.

F I N.



TABLE.

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE.

MDCCLXXVI.

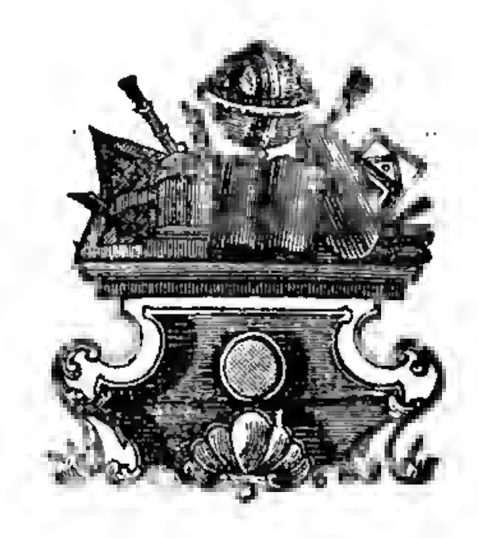
MÉMOIRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.



Fautes à corriger.

HIST. Page 15. ligne 13. *teenur*, lisez *teneur*.

MÉM. Page 4. §. 2. lisez en marge, *Pl. I. Fig. sur le Frottement.*
\- - - 26. ligne 8. lisez en marge, *Pl. I. Fig. 1.*
\- - - 166. l. 4. *de d'écrire*, lisez *de décrire*.
\- - - 375. l. 13. *la Faye*, lisez *la Faye* . . . . .
\- - - 416. l. 3. de la note (7) βροτειῷ. lisez βροτείᾳ
\- - - 444. l. 1. de la note à droite, *Burgundiorum*, lisez *Burgundionum*.

Laufzettel

- Vorderseite -

1. Bereitstellung – Akademie-Bibliothek

Datum	Lieferung	Bearbeiter
22. 2. 00	16. 3. 00	Piz

Sammlung	Signatur	Band-Nr. (laufende Nummer)
☒ Schriftenreihen ☐ Schriften zur Akademiegeschichte	Z 344 Jahrgang: 1776 Band-Bezeichnung:	0 4 0

Dokument-Typ
☒ Serie ☐ Monographie ☐ Mehrbändiges Werk

Hauptsachtitel: Nouveaux Mêmoires de l'Acadêmie Royale des Sciences et Belles-Lettres

Zusatz zum Sachtitel

Verfasser/Herausgeber

Erscheinungsjahr	Erscheinungsort
1779	Berlin

Erhaltungszustand und sonstige Besonderheiten
☐ Einbandbeschädigung ☐ verbundene Seiten
☒ Werk vollständig ☐ eng gebunden
☐ Fehlende Seiten: .... ☒ Sonderpaginierungen
☐ Sonderseiten

Anzahl der erwarteten Bilder
Bitonal: 561
Graustufen: 09
Farbe: 0
Insgesamt: 570

Bemerkungen
Falsche Seitenzählung, nach S. 260 folgt S. 263; S. 263 folgt nochmals an richtiger Stelle, Text auf beiden S. 263 nicht identisch.
Also: S. 261 wurde mit der Zahl 263 falsch paginiert.

2. Digitalisierung – Mikro-Univers

Datum	Bearbeiter	Anzahl Scans	Anzahl Einzelseiten	CD-Nr.
21.3.00	Bdt	338+1	573	

Bemerkungen